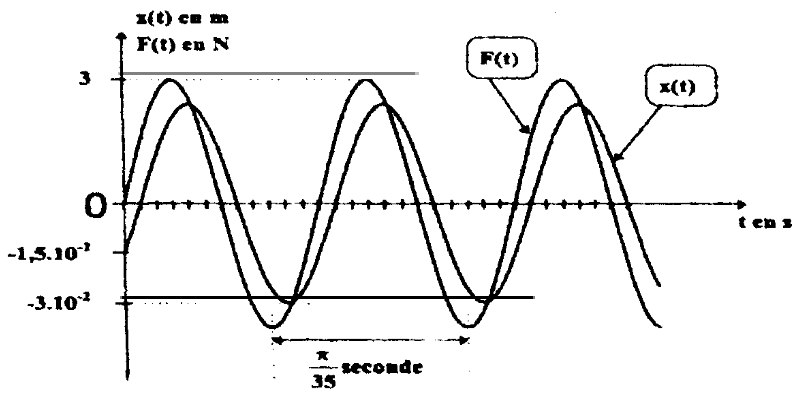
E.MOKADDEM **2012/2013**
4°M

(o **rcé)**

EX N°1

Un solide **S** de masse **M** raideur k pouvant osciller le long d'un axe **ox** horizontal dont l'origi équilibre du solide. On suppose que le solide est soumis à une f la forme $\vec{f} = -h\,\vec{v}$ où **h** est une constante positive.
Les oscillation d'une force excitatrice de la forme :
$\vec{F} = F(t)\,\vec{i}$ l'élongation **x** vérifie l'équation différentielle suivante :

M $\frac{d^2x}{dt^2}$ **+ h** d (ω t) dont la solution est de la forme $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_x)$.
Un dispositif approp de tracer les courbes **x(t)** et **F(t)** ; on obtient la figure suivante :

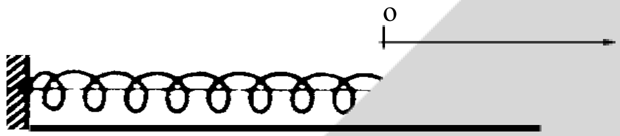


1) **a)** Déterminer les expressions de **x(t)** et **F(t).**
   b) Faites la représentation de Fresnel en prenant l'axe origine des phases initiales horizontal et l'échelle : **1N** ↔ **1 cm**
   c) En déduire **h** et **k**.
   d) Préciser en utilisant l'analogie formelle mécanique-électrique si le circuit électrique équivalent est un circuit inductif, capacitif ou résistif ?
2) On fait varier progressivement la pulsation **ω** de l'excitateur à partir de sa valeur précédente dans le but d'obtenir une résonance d'élongation
   a- Déterminer en utilisant la représentation de Fresnel l'expression de l'amplitude x_m de l'élongation en fonction de **h, k, m** ,F_m et de la pulsation **ω** .
   b- Déterminer l'expression de la pulsation ω_r pour laquelle on a résonance d'élongation en fonction de la pulsation propre ω_0 , de **h** et de la masse **m** .
   c- Sachant que la liaison entre le ressort et le solide ne supporte pas une tension supérieure à **7N** , vérifier en effectuant le calcul nécessaire si la liaison ressort-solide cédera à la résonnance d'élongation.
3) A partir de la valeur ω_r précédente de la pulsation , on souhaite obtenir une résonnance de vitesse.
   a- Faut-il augmenter ou diminuer la valeur de la pulsation **ω** ? justifier la réponse.
   b- Calculer alors la puissance mécanique moyenne absorbée par l'oscillateur.
   c- Montrer que l'oscillateur se comporte alors comme un oscillateur libre non amorti et que son énergie mécanique reste constante au cours du temps. Calculer cette constante.

EX N°2

Un pendule élastique est constitué par un ressort de raideur **k** dont l'une des extrémités est relié à un point fixe et l'autre est soudé à un solide **(S)** de masse m pouvant se déplacer sur un plan horizontal.

La position d'équilibre de **(S)** coïncide avec l' … enté comme l'indique la figure suivante :



Le solide subit l'effet d'un … **(ω t) i** en même temps qu'une force de frottement visqueux **f** = …

1) Etablir l'équatio … élongation **x** .

2) La solution de … crire sous la forme $\mathbf{x = x_m \, Sin\,(\,\omega\, t + \varphi_x\,)}$

On prend … $\mathbf{2\ Nm^{-1}s}$, $\mathbf{\omega = 15\ rd.s^{-1}}$, $\mathbf{F_m = 12{,}5\ N}$

a-Calcule … e Fresnel les valeurs de $\mathbf{x_m}$ et $\mathbf{\varphi_x}$.

b-Le po … t le ressort ; ne supporte pas une tension supérieure à **9 N** . Vérifier si po … e la soudure risque de rompre. Faut-il augmenter ou diminuer ω pour éviter la ca … ? Justifier la réponse .

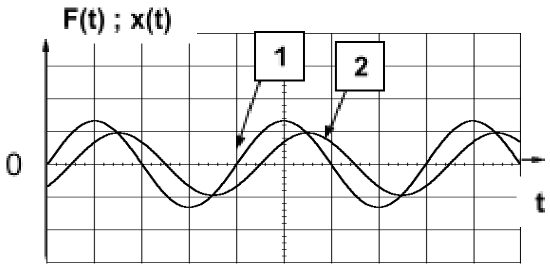
3) Donner l'allur … $\mathbf{x_m = f\,(\,\omega\,)}$ pour $\mathbf{h = 15\ N.m^{-1}s}$ **.**

EX N°3

Un pendule élastique co…stitué d'un ressort de raideur **k** disposé horizontalement sur un plan parfaitement lisse et dont l'une des extrémité est fixe et l'autre soudée à un solide de masse **m** . Le solide est soumis à une force excitatrice horizontale $\vec{F} = \mathbf{F_m\ Sin\,(\,\omega t)}\,\vec{i}$ tout en subissant l'effet d'une force de frottement visqueux modélisée par $\vec{f} = -\,h\,\vec{v}$

1) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'élongation x. On considère un axe (Ox) horizontale dirgé vers les allongements du ressort et dont l'origine coïncide avec la position d'équilibre.
2) Sur le schéma ci-dessous , sont représentées les courbes de variation de **x(t)** et **F(t).**
   - **a)** Identifier parmi les courbes **1** et **2** ; **x(t)** et **F(t)**. Justifier la réponse ;
   - **b)** Expliciter **x (t)** et **F(t)** sachant que :
     1division horizontal = **π/140 s**
     1division vertical = **4 N** pour **F(t)** et **8 cm** pour **x(t)**
   - **c)** Déterminer par une méthode graphique utilisant la représentation de Fresnel **h** et **m**.
     On donne $\mathbf{k = 100\ N.m^{-1}}$

   On choisira l'échelle **1N = 1cm** et **l'axe origine des phases initiales horizontal**



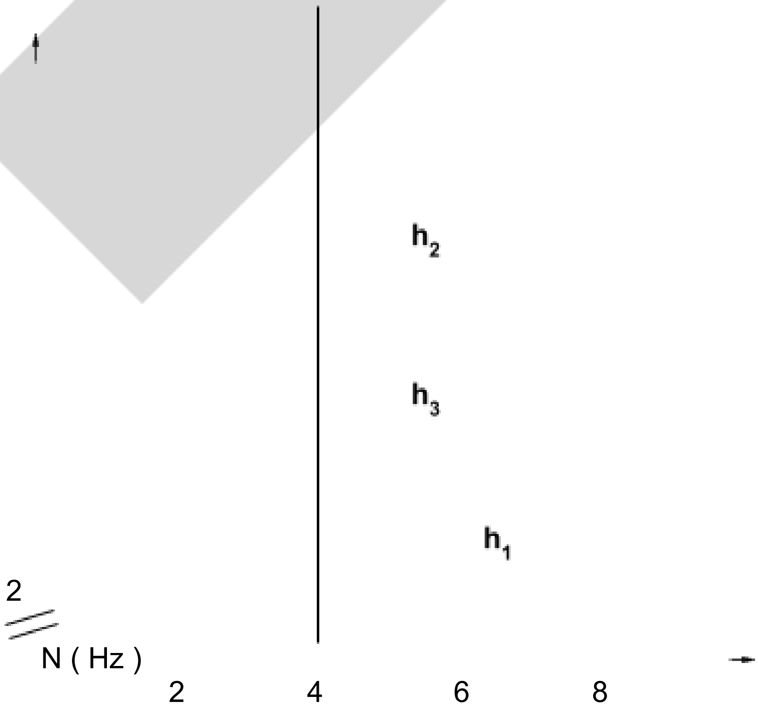
3) On fait varier la pulsation ω de l'excitateur à partir de sa valeur précédente jusqu'à ce que les deux courbes précédentes deviennent en quadrature de phase ;
   - **a)** Montrer que l'oscillateur est alors le siège d'une résonance de vitesse.
   - **b)** Faut-il augmenter ou diminuer la pulsation à partir de sa valeur initiale pour atteindre ce but ? Justifier la réponse.
4) On rappelle que la pulsation ω_r correspondant à la résonnance d'élongation s'exprime de la manière suivante : $\omega_r = \sqrt{\omega_o^2 - \dfrac{h^2}{2m^2}}$ avec $\mathbf{\omega_o}$ pulsation propre de l'oscillateur.
   - **a)** Déterminer la valeur de l'amplitude $\mathbf{x_{mr}}$ à la résonnance d'élongation
   - **b)** En utilisant l'analogie formelle mécanique-électrique déterminer l'expression de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur analogue et préciser si le circuit est inductif , capacitif ou équivalent à une résistance pure .

EX N°4

Un pendule élastique constitué d'un re[illegible]aché un solide de masse m est excité par une force $F = F_m \sin(2\pi$ [illegible] force de frottement fluide du type $f = -h.v$.

Pour trois valeurs h_1, h_2 et h[illegible]n trace la courbe de réponse $x_m = f(N)$ x_m étant l'amplitude des él[illegible]uence des excitations.

Les trois courbes obten[illegible]ure ci-dessous.



L'expression de x_m en fonction N , k , m , F_m et h est la suivante :

$$x_m = \frac{F_m}{\sqrt{4\pi^2 h^2 N^2 + (k - 4\pi^2 m N^2)^2}}$$

1) **a-** Déterminer à partir de la courbe la valeur de k sachant que $F_m = 2$ N .

b- En déduire la fréquence propre N_0 de l'oscillateur sachant que m = 144 g .

2) **a-** Déterminer l'expression de la fréquence N_r correspondant à une résonance d'élongation.

b- Classer les valeurs de h_1 , h_2 et h_3 par ordre croissant. Justifier la réponse.

3) Déterminer à partir de la courbe la valeur de h_2 .

4) On considère le cas où $h = h_2$ et N = 4 Hz .

a- Faites la représentation de Fresnel correspondante en prenant comme échelle : 1N $\leftrightarrow$ 2 cm

b- En déduire la valeur de φ_x .

c- Calculer la puissance mécanique moyenne absorbée par l'oscillateur.

d- Faut-il augmenter ou diminuer la valeur de N pour rendre cette puissance maximale ?Justifier.

e- Que risque-t-il de se produire si on annule le frottement fluide et on prend $N = N_0$?Justifier.

EX N°5 (bac 2009)

Un solide (S) de masse **m** est fixé à l'une de [illegible] non jointives, de masse négligeable, de raideur **k = 25 N.m⁻¹** et [illegible] de (S) est assujetti à se déplacer suivant l'axe du ressort (R [illegible] étant soumis à des frottements visqueux équivalents à une force $\vec{f}$ [illegible] ive appelée coefficient de frottement et $\vec{v}$ est la vitesse i[illegible] = **1,4 N.s.m⁻¹**.

On applique au solide (S) une force [illegible] $\vec{i}$ est le vecteur directeur unitaire de l'axe du ressort (R) [illegible] citateur. Le solide (S) se met à osciller suivant **(O, $\vec{i}$)**, de part et [illegible] de son centre d'inertie G.

On désigne par **x(t)** l'élongation de G [illegible] u repère **(O, $\vec{i}$)**.

1. a) Par application de la relation [illegible] trer que les oscillations du centre d'inertie G du solide (S) son[illegible]

$$\frac{d^2}{} \ldots \quad \omega_o^2 = \frac{k}{m}.$$

b) Cette équation différe[illegible] $X_m\sin(2\pi Nt + \varphi_x)$.

Un solide (S) [illegible] extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeab[illegible] t l'autre extrémité est fixe. Le solide (S) est assujetti à se dépla[illegible] aintenu fixe et horizontal, tout en étant soumis à des frottements visque[illegible] $h\vec{v}$, où **h** est une constante positive appelée coefficient de fro[illegible] tanée du solide (S). on donne **h = 1,4 N.s.m⁻¹**.

On appl[illegible] atrice $\vec{F}$ = **(1,1.sin2πNt)**. $\vec{i}$, où $\vec{i}$ est le vecteur directeur unita[illegible] st la fréquence réglable de l'excitateur. Le solide (S) se met à oscille[illegible] e de la position d'équilibre O de son centre d'inertie G.

On désigne[illegible] ction du temps par rapport au repère **(O, $\vec{i}$)**.

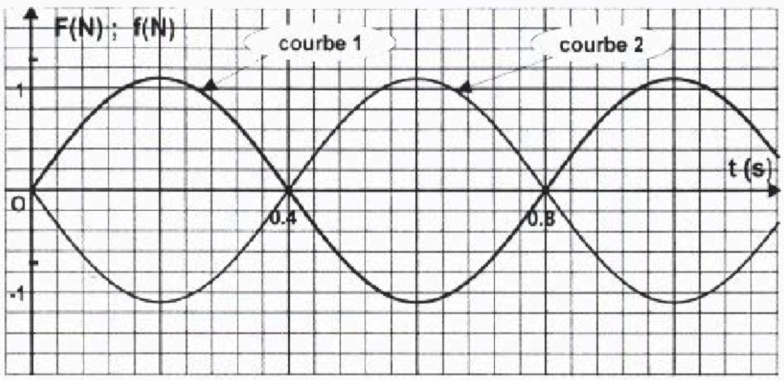
1. a) Par [illegible] entale de la dynamique, montrer que les oscillations du centre d'i[illegible] par l'équation différentielle :

$$\ldots + \omega_o^2.x = \frac{F}{m}, \text{ où } \tau = \frac{m}{h} \text{ et } \omega_o^2 = \frac{k}{m}.$$

b) Cette [illegible] met comme solution $x(t) = X_m\sin(2\pi Nt + \varphi_x)$.

De quel régime [illegible] s'agit-il ?Justifier [illegible]

2. La fréquence **N** de l'[illegible] ateur étant fixée à une valeu[illegible] particulière **N_1**, on trace avec un dispositif approprié, les chronogrammes de la figure ci-contre ; l'un représente l'évolution de F et l'autre représente celle de **f** au cours du temps.



a) Déterminer parmi les courbes (1) et (2) celle qui représente **F(t)**.

b) A l'aide des deux courbes (1) et (2), déterminer :
- la valeur **N_1** de la fréquence de l'excitateur,
- la valeur de l'amplitude **f_m** de la force de frottement $\vec{f}$,

En déduire la valeur de **X_m** et celle de **φ_x**.

c) Montrer qu'à tout instant t, x(t) vérifie la relation : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_o^2.x = 0$

En déduire que l'oscillateur {(S), (R)} est en résonance de vitesse.
Montrer que son énergie totale E est constante.

d) Déterminer la valeur de la masse **m** du solide (S).

EX N°6

Un pendule élastique constitué par un ressort de raideur **k = 40 N.m⁻¹**, dont l'une des extrémités est fixe et l'autre soudée à un solide supposé ponctuel de masse **m** ,glisse sans frottement sur un plan horizontal sous l'effet d'une force excitatrice $\vec{F}$ = **F(t)** $\vec{i}$

Le mouvement du centre de gravité **G** du solide est rapporté à un axe **(ox)** horizontal d'origine **o** coïncidant avec la position d'équilibre du solide et dirigé vers les allongements du ressort. Au cours de son mouvement le solide est en plus soumis à une force de frottement fluide $\vec{f} = -h\,\vec{v}$ **.**

Les expressions des valeurs algébriques **T(t) et F(t)** respectivement de la tension du ressort et de la force excitatrice exprimées en newton sont données ci-dessous :

F(t) = 5 sin(10t) et T(t) = 10 Sin(10t + π/2)

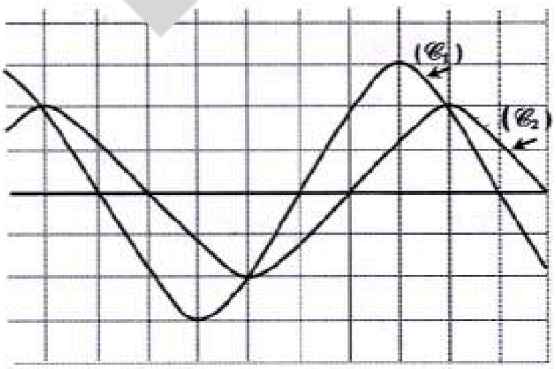
L'équation différentielle vérifiée par l'élongation x est : $$m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + kx = F$$

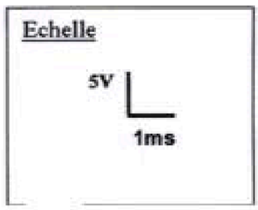
1) Déterminer l'expression de $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_x)$
2) En déduire celle de la vitesse $v(t) = v_m \sin(\omega t + \varphi_v)$
3) En déduire que l'oscillateur est dans un état de résonance de vitesse.

4) Construire la représentation de Fresnel
5) Déterminer alors les valeurs de la m
6) En utilisant l'analogie formelle m n effectuant les calculs nécessaires si le condensateur tension.

EX N°7

Un **(G.B.F** ale **u(t)** d'expression $\mathbf{u(t) = U_m \sin(2\pi N t + \frac{\pi}{2})}$ alimente un circuit co teur de capacité $\mathbf{C = 6.10^{-6}\,F}$, une bobine d'inductance **L** et de résistance e résistance $\mathbf{R = 100\ \Omega}$.
A l'aide d'un osc ualise simultanément les tensions **u(t)** aux bornes du **(G.B.F)** et $\mathbf{u_R(t)=U_{Rm}\sin(2\pi N}$ rnes du résistor . On obtient les courbes représentées ci-dessous :





1) Montrer que la courbe **(C$_1$)** correspond à la tension **u(t)** et justifier que la courbe **(C$_2$)** permet l'étude de la variation de l'intensité **i(t)** du courant électrique dans le circuit au cours du temps.
2) En exploitant l'oscillogramme , déterminer :
   a- La fréquence **N** et les valeurs des tensions maximales $\mathbf{U_m}$ et $\mathbf{U_{Rm}}$
   b- Le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ de l'intensité **i** par rapport à la tension **u(t).** justifier le signe de $\Delta\varphi$
3) Déterminer l'expression de l'intensité **i(t)** qui circule dans le circuit en fonction du temps en précisant les valeurs de l'amplitude $\mathbf{I_m}$, de la pulsation $\boldsymbol{\omega}$ et de la phase initiale $\boldsymbol{\varphi_i}$
4) **a-** compléter, à l'échelle , la construction de Fresnel de la figure ci-dessous en représentant dans l'ordre , les deux vecteurs de Fresnel correspondant aux tensions $\mathbf{u_C(t)}$ (de module $\frac{I_m}{\omega}$) et $\mathbf{u_L(t)}$ (de module $\mathbf{L\omega I_m}$)
   b- En exploitant cette représentation de Fresnel , montrer que le circuit est inductif.
   c- Déduire la valeur de la résistance **r** de la bobine et celle de son inductance **L**.
   d- Déterminer graphiquement la tension maximale $\mathbf{U_{(B+C)m}}$ aux bornes de l'ensemble { bobine , condensateur}
   e- Déterminer la fréquence **N** qui permet d'obtenir une représentation de Fresnel où le vecteur de Fresnel correspondant à la tension **u(t)** devient symétrique du précédent par rapport à la direction du vecteur représentant $\mathbf{U_{mR}}$. Tracer alors les deux vecteurs représentant $\frac{I_m}{\omega}$ et $\mathbf{L\omega I_m}$.