E.MOKADDEM **2012/2013**
4°M

(o… …rcé)

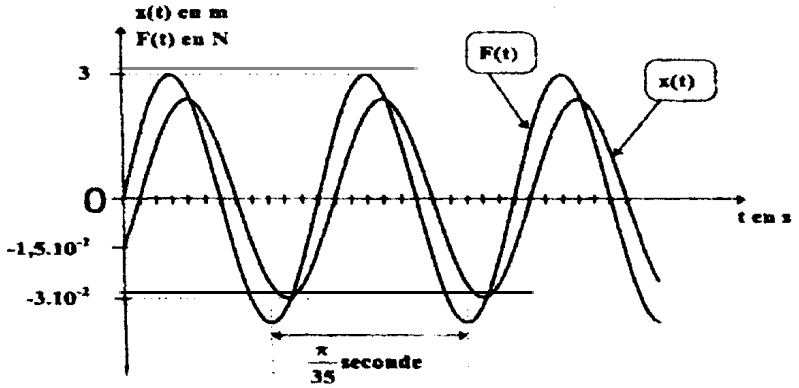
EX N°1

Un solide **S** de masse **M** … raideur k pouvant osciller le long d'un axe **ox** horizontal dont l'origi… équilibre du solide. On suppose que le solide est soumis à une f… la forme $\vec{f} = -h\,\vec{v}$ où **h** est une constante positive. Les oscillation… d'une force excitatrice de la forme :

$\vec{F} = F(t)\,\vec{i}$ … l'élongation **x** vérifie l'équation différentielle suivante :

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + kx = F_m \sin(\omega t)$$ dont la solution est de la forme $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_x)$.

Un dispositif approp… de tracer les courbes **x(t)** et **F(t)** ; on obtient la figure suivante :

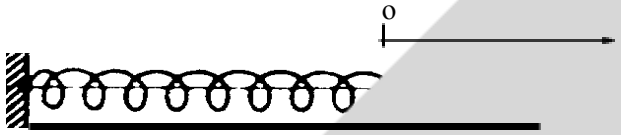


1) **a)** Déterminer les expressions de **x(t)** et **F(t).**
   b) Faites la représentation de Fresnel en prenant l'axe origine des phases initiales horizontal et l'échelle : **1N ↔ 1 cm**
   c) En déduire **h** et **k**.
   d) Préciser en utilisant l'analogie formelle mécanique-électrique si le circuit électrique équivalent est un circuit inductif, capacitif ou résistif ?
2) On fait varier progressivement la pulsation **ω** de l'excitateur à partir de sa valeur précédente dans le but d'obtenir une résonance d'élongation
   - **a-** Déterminer en utilisant la représentation de Fresnel l'expression de l'amplitude x_m de l'élongation en fonction de **h, k, m ,F_m** et de la pulsation **ω** .
   - **b-** Déterminer l'expression de la pulsation ω_r pour laquelle on a résonance d'élongation en fonction de la pulsation propre ω_0 , de **h** et de la masse **m** .
   - **c-** Sachant que la liaison entre le ressort et le solide ne supporte pas une tension supérieure à **7N** , vérifier en effectuant le calcul nécessaire si la liaison ressort-solide cédera à la résonnance d'élongation.
3) A partir de la valeur ω_r précédente de la pulsation , on souhaite obtenir une résonnance de vitesse.
   - **a-** Faut-il augmenter ou diminuer la valeur de la pulsation **ω** ? justifier la réponse.
   - **b-** Calculer alors la puissance mécanique moyenne absorbée par l'oscillateur.
   - **c-** Montrer que l'oscillateur se comporte alors comme un oscillateur libre non amorti et que son énergie mécanique reste constante au cours du temps. Calculer cette constante.

EX N°2

Un pendule élastique est constitué par un ressort de raideur **k** dont l'une des extrémités est relié à un point fixe et l'autre est soudé à un solide **(S)** de masse m pouvant se déplacer sur un plan horizontal.

La position d'équilibre de **(S)** coïncide avec l' …enté comme l'indique la figure suivante :



Le solide subit l'effet d'un… **ω t) i** en même temps qu'une force de frottement visqueux **f** = …

1) Etablir l'équation… élongation **x** .

2) La solution de… crire sous la forme **x = x_m Sin (ω t + φ_x)**

On prend … **2 $Nm^{-1}s$** , **ω = 15 $rd.s^{-1}$** , **F_m = 12,5 N**

a-Calculer… e Fresnel les valeurs de **x_m** et **φ_x** .

b-Le po… t le ressort ; ne supporte pas une tension supérieure à **9 N** . Vérifier si po… e la soudure risque de rompre. Faut-il augmenter ou diminuer ω pour éviter la ca… ? Justifier la réponse .

3) Donner l'allure… **x_m = f (ω)** pour **h = 15 $N.m^{-1}s$.**

EX N°3

Un pendule élastique constitué d'un ressort de raideur **k** disposé horizontalement sur un plan parfaitement lisse et dont l'une des extrémité est fixe et l'autre soudée à un solide de masse **m** . Le solide est soumis à une force excitatrice horizontale $\vec{F} = \vec{F_m}$ **Sin (ωt) i** tout en subissant l'effet d'une force de frottement visqueux modélisée par **f = - h v**

1) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'élongation x. On considère un axe (Ox) horizontale dirgé vers les allongements du ressort et dont l'origine coïncide avec la position d'équilibre.

2) Sur le schéma ci-dessous , sont représentées les courbes de variation de **x(t)** et **F(t).**

a) Identifier parmi les courbes **1** et **2** ; **x(t)** et **F(t)**. Justifier la réponse ;

b) Expliciter **x (t)** et **F(t)** sachant que :

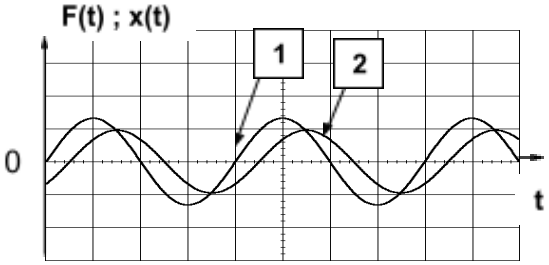
1division horizontal = **π/140 s**

1division vertical = **4 N** pour **F(t)** et **8 cm** pour **x(t)**

c) Déterminer par une méthode graphique utilisant la représentation de Fresnel **h** et **m**.

On donne **k = 100 $N.m^{-1}$**

On choisira l'échelle **1N = 1cm** et **l'axe origine des phases initiales horizontal**



3) On fait varier la pulsation ω de l'excitateur à partir de sa valeur précédente jusqu'à ce que les deux courbes précédentes deviennent en quadrature de phase ;

a) Montrer que l'oscillateur est alors le siège d'une résonance de vitesse.

b) Faut-il augmenter ou diminuer la pulsation à partir de sa valeur initiale pour atteindre ce but ? Justifier la réponse.

4) On rappelle que la pulsation ω_r correspondant à la résonnance d'élongation s'exprime de la manière suivante : $\omega_r = \sqrt{\omega_o^2 - \frac{h^2}{2m^2}}$ avec ω_o pulsation propre de l'oscillateur.

a) Déterminer la valeur de l'amplitude x_{mr} à la résonnance d'élongation

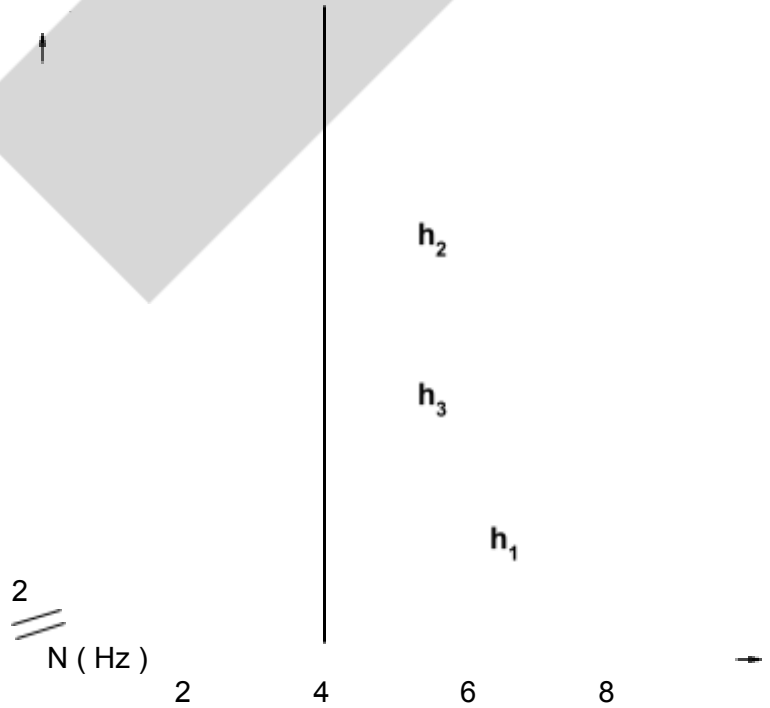
b) En utilisant l'analogie formelle mécanique-électrique déterminer l'expression de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur analogue et préciser si le circuit est inductif , capacitif ou équivalent à une résistance pure .

EX N°4

Un pendule élastique constitué d'un re… …aché un solide de masse m est excité par une force F = F_m sin (2π … …e force de frottement fluide du type f = - h. v.

Pour trois valeurs h_1 , h_2 et h… …n trace la courbe de réponse x_m = f(N) x_m étant l'amplitude des él… …uence des excitations.

Les trois courbes obten… …ure ci-dessous.



L'expression de x_m en fonction N , k , m , F_m et h est la suivante :

$$x_m = \frac{F_m}{\sqrt{4\pi^2 h^2 N^2 + (k - 4\pi^2 m N^2)^2}}$$

1) **a-** Déterminer à partir de la courbe la valeur de k sachant que F_m = 2 N .

b- En déduire la fréquence propre N_0 de l'oscillateur sachant que m = 144 g .

2) **a-** Déterminer l'expression de la fréquence N_r correspondant à une résonance d'élongation.

b- Classer les valeurs de h_1 , h_2 et h_3 par ordre croissant. Justifier la réponse.

3) Déterminer à partir de la courbe la valeur de h_2 .

4) On considère le cas où h = h_2 et N = 4 Hz .

a- Faites la représentation de Fresnel correspondante en prenant comme échelle : 1N ↔ 2 cm

b- En déduire la valeur de φ_x .

c- Calculer la puissance mécanique moyenne absorbée par l'oscillateur.

d- Faut-il augmenter ou diminuer la valeur de N pour rendre cette puissance maximale ?Justifier.

e- Que risque-t-il de se produire si on annule le frottement fluide et on prend N = N_0 ?Justifier.

EX N°5 (bac 2009)

Un solide (S) de masse **m** est fixé à l'une de… non jointives, de masse négligeable, de raideur **k = 25 N.m⁻¹** et … de (S) est assujetti à se déplacer suivant l'axe du ressort (R… étant soumis à des frottements visqueux équivalents à une force $\vec{f}$ … ive appelée coefficient de frottement et $\vec{v}$ est la vitesse i… = 1,4 N.s.m⁻¹.

On applique au solide (S) une force … $\vec{i}$ est le vecteur directeur unitaire de l'axe du ressort (R) … citateur. Le solide (S) se met à osciller suivant (O, $\vec{i}$), de part et … e son centre d'inertie G.

On désigne par **x(t)** l'élongation de G … u repère (O, $\vec{i}$).

1. a) Par application de la relation … ntrer que les oscillations du centre d'inertie G du solide (S) son…

$$\frac{d^2}{\ldots} \ldots \omega_o^2 = \frac{k}{m}.$$

b) Cette équation différe… $X_m \sin(2\pi Nt + \varphi_x)$.

Un solide (S) … extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeab… t l'autre extrémité est fixe. Le solide (S) est assujetti à se dépla… aintenu fixe et horizontal, tout en étant soumis à des frottements visque… $n\vec{v}$, où **h** est une constante positive appelée coefficient de fro… tanée du solide (S). on donne **h = 1,4 N.s.m⁻¹**.

On appl… atrice $\vec{F} = (1{,}1.\sin 2\pi Nt).\vec{i}$, où $\vec{i}$ est le vecteur directeur unita… st la fréquence réglable de l'excitateur. Le solide (S) se met à oscille… e de la position d'équilibre O de son centre d'inertie G.

On désigne … ction du temps par rapport au repère (O, $\vec{i}$).

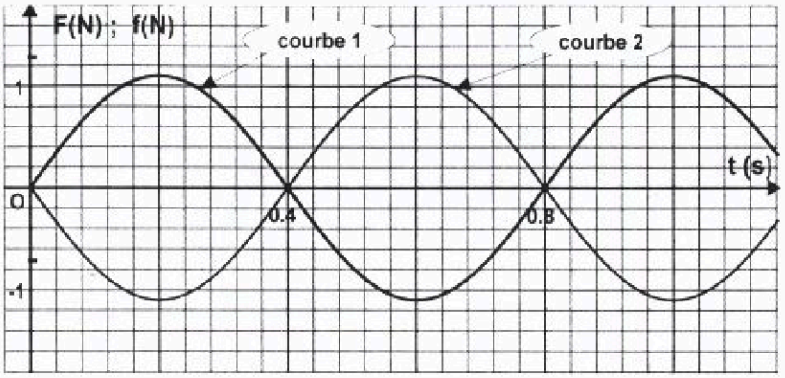
1. a) Par … entale de la dynamique, montrer que les oscillations du centre d'i… par l'équation différentielle :

$$\ldots + \omega_o^2.x = \frac{F}{m}, \text{ où } \tau = \frac{m}{h} \text{ et } \omega_o^2 = \frac{k}{m}.$$

b) Cette … net comme solution $x(t) = X_m \sin(2\pi Nt + \varphi_x)$.

De quel régime … s'agit-il ?Justifier …

2. La fréquence **N** de l'… teur étant fixée à une valeu… particulière N_1, on trace avec un dispositif approprié, les chronogrammes de la figure ci-contre ; l'un représente l'évolution de F et l'autre représente celle de **f** au cours du temps.



a) Déterminer parmi les courbes (1) et (2) celle qui représente **F(t)**.

b) A l'aide des deux courbes (1) et (2), déterminer :
- la valeur N_1 de la fréquence de l'excitateur,
- la valeur de l'amplitude f_m de la force de frottement $\vec{f}$,

En déduire la valeur de X_m et celle de φ_x .

c) Montrer qu'à tout instant t, x(t) vérifie la relation : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_o^2.x = 0$

En déduire que l'oscillateur {(S), (R)} est en résonance de vitesse.
Montrer que son énergie totale E est constante.

d) Déterminer la valeur de la masse **m** du solide (S).

EX N°6

Un pendule élastique constitué par un ressort de raideur **k = 40 N.m⁻¹**, dont l'une des extrémités est fixe et l'autre soudée à un solide supposé ponctuel de masse **m** ,glisse sans frottement sur un plan horizontal sous l'effet d'une force excitatrice $\vec{F} = F(t)\,\vec{i}$

Le mouvement du centre de gravité **G** du solide est rapporté à un axe **(ox)** horizontal d'origine **o** coïncidant avec la position d'équilibre du solide et dirigé vers les allongements du ressort. Au cours de son mouvement le solide est en plus soumis à une force de frottement fluide **f = - h v .**

Les expressions des valeurs algébriques **T(t) et F(t)** respectivement de la tension du ressort et de la force excitatrice exprimées en newton sont données ci-dessous :

F(t) = 5 sin(10t) et T(t) = 10 Sin(10t + π/2)

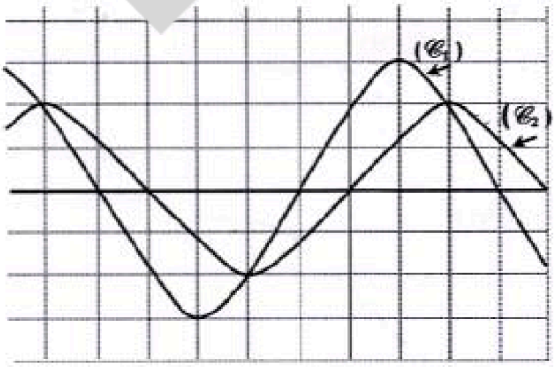
L'équation différentielle vérifiée par l'élongation x est : $m\frac{d^2x}{dt^2} + h\frac{dx}{dt} + kx = F$

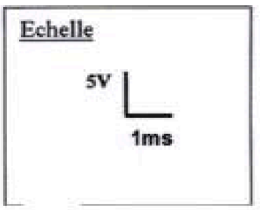
1) Déterminer l'expression de $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi_x)$
2) En déduire celle de la vitesse $v(t) = v_m \sin(\omega t + \varphi_v)$
3) En déduire que l'oscillateur est dans un état de résonance de vitesse.

4) Construire la représentation de Fresnel
5) Déterminer alors les valeurs de la m
6) En utilisant l'analogie formelle m n effectuant les calculs nécessaires si le condensateur ension.

EX N°7

Un **(G.B.F** ale **u(t)** d'expression **u(t) =$U_m$sin(2πNt +** $\frac{\pi}{2}$ **)** alimente un circuit co teur de capacité **C = 6.10^{-6} F** , une bobine d'inductance **L** et de résistance e résistance **R = 100 Ω** .
A l'aide d'un os ualise simultanément les tensions **u(t)** aux bornes du **(G.B.F)** et **u_R(t)=U_{Rm} sin(2πN** ornes du résistor . On obtient les courbes représentées ci-dessous :





1) Montrer que la courbe **(C_1)** correspond à la tension **u(t)** et justifier que la courbe **(C_2)** permet l'étude de la variation de l'intensité **i(t)** du courant électrique dans le circuit au cours du temps.
2) En exploitant l'oscillogramme , déterminer :
   a- La fréquence **N** et les valeurs des tensions maximales U_m et U_{Rm}
   b- Le déphasage $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ de l'intensité **i** par rapport à la tension **u(t).** justifier le signe de $\Delta\varphi$
3) Déterminer l'expression de l'intensité **i(t)** qui circule dans le circuit en fonction du temps en précisant les valeurs de l'amplitude I_m , de la pulsation **ω** et de la phase initiale φ_i
4) **a-** compléter, à l'échelle , la construction de Fresnel de la figure ci-dessous en représentant dans l'ordre , les deux vecteurs de Fresnel correspondant aux tensions u_C**(t)** (de module $\frac{I_m}{\omega}$) et u_L**(t)** (de module $L\omega I_m$)
   b- En exploitant cette représentation de Fresnel , montrer que le circuit est inductif.
   c- Déduire la valeur de la résistance **r** de la bobine et celle de son inductance **L**.
   d- Déterminer graphiquement la tension maximale $U_{(B+C)m}$ aux bornes de l'ensemble { bobine , condensateur}
   e- Déterminer la fréquence **N** qui permet d'obtenir une représentation de Fresnel où le vecteur de Fresnel correspondant à la tension **u(t)** devient symétrique du précédent par rapport à la direction du vecteur représentant U_{mR} **.** Tracer alors les deux vecteurs représentant $\frac{I_m}{\omega}$ et $L\omega I_m$.

