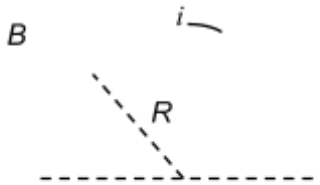
Δύναμη Laplace σε ημικύκλιο

Ένας αγωγός σχήματος ημικυκλίου ακτίνας *R*,βρίσκεται με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης *B*. Ο αγωγός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα έντασης *i*. Να σχεδιάσετε τη δύναμη Laplaceπου δέχεται ο αγωγός και να υπολογίσετε το μέτρο της.

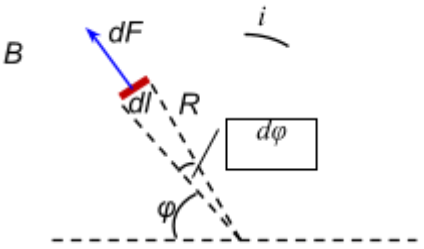


Απάντηση

Θεωρούμε ένα στοιχειώδες τμήμα του αγωγού μήκους *dl*, που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία *dφ*, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

Η δυναμη Laplaceπου ασκείται στο τμήμα αυτό θα έχει την κατεύθυνση του σχήματος 1 και μέτρο

$$dF = B \cdot i \cdot dl \Leftrightarrow dF = B \cdot i \cdot R \cdot d\varphi \quad (1)$$



σχήμα 1

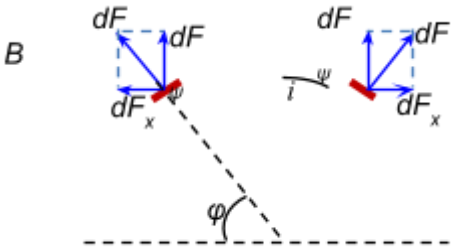
Αν αναλύσουμε τη δύναμη αυτή σε δύο συνιστώσες

$$dF_x = dF \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad \text{και} \quad dF_\psi = dF \cdot \eta\mu\varphi$$

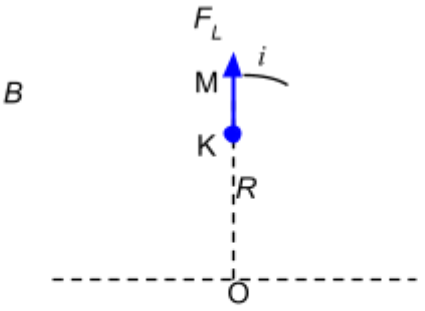
μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι λόγω συμμετρίας (σχήμα 2), οι οριζόντιες συνιστώσες, ανά δύο, εξουδετερώνονται.

Απομένουν μόνο οι κατακόρυφες συνιστώσες, άρα για να βρούμε τη συνισταμένη δύναμη, αρκεί να αθροίσουμε μόνο αυτές, για ολόκληρο το ημικύκλιο.

Επομένως υπολογίζουμε το παρακάτω ορισμένο ολοκλήρωμα για επίκεντρη γωνία από *0* ως *π rad*.



σχήμα 2



σχήμα 3

$$F_L = \int_0^{\pi} dF_\psi \Leftrightarrow F_L = \int_0^{\pi} dF \cdot \eta\mu\varphi \xrightarrow{(1)} F_L = \int_0^{\pi} B \cdot i \cdot R \cdot \eta\mu\varphi \cdot d\varphi$$

$$\Leftrightarrow F_L = B \cdot i \cdot R \cdot \int_0^{\pi} \eta\mu\varphi \cdot d\varphi \Leftrightarrow F_L = B \cdot i \cdot R \cdot \left[-\sigma\upsilon\nu\varphi\right]_0^{\pi}$$

$$\Leftrightarrow F_L = -B \cdot i \cdot R \cdot \sigma\upsilon\nu\pi + B \cdot i \cdot R \cdot \sigma\upsilon\nu 0$$

$$\Leftrightarrow F_L = 2B \cdot i \cdot R \Leftrightarrow F_L = B \cdot i \cdot \delta$$

Παρατηρούμε ότι προκύπτει το ίδιο μέτρο δύναμης, με αυτό που θα δεχόταν ευθύγραμμος αγωγός με μήκος ίσο με τη διάμετρο του ημικυκλίου.

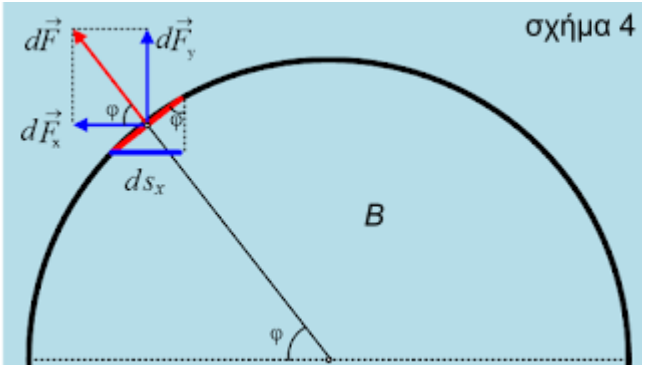
Ο φορέας της δύναμης Laplace, που δέχτηκε ολόκληρο το ημικύκλιο, είναι η ακτίνα ΟΜ, όπου Μ το μέσον του ημικυκλίου.Η φορά καθορίζεται από τον κανόνα των τριών δαχτύλων του δεξιού χεριού.

Σχόλια

α) Το σημείο εφαρμογής της δύναμης είναι το Κ, για το οποίο αποδεικνύεται ότι

$$OK = \pi \frac{R}{4}$$

β) Για να γίνει εντός ύλης Γ΄Λυκείου η άσκηση, μπορούμε να κάνουμε την παρακάτω απόδειξη.



σχήμα 4

Παίρνουμε το στοιχειώδες τόξο *ds*, το οποίο δέχεται την δύναμη *dF*, όπως στο σχήμα 4. Την αναλύουμε στις συνιστώσες dF_y και dF_x. Όπως αποδείξαμε πριν η οριζόντια συνιστώσαdF_x εξουδετερώνεται.Η κατακόρυφη συνιστώσα γράφεται:

$dF_y=dF\cdot\eta\mu\varphi=BI\cdot ds\cdot\eta\mu\varphi=BI\cdot ds_x$

οπότε δεν έχουμε παρά να προσθέσουμε τις επιμέρους συνιστώσες και να προσθέσουμε τα ds_x, βρίσκοντας $F=B\cdot I\cdot 2R$

Ανδρέας Ριζόπουλος