السنة الدراسية: 2007/2008

الشعبة: رياضيات المستوى: السنة الثالثة	الاختبار الأول في الرياضيات	المـدة : ثلاث ساعات نوفمبر2007

السلم↓	
	التمرين الأول(4نقط):
1	1. a ، b ، c ، d أعداد طبيعية غير معدومة وتحقق : $a = b\,c+d$ ، أثبت أن : $PGCD(a;b)=PGCD(b;d)$
1 2	2. a ، b ، n أعداد طبيعية حيث : $a=3n^3+7n^2+9n+12$ وَ $b=3n^2+n+6$ ● بين أن : $PGCD(a;b)=PGCD(n;6)$ ● عين تبعا لقيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .
	التمرين الثاني(3نقط):
	z عدد مركب غير معدوم حيث : $z = x + i\,y$ ، يرمز $\bar{z}$ إلى مرافق z ، 1. اختر الجواب الصحيح في كل حالة من الحالات التالية :
0.5	▪ إذا كان z حقيقيا فإن : ○ $arg(z)=\pi+2\pi k$ ○ $arg(z)=-\pi+2\pi k$ ○ $arg(z)=\pi k$ حيث k عدد صحيح.
0.5	▪ إذا كان $\lvert z\rvert=1$ فإن العدد $\dfrac{z+\bar{z}}{1+z\bar{z}}$ يكون :
0.5	○ حقيقيا ○ تخيليا ○ لا هو حقيقيا ولا هو تخيليا صرفا صرفا
0.5	▪ إذا كانت α عمدة للعدد z فإن : ○ $arg(-z)=-\alpha+2\pi k$ ○ $(\pi+\alpha)+2\pi k$ ○ $arg(-z)=\alpha+2\pi k$ حيث k عدد صحيح.
0.5	▪ إذا كان : $(z-1)\overline{(z-1)}=4$ فإن : ○ $\lvert z-1\rvert=4$ ○ $\lvert z-1\rvert=16$ ○ $\lvert z-1\rvert=2$
0.5	2. أ) بين أن : $\dfrac{1}{z}=\dfrac{x}{x^2+y^2}-i\dfrac{y}{x^2+y^2}$. ب)أثبت أن : $\lvert z\rvert=1$ يكافئ $\bar{z}=\dfrac{1}{z}$

التمرين الثالث (4نقط): f دالة قابلة للاشتقاق على المجال : $]0;+\infty[$ وتحقق ما يلي : ▪ $f'(x)=\frac{1}{x}$ ▪ من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما x وَ y : $f(x\ y)=f(x)+f(y)$ 1. تأكد أن: $f(1)=0$. 2. حدد اتجاه تغير الدالة f ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x . 3. بين أنه من أجل كل عددين حقيقيين موجبين تماما x وَ y يكون: $f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$. 4. a عدد حقيقي موجب تماما ، باستعمال البرهان بالتراجع أثبث أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $f(a^n)=n f(a)$	0.5 1.5 0.5 1.5

التمرين الرابع(9نقط):

f دالة معرفة على $D=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2-4x+8}{x-2}$

(C_f) منحني الدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D يكون : $f(x)=x-2+\dfrac{4}{x-2}$ — 0.5
2. عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها . — 1
3. حدد اتجاه تغير الدالة f، تم اكتب جدول تغيراتها. — 1.5
4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائلا نرمز له بالرمز (Δ)،ادرس وضعية(C_f) بالنسبة إلى(Δ) . — 1
5. أنشئ (Δ)،(C_f) — 1.5
6. m وسيط حقيقي ، (D_m) هو المستقيم الذي معادلته $y=m(x-2)$ ، بين أنه إذا كان m ينتمي للمجال $]-\infty;-1[$ فإن المستقيم (D_m) يقطع المنحني (C_f) في نقطتين متمايزتين A_m و B_m، وأن النقطة I(2;0) هي منتصف القطعة $[A_m\ B_m]$ ، ماذا تستنتج ؟ — 1

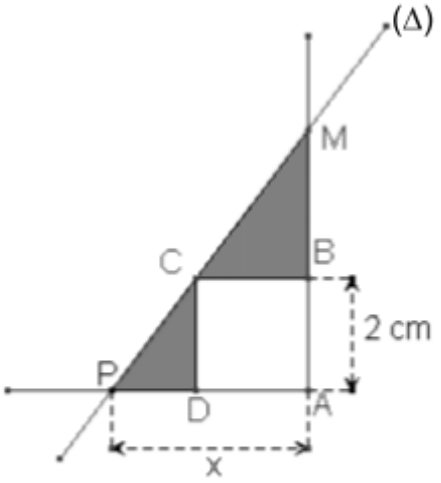
<u>الوضعية الإدماجية :</u>

ABCD مربع طول ضلعه $2\ cm$

(Δ) مستقيم متغير يشمل النقطة C بحيث تكون النقط D،A،B من نفس الجهة بالنسبة للمستقيم (Δ)

M وَ P هما نقطتا تقاطع المستقيمين (AB) و (AD) مع المستقيم (Δ) على الترتيب (لاحظ الشكل المقابل).

$S(x)$ هي مساحة الجزء المظلل المبين في الشكل .



- بين أن : $MB=\dfrac{4}{x-2}$. — 1
- عبر عن $S(x)$ بدلالة x . — 1
- عين موضع النقطة M بحيث تكون المساحة $S(x)$ أصغر ما يمكن. — 0.5

بالتوفيق — 20