

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап  
профиль «Арктика»**

**ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС**

---

**ЭТАП 1.**

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Климат Арктики очень суровый, зима здесь наступает в конце сентября – начале октября, и температуры воздуха колеблются от  $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Толщина плавучих ледяных островов составляет в среднем 2-3 м, что позволяет устанавливать на них крупногабаритное измерительное оборудование. Однако в связи с глобальным изменением климата, лето в Арктику приходит раньше и наблюдается потепление вод арктических морей. Лед начал таять, а оборудование эвакуировать не успели.

Для спасения оборудования было предложено исследовать техническое решение, основанное на солевом охлаждении. При смешивании льда с солью образуется жидкость с отрицательной температурой. При правильном подборе состава смеси в обычных условиях при использовании поваренной соли удастся достигнуть температур до  $-21\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Необходимо разработать прототип «грелки» – плоского полиэтиленового пакета со смесью, который позволил бы притормозить таяние или даже стимулировать увеличение толщины льдины.

---

**Для того, чтобы определить потенциал явления солевого охлаждения при проектировании прототипа «грелки», команде требуется:**

1. Подготовить план эксперимента для исследования зависимости температуры получаемой смеси от пропорций поваренной соли ( $\text{NaCl}$ ) и льда.
2. Изучить явление солевого охлаждения, подобрав оптимальный состав смеси поваренной соли ( $\text{NaCl}$ ) и льда, которая дает минимальную температуру.
3. Собрать прототип «грелки», использовав оптимальный состав смеси поваренной соли ( $\text{NaCl}$ ) и льда.
4. Исследовать скорость теплообмена «грелки» с воздушной средой. С использованием полученных данных оценить ее коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ .
5. Обработать данные с использованием метода наименьших квадратов (Приложение 2). Обработку данных необходимо реализовать в программном пакете C++.
6. На основании выполненного эксперимента по исследованию прототипа «грелки» построить математическую модель и оценить эффективность решения для реальной льдины.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»**

**ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС**

---

7. Сформулировать и обосновать предложения, которые позволили бы улучшить качество исследования.

**НАПОМИНАЕМ:**

1. Вы – команда, и для успешного выполнения задачи необходимо работать сообща. Рекомендуется распределить роли в команде.
2. Вам разрешается пользоваться интернетом для поиска информации.
3. Перед тем, как приступить к решению кейса, важно прочитать весь кейс от начала до конца.

**ВНИМАНИЕ!**

**ПЕРЕД НАЧАЛОМ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ОБЯЗАТЕЛЬНО ИЗУЧИТЕ  
ТЕХНИКУ БЕЗОПАСНОСТИ (ПРИЛОЖЕНИЕ 1).**

**ЭТАП 2.**

**ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА**

**Состав оборудования для проведения эксперимента:**

1. Калориметр – 1 шт.
  2. Термометр – 1 шт.
  3. Поваренной соль (NaCl) – 500 г.
  4. Лед при 0 °С – 500 г.
  5. Стаканы – 6 шт.
  6. Пластиковая ложка – 3 шт.
  7. Емкость для слива использованных растворов – 1 шт.
  8. Весы – 1 шт.
  9. Линейка – 1 шт.
  10. Перчатки – 2 шт.
  11. Пенопластовая «доска» – 1 шт.
  12. Полиэтиленовый пакет – 1 шт.
  13. Устройство для запаивания пакетов – 1 шт (доступ предоставляется по требованию).
  14. Ноутбук с выходом в сеть Интернет и необходимым ПО для исследования – 1 шт.
-

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап  
профиль «Арктика»**

**ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС**

**Рекомендации к последовательности и порядку выполнения работы по сборке  
установки, получению, обработке и предоставлению данных.**

1. Для исследования зависимости температуры получаемой смеси от пропорций поваренной соли (NaCl) и льда рекомендуется рассмотреть пять различных растворов с соотношениями соли, льда и воды представленными в таблице:

№	1	2	3	4	5
$C_{\text{NaCl}}, \%$	5	10	25	45	65
$m_{\text{NaCl}}, \text{Г}$	5	10	25	45	65
$m_{\text{льда}}, \text{Г}$	85	80	65	45	25
$m_{\text{воды}}, \text{Г}$	10	10	10	10	10

2. При определении минимальной температуры раствора считайте, что показания термометра минимальны, если температура не меняется в течение 30 с или начинает расти. Смесь рекомендуется все время помешивать. Теплоемкостью калориметра и термометра можно пренебречь. Оцените погрешности измеряемых величин.
3. Для создания прототипа «грелки» поместите в запаиваемый полиэтиленовый пакет 100 г смеси с оптимальным составом (состав, который дает минимальную температуру), дождитесь, когда весь лед растает. Установите прототип «грелки» на модель льдины – пенопластовую доску. Щуп термометра положите под «грелку», после этого «грелку» не перемещайте. Подождите 2 мин.
4. Измерьте температуру нагревания «грелки»  $T_{\text{грелки}}$  на протяжении 30 мин с шагом 2 мин. Результаты запишите в таблицу.
5. Для исследования скорости теплообмена «грелки» с воздушной средой необходимо использовать закон Ньютона-Рихмана, который гласит, что количество теплоты  $Q$ , отданное через площадку на границе раздела тел площадью  $S$  за время  $\Delta t$ , пропорционально разности температур этих тел:

$$\frac{Q}{St} = (T_{\text{воздуха}} - T_{\text{грелки}}), \quad (1)$$

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»**

**ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС**

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи – плотность теплового потока при перепаде температур на 1 °С, измеряется в Вт/(м<sup>2</sup>·°С).

Теплота, получаемая грелкой равна:

$$Q = cmT_{\text{грелки}} \quad (2)$$

Подставив уравнение (2) в уравнение (1), получаем:

$$\frac{T_{\text{грелки}}}{t} \frac{cm}{S} = (T_{\text{воздуха}} - T_{\text{грелки}}) \quad (3)$$

На основании данных, полученных в пункте 4, рассчитайте скорость изменения температуры грелки  $\frac{T_{\text{грелки}}}{t}$  за каждые 2 мин. Результаты запишите в таблицу.

Постройте график зависимости скорости изменения температуры грелки от температуры самой грелки  $\frac{T_{\text{грелки}}}{t} (T_{\text{грелки}})$ . С использованием метода наименьших квадратов (Приложение 2) определите коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ . Оцените погрешность этой величины. Удельную теплоемкость смеси соли и льда приближенно принять равной удельной теплоемкости пресной воды. Обработку данных с использованием метода наименьших квадратов необходимо реализовать в программном пакете C++.

6. После исследования прототипа сформулируйте и обоснуйте предложения, которые позволили бы улучшить качество исследования, а также оцените возможности применения подхода солевого охлаждения для сохранения настоящей льдины.

**ЭТАП 3.**

**ЗАЩИТА РЕШЕНИЯ КЕЙСА**

Для успешной защиты решения кейса команде потребуется к моменту окончания времени работы подготовить в электронном виде отчет о выполнении работы, который должен включать следующие элементы:

1. Титульный лист, цель, задачи, а также план эксперимента.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап  
профиль «Арктика»**

**ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС**

---

2. Таблица измерений минимальной температуры для пяти растворов с различным соотношением поваренной соли (NaCl) и льда. Определен оптимальный состав «грелки» (состав, который дает минимальную температуру).
3. Таблица измерений температуры нагревания «грелки», а также рассчитанной скорости изменения температуры грелки.
4. График зависимости скорости изменения температуры грелки от температуры самой грелки  $\frac{T_{грелки}}{t} (T_{грелки})$ .
5. Код программы на C++ для обработки данных методом наименьших квадратов.
6. Значение коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  с погрешностью.
7. Список выводов о проделанной работе, а также об оценке эффективности прототипа.
8. Список предложений по улучшению качества исследования, а также гипотезы возможности применения подхода солевого охлаждения для сохранения настоящей льдины.

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

**1. Постановка и проведение эксперимента (всего 155 баллов)**

- Приведен план (описание) эксперимента – **20 баллов**.
- Для пяти растворов с различным соотношением поваренной соли (NaCl) и льда определена минимальная температура – **30 баллов** (по 6 баллов за одно измерение).
- Указана погрешность измерения минимальной температуры растворов – **10 баллов**.
- Определен оптимальный состав охлаждающей «грелки» (состав, который дает минимальную температуру) – **20 баллов**.
- Собран прототип «грелки» с использованием оптимального состава охлаждающей смеси – **30 баллов**.
- Измерена температура «грелки»  $T_{грелки}$  на протяжении 30 мин с шагом 2 мин – **30 баллов**. Если измерено меньшее число экспериментальных точек, оценка снижается пропорционально (2 балла за измерение одной экспериментальной точки).
- Указана погрешность измерения температуры – **15 баллов**.

**2. Обработка полученных данных (всего 155 баллов)**

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

**Заключительный этап  
профиль «Арктика»**

**ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС**

---

- Рассчитана скорость изменения температуры грелки  $\frac{T_{\text{грелки}}}{t}$  за каждые 2 мин – **20 баллов**.
- Построен и правильно оформлен график зависимости скорости изменения температуры грелки от температуры самой грелки  $\frac{T_{\text{грелки}}}{t} (T_{\text{грелки}})$  – **30 баллов**.  
Если график построен с ошибками в оформлении (не подписаны оси, не указаны размерности, неверно отмечены отдельные точки и т.д.) – 20 баллов.
- С использованием метода наименьших квадратов определен коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  – **30 баллов**. Если использованы другие методы, при обоснованном ответе ставить 20 баллов.
- Обоснован метод определения погрешности коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  и дана ее оценка – **30 баллов**.
- Реализована обработка данных с использованием метода наименьших квадратов в программном пакете C++ – **45 баллов**. Синтаксические ошибки до -5 баллов за каждую.

**3. Моделирование систем и процессов (всего 40 баллов)**

- Приведен список обоснованных предложений по улучшению качества исследования (не менее двух предложений) – **20 баллов**. Если предложения не обоснованы ставить за каждое не более 5 баллов.
- Проведена оценка возможности применения подхода солевого охлаждения для сохранения настоящей льдины с использованием математической модели или оценочных расчетов – **20 баллов**. Если приведена только качественная оценка – 25 баллов.

<b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1</b>
---------------------

<b>ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ</b>
-----------------------------

1. Не пробовать никакие вещества на вкус. Даже если это вода или поваренная соль, это вещества для лабораторного применения, они не соответствуют стандартам веществ, употребляемых в пищу.

**МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
Заключительный этап  
профиль «Арктика»**

**ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС**

2. Стараться не проливать воду или растворы. При перемешивании соблюдать осторожность. Не брызгаться в соседей. Если случайно пролили раствор – обратитесь к организаторам за тряпкой.
3. Раствор поваренной соли (NaCl) может оставить следы на одежде, привести к раздражению кожи и глаз. Не подносите растворы близко к лицу. При попадании даже небольшого количества раствора на стол или руки, остановите эксперимент, протрите все насухо, вымойте руки под краном.
4. При солевом охлаждении температура внутреннего стакана калориметра может понижаться до отрицательных значений. Не касайтесь стакана голыми руками!

**Правила безопасности очень важны. Команда, замеченная за нарушением правил безопасности, будет дисквалифицирована.**

**ПРИЛОЖЕНИЕ 2**

**МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ**

Очень часто в физике и других науках, связанных с обработкой данных, возникает следующая задача. Известно, что физические величины  $x$  и  $y$  связаны следующей формулой  $y = a + bx$ , однако численные значения коэффициентов  $a$  и  $b$  не известны. При этом, известен результат нескольких измерений значений величины  $y$ , при различных значениях величины  $x$ . Требуется определить значения величин  $a$  и  $b$ .

Такая задача не вызвала бы трудности, если бы измерения не были подвержены случайным ошибкам. В таком случае, значения  $a$  и  $b$  могли бы быть получены, например, как решение системы уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = a + bx_1 \\ y_2 = a + bx_2 \end{cases}$$

На практике, при выборе разных пар значений  $x_i$  и  $y_i$  вы получите разные результаты значений  $a$  и  $b$ . Поэтому нужен способ, который даст возможность получить значения  $a$  и  $b$  с учетом всех измеренных точек. При применении *графического способа* на координатной плоскости  $(x; y)$  строят пары всех точек  $x_i$  и  $y_i$ , через которые пытаются «на глаз» провести «наилучшую» прямую, которая наиболее близко проходит ко всем точкам. Коэффициенты  $a$  и  $b$  этой прямой, считаются искомыми коэффициентами зависимости

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

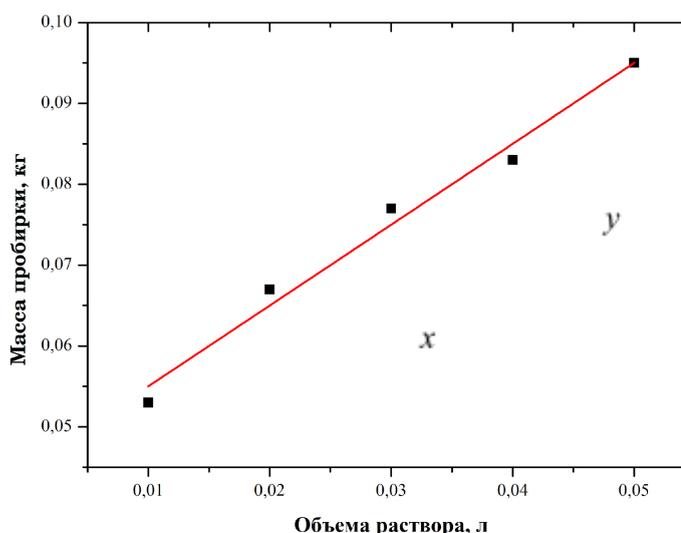
ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС

$y = a + bx$ . Несмотря на простоту метода, он дает вполне приемлемые результаты (см. пример ниже).

*Пример:*

Вася проводит измерение массы пробирки с раствором  $y$  в зависимости от объема налитого в нее раствора  $x$ . Результаты его измерений приведены в таблице, также показан построенный им график. Ошибки в измерении величины  $y$  приводят к разбросу точек относительно прямой.

$x$ , л	$y$ , кг
0,01	0,053
0,02	0,067
0,03	0,077
0,04	0,083
0,05	0,095



Из графика легко видеть, что точки лежат близко к одной прямой, коэффициенты которой легко определить. Коэффициент  $a$  определяется как ордината точки пересечения прямой с осью  $y$ , а коэффициент  $b$ , как угловой коэффициент прямой  $\Delta y/\Delta x$ . Из этих параметров можно определить и плотность жидкости, и массу пустой пробирки.

Главная проблема графического метода – необходимость участия человека, такой метод не может быть осуществлен при автоматизированной обработке данных, а результат во многом зависит от мнения одного конкретного человека. Этому недостатка лишен *метод наименьших квадратов*, который позволяет выразить коэффициенты  $a$  и  $b$  через известные значения  $x$  и  $y$  по следующим формулам:

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$
$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

МОСКОВСКАЯ ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Заключительный этап  
профиль «Арктика»

ФИНАЛЬНЫЙ КОМАНДНЫЙ КЕЙС

---

В этих формулах знак  $\sum_{i=1}^n$  означает суммирование по индексу  $i$ , пробегающему значения от

1 до  $n$ , например  $\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ ,  $\sum_{i=1}^n x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$ ,

$\sum_{i=1}^n x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$ , а число  $n$  – количество пар измерений величин  $x_i$  и  $y_i$ .

*При реализации метода наименьших квадратов в программном пакете C++ суммирование удобно осуществлять в цикле, если значения  $x_i$  и  $y_i$  помещены в массивы.*