Тема: Перпендикулярність прямих. Кут між прямими у просторі

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

Матеріали до теми:

Кут між прямими в просторі

Оскільки дві будь-які прямі простору, що перетинаються, лежать в одній площині, то кут між ними означимо так само, як і в планіметрії.

Означення. Кутом між двома прямими, що перетинаються, називають величину того з кутів, утворених при їхньому перетині, який не більший за 90° (рис. 1).

Вважають, що кут між двома паралельними прямими дорівнює 0°. Отже, якщо φ — кут між двома прямими, які лежать в одній площині, то $0° \leqslant \varphi \leqslant 90°$.

Введемо поняття кута між мимобіжними прямими.

Означення. Кутом між двома мимобіжними прямими називають кут між прямими, які перетинаються та відповідно паралельні даним мимобіжним прямим.

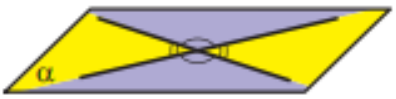


Рис. 1

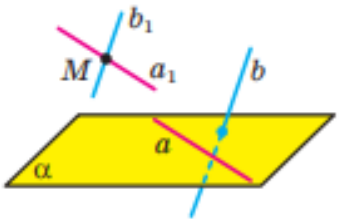


Рис. 2

Нехай прямі a і b мимобіжні. Через точку M простору проведемо прямі a_1 і b_1 так, що $a_1 \parallel a$, $b_1 \parallel b$ (рис. 2). За означенням кут між мимобіжними прямими a і b дорівнює куту між прямими a_1 і b_1, що перетинаються.

Виникає природне запитання: чи залежить кут між даними мимобіжними прямими a і b від вибору точки M? Дати відповідь на це запитання допомагає така теорема.

Теорема 1. ***Кут між двома прямими, що перетинаються, дорівнює куту між двома іншими прямими, що перетинаються та відповідно паралельні даним.***

Скориставшись теоремою 1, можна показати, що *кут між мимобіжними прямими a і b дорівнює куту між прямими a і b_1, що перетинаються, де $b_1 \parallel b$.*

Наприклад, на рисунку 3 зображено трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$. Кут між мимобіжними прямими AA_1 і BC дорівнює куту між прямими BB_1 і BC, що перетинаються.

Означення. Дві прямі в просторі називають перпендикулярними, якщо кут між ними дорівнює 90°.

Зауважимо, що перпендикулярні прямі можуть як перетинатися, так і бути мимобіжними.

Якщо прямі a і b перпендикулярні, то записують: $a \perp b$.

Два відрізки в просторі називають **перпендикулярними**, якщо вони лежать на перпендикулярних прямих.

Наприклад, ребра AD і CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ перпендикулярні (рис. 4). Справді, оскільки $DD_1 \parallel CC_1$, то кут між прямими AD і CC_1 дорівнює куту між прямими AD і DD_1. Але $\angle ADD_1 = 90°$, тому $AD \perp CC_1$.

Задача. На рисунку 5 зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Знайдіть кут між прямими A_1D і D_1C.

Розв'язання. Сполучимо точки A_1 і B. Оскільки $A_1D_1 \parallel BC$, то точки A_1, D_1, C і B лежать в одній площині. Ця площина перетинає паралельні площини AA_1B і DD_1C по паралельних прямих A_1B і D_1C. Отже, кут між прямими A_1D і D_1C дорівнює куту DA_1B.

Сполучимо точки B і D. Відрізки A_1D, A_1B і BD є рівними як діагоналі рівних квадратів. Отже, трикутник A_1BD рівносторонній. Тоді $\angle DA_1B = 60°$.

Відповідь: 60°. ◀

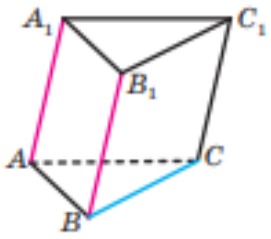


Рис. 3

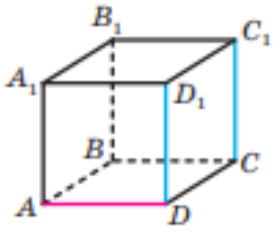


Рис. 4

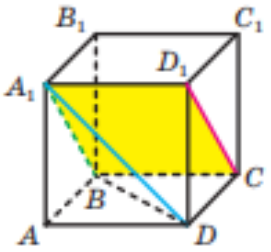


Рис. 5

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §5, п.33.
2. Законспектувати означення, теореми.
3. Виконати письмово вправи: 33.1-33.5.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

https://www.youtube.com/watch?v=KcIsCW15QUA

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .