

Câu 32. [2H2-2.3-3] (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a thì thể tích khối cầu là:

A. $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{216}$

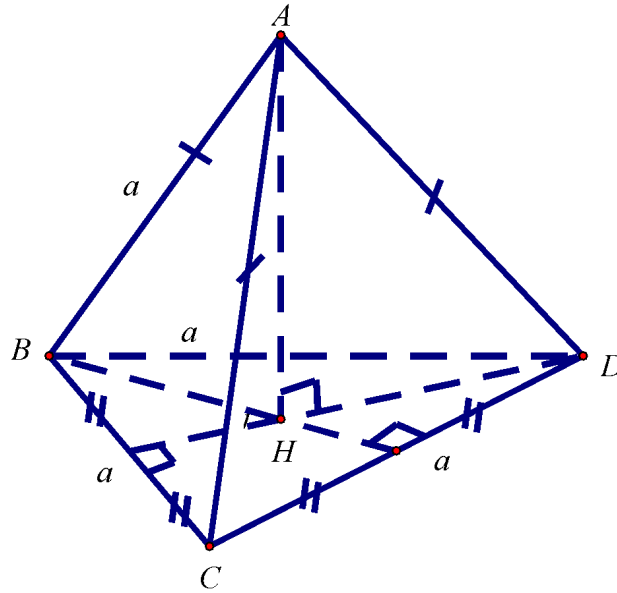
B. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{144}$

C. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{96}$

D. $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{124}$

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD và G là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là:

$$r = d(G, (ABC)) = d(G, (BCD)) = d(G, (ACD)) = d(G, (ABD))$$

Ta có: $V_{G.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot d(G, (BCD)) \Rightarrow d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}}$

Mà $V_{G.BCD} = V_{G.ABC} = V_{G.ABD} = V_{G.ACD}$ (vì $S_{BCD} = S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ACD}$).

Mặt khác $V_{G.BCD} + V_{G.ABC} + V_{G.ABD} + V_{G.ACD} = V_{ABCD} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$

$$BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}; \quad AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}$$

$$\Rightarrow r = d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$$

Vậy thể tích khối cầu nội tiếp tứ diện là: $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{216}$

