

7 класс, 2007 год

1. Расшифруйте арифметический ребус, в котором разные буквы обозначают разные цифры, а одинаковые буквы — одинаковые цифры:

$$B + \frac{A+B}{A} = AB.$$

2. В автобусе вам попался билет с номером 524 127. Попробуйте, не меняя порядка цифр, расставить между ними знаки математических действий и скобки так, чтобы в итоге получилось 100.

3. У Васи и Пети по 55 гирь весом 1, 2, ..., 55 кг. Они по очереди подкладывают свои гири - каждый на свою чашу двухчашечных весов. Первым ходит Вася. Петя выигрывает, если разность масс гирь на чашах окажется равной 50 кг. Сможет ли он этого добиться?

4. Имеется 10 мешков монет. Известно, что в одном из них монеты фальшивые. Настоящая монета весит 10 граммов, а фальшивая – 9 граммов. Как при помощи одного взвешивания на весах с делениями определить мешок с фальшивыми монетами?

5. Последовательность чисел строится по следующему закону. На первом месте стоит число **7**, далее за каждым числом стоит сумма цифр его квадрата, увеличенная на единицу. Например, на втором месте стоит число **14**, так как **7²=49**, а **4+9+1=14**. На третьем месте стоит число **17** и так далее. Какое число стоит на **2005**-м месте?

Решения 7 класс, 2007 год

1. Ответ: $A = 1$, $B = 9$.

2. $5 \cdot (-2 + 4) \cdot (1 + 2 + 7) = 100$.

3. *Ответ.* Да.

Решение 1. Петя может просто повторять ходы Васи. В какой-то момент Вася вынужден будет сходить гирей 50 кг - и немедленно проиграет.

Решение 2. Петя откладывает в сторону свою 50-килограммовую гирю и ходит как угодно остальными гирями. В конце игры Вася выложит все гири, а Петя - все, кроме 50-килограммовой. Следовательно, чаша Васи будет весить на 50 кг тяжелее.

4. Пронумеруем мешки числами от 1 до 10 и возьмём из каждого столько монет, каков его номер. Если все монеты настоящие, то они должны весить $(1 + 2 + 3 + \dots + 10) \cdot 10 = 550$ г.

Если мешок с фальшивыми монетами имеет номер n ($1 \leq n \leq 10$), то взятые из мешков монеты весят на n граммов меньше, чем в случае, когда все монеты настоящие. Поэтому номер мешка с фальшивыми монетами равен разности между числом 550 и весом взятых монет.

5. Ответ: 11.

Вычислим несколько первых членов данной последовательности: 7; 14; 17; 20; 5; 8; 11; 5; 8; 11; 5; ... Таким образом, начиная с пятого члена последовательности, будет повторяться одна и та же тройка чисел 5, 8, 11. Так как $2005 - 4 = 2001$, а 2001 кратно 3, то на 2005-м месте будет стоять число 11.

Ответ: $\frac{9}{729} = \frac{13}{1053} = \frac{6}{486}$.