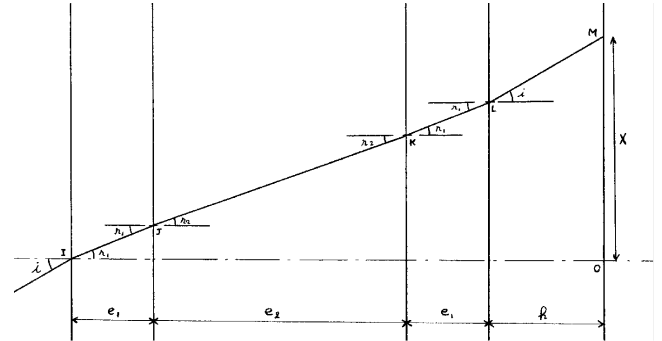


ENSAM 1995: Problème n°1: Optique: Etude d'un modèle simplifié de guidage de rayons lumineux:

1.1. Pour trouver l'angle de réfraction, il suffit d'utiliser la deuxième loi de Descartes: $n_0 \cdot \sin i = n_1 \cdot \sin r_1$; on obtient alors facilement:

d'émergence égal à i . Par conséquent, on peut affirmer que le rayon émerge dans la même direction qu'il est entré.

1.2. De la même façon, on a:



1.3. Il est clair que la loi de Descartes donne un angle de réfraction dans le milieu 3 égal à r_1 et un angle

1.4. Tous les milieux étant homogènes et isotropes, on a: $L = (IJ) + (JK) + (KL) + (LM)$
C'est-à-dire: $L = n_1 \cdot IJ + n_2 \cdot JK + n_1 \cdot KL + n_0 \cdot LM$. Donc:

1.5. Il est clair que: $L_o = \frac{n_0(2e_1 + e_2 + h)}{\cos i}$. Comme $\Delta L = L - L_o$, on a:

$$DL = \frac{2n_1 \cdot e_1}{\cos r_1} + \frac{n_2 \cdot e_2}{\cos r_2} - \frac{n_0(2e_1 + e_2 + h)}{\cos i} = 7,2 \text{ mm}$$

1.6. De simples considérations géométriques amènent à écrire:

$$X = OM = 2e_1 \cdot \tan r_1 + e_2 \cdot \tan r_2 + h \cdot \tan i = 36,5 \text{ mm}$$

1.7. Le chemin optique est, par définition, la distance qu'aurait parcouru la lumière si elle s'était propagée dans le vide (ou en première approximation dans l'air) pendant la même durée. L'observateur croit donc que la tache Γ se trouve à une distance égale au chemin optique la séparant de lui: $d = n_1 \cdot e_1 + n_2 \cdot e_2 = 21,7 \text{ mm}$

2.1. Le phénomène envisagé est la réflexion totale du rayon sur le dioptré M_1 / M_2 et M_2 / M_3 .

Or la loi de Descartes indique que $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$; donc, pour que le rayon ne pénètre pas dans le milieu 1 il est nécessaire que $n_2 \cdot \sin i_2 > n_1$.

Or, il est clair que $r_2 + i_2 + \frac{\pi}{2} = \pi$, et on a:

$$\sqrt{1 - \sin^2 i_2} = \frac{n_0}{n_2} \sin i$$

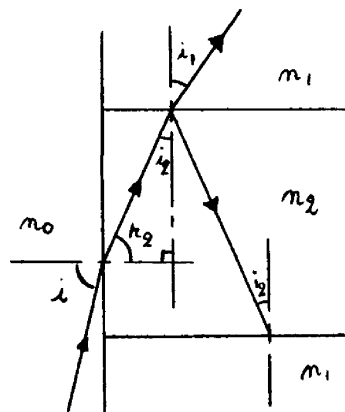
$n_2 \cdot \sin r_2 = n_0 \cdot \sin i$; donc:

Ainsi, pour qu'il y ait réflexion totale, il faut que:

$$\sin i < \frac{n_2}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}}$$

$$\text{Donc: } i_{\max} = \text{Arcsin} \left(\sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_0^2}} \right) = 44^\circ$$

Il est clair que si cette condition est réalisée, le rayon subit une réflexion totale sur le dioptré M_2 / M_1 et arrive ensuite sur le dioptré M_2 / M_3 avec la même incidence, donc subit à nouveau une réflexion totale est ainsi de suite: il est donc « guidé » jusqu'à la face de sortie.



2.2. Le rayon d'incidence normale suit le chemin optique $n_2 \cdot D$; tandis que celui qui arrive avec une incidence $i_{\max}$ va parcourir le

milieu 2 avec un angle r_2 par rapport à l'axe, son chemin optique est donc: $\frac{n_2 \cdot D}{\sin i_2}$ avec $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2}$ puisque $i = i_{\max}$

$$\text{donc } DL_2 = n_2 \cdot D \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) = 38,3 \text{ mm}$$

2.3. Par définition, le chemin optique est la distance qu'aurait parcouru la lumière pendant la même durée si elle s'était propagée dans le vide, donc: $Dt = \frac{DL_2}{c} = \frac{n_2 \cdot D(n_2 - n_1)}{n_1 \cdot c} = 1,28 \cdot 10^{-10} \text{ s}$

3.1. L'indice de la couche en contact avec M_1 ou M_3 est: $n'' = n_2 - \frac{M-1}{2} \Delta n = n_1 + \Delta n$ donc: $n'' = \frac{2n_2 + (M-1)n_1}{M+1}$

Lorsque $M = 5$ couches, on trouve: $n'' = \frac{n_2 + 2n_1}{3} = 1,39$

3.2. De la même façon que dans la question 2.1.,

$$\text{on a: } n_0 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r_2 ; r_2 + i_2 + \frac{\pi}{2} = \pi ;$$

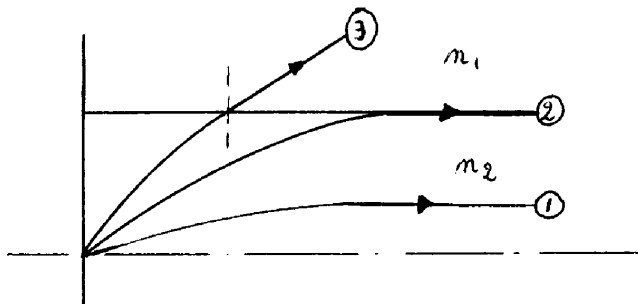
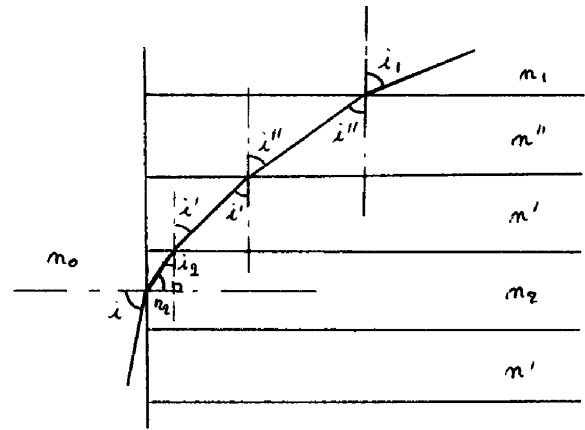
$$n_2 \cdot \sin i_2 = n' \cdot \sin i' = n'' \cdot \sin i'' = n_1 \cdot \sin i_1.$$

La condition reste identique à celle de la question 2.1.:

$$i_{\max} = \text{Arcsin} \left(\sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_0^2}} \right) = 44^\circ$$

3.3. L'angle $i_{\max}$ étant indépendant de M , il est clair qu'il reste le même lorsque M tend vers l'infini.

3.4. On obtient donc, lorsque M est infini (c'est-à-dire lorsque l'indice varie continûment):



$$\begin{aligned} i_1 &< i_{\max} \\ i_2 &= i_{\max} \\ i_3 &> i_{\max} \end{aligned}$$

3.5. La figure précédente montre qu'un rayon dirigé vers le haut devient parallèle au sol si $i < i_{\max}$. Ainsi, dans des régions polaires, à cause des grandes différences de température entre le sol (ou la banquise) et l'atmosphère, l'indice varie beaucoup avec l'altitude, on croit voir un bateau dans le ciel (c'est-à-dire en regardant vers le haut) alors qu'il est sur l'eau. C'est le même phénomène, mais inversé, dans les déserts où on croit voir une surface réfléchissante loin devant soi, alors que ce n'est que l'image du ciel. Tous ces phénomènes ont une seule et même explication: dans un milieu non homogène la lumière ne se propage pas en ligne droite mais suivant une courbe, l'oeil en est donc trompé.