

Тема: Перпендикулярність прямих. Кут між прямими у просторі

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Кут між прямими в просторі

Оскільки дві будь-які прямі простору, що перетинаються, лежать в одній площині, то кут між ними означимо так само, як і в планіметрії.

Означення. Кутом між двома прямими, що перетинаються, називають величину того з кутів, утворених при їхньому перетині, який не більший за 90° (рис. 1).

Вважають, що кут між двома паралельними прямими дорівнює 0° . Отже, якщо φ — кут між двома прямими, які лежать в одній площині, то $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

Введемо поняття кута між мимобіжними прямими.

Означення. Кутом між двома мимобіжними прямими називають кут між прямими, які перетинаються та відповідно паралельні даним мимобіжним прямим.



Рис. 1

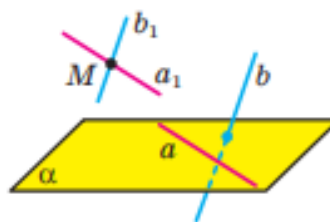


Рис. 2

Нехай прямі a і b мимобіжні. Через точку M простору проведемо прямі a_1 і b_1 так, що $a_1 \parallel a$, $b_1 \parallel b$ (рис. 2). За означенням кут між мимобіжними прямими a і b дорівнює куту між прямими a_1 і b_1 , що перетинаються.

Виникає природне запитання: чи залежить кут між даними мимобіжними прямими a і b від вибору точки M ? Дати відповідь на це запитання допомагає така теорема.

Теорема 1. Кут між двома прямими, що перетинаються, дорівнює куту між двома іншими прямими, що перетинаються та відповідно паралельні даним.

Скориставшись теоремою 1, можна показати, що кут між мимобіжними прямими a і b дорівнює куту між прямими a і b_1 , що перетинаються, де $b_1 \parallel b$.

Наприклад, на рисунку 3 зображено трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$. Кут між мимобіжними прямими AA_1 і BC дорівнює куту між прямими BB_1 і BC , що перетинаються.

Означення. Дві прямі в просторі називають **перпендикулярними**, якщо кут між ними дорівнює 90° .

Зауважимо, що перпендикулярні прямі можуть як перетинатися, так і бути мимобіжними.

Якщо прямі a і b перпендикулярні, то записують: $a \perp b$.

Два відрізки в просторі називають **перпендикулярними**, якщо вони лежать на перпендикулярних прямих.

Наприклад, ребра AD і CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ перпендикулярні (рис. 4). Справді, оскільки $DD_1 \parallel CC_1$, то кут між прямими AD і CC_1 дорівнює куту між прямими AD і DD_1 . Але $\angle ADD_1 = 90^\circ$, тому $AD \perp CC_1$.

Задача. На рисунку 5 зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Знайдіть кут між прямими A_1D і D_1C .

Розв'язання. Сполучимо точки A_1 і B . Оскільки $A_1D_1 \parallel BC$, то точки A_1 , D_1 , C і B лежать в одній площині. Ця площина перетинає паралельні площини AA_1B і DD_1C по паралельних прямих A_1B і D_1C . Отже, кут між прямими A_1D і D_1C дорівнює куту $\angle DA_1B$.

Сполучимо точки B і D . Відрізки A_1D , A_1B і BD є рівними як діагоналі рівних квадратів. Отже, трикутник A_1BD рівносторонній. Тоді $\angle DA_1B = 60^\circ$.

Відповідь: 60° . ◀

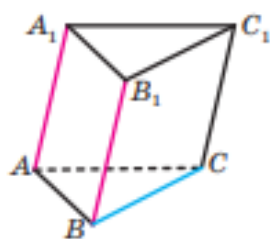


Рис. 3

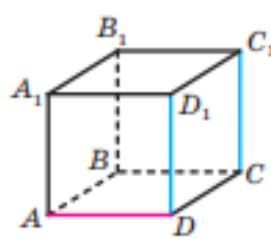


Рис. 4

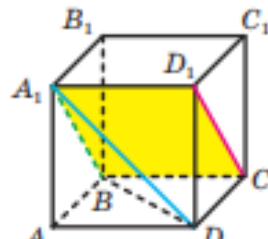


Рис. 5

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §5, п.33.
2. Законспектувати означення, теореми.
3. Виконати письмово вправи: 33.1-33.5.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

<https://www.youtube.com/watch?v=KcIsCW15QUA>

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .