

THERMODYNAMIQUE Bilan thermique d'une maison climatisée

Ce problème se compose de deux parties. La première partie, indépendante de la seconde, porte sur une étude du double vitrage. Dans cette première partie, beaucoup de questions ne dépendent pas des précédentes. Nous analysons l'intérêt d'utiliser 2 vitres ainsi que les solutions technologiques actuellement employées pour réduire les pertes thermiques. La seconde partie aborde le fonctionnement du climatiseur d'un point de vue très général puis le bilan thermique d'une maison climatisée en présence d'air sec.

Données du problème :

Constante de Stefan : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,315 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

PARTIE I – Comparaison des fenêtres à double vitrage

On suppose qu'un corps noir au fond d'une cavité est éclairé par le soleil. L'ensemble du problème sera unidimensionnel. Le corps noir ne rayonne que d'un côté. Une fenêtre est interposée entre le soleil et le corps noir comme représenté sur la figure 1.

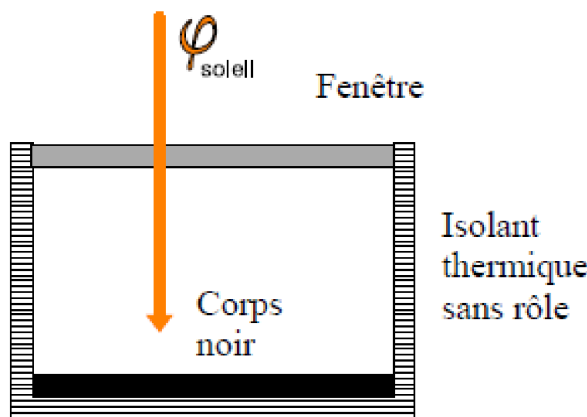


Figure 1 : corps noir recouvert d'une vitre éclairé par un rayonnement solaire

Dans cette partie, le corps noir sera supposé parfait, absorbant l'intégralité du rayonnement incident et réémettant tout le rayonnement absorbé. Toutes les vitres sont en verre que l'on suppose parfaitement transparent au rayonnement solaire et se comportant comme un corps noir dans l'infrarouge lointain. Dans cette partie du problème, on supposera que le flux surfacique solaire incident ϕ_s , normal au corps noir, est égal à 1000 W.m^{-2} .

A Questions préliminaires

A.1 La loi du déplacement de Wien s'écrit $\lambda_m.T_{CN} = \text{cste} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$. Que représentent T_{CN} et λ_m ? Faire un graphique explicatif.

A.2 Indiquer dans quel domaine spectral émet un corps noir chauffé à 300K et à 5800K (température du soleil).

A.3 Le verre est globalement transparent pour le rayonnement solaire (le soleil émet dans le visible) et se comporte comme un corps noir dans l'infrarouge lointain (issu des corps à température ambiante). Sachant que 95 % du rayonnement d'un corps noir est concentré entre $0,5 \lambda_m$ et $8 \lambda_m$, déterminer la longueur d'onde approximative à laquelle le verre change de comportement. Les constructeurs en fonction du type de verre donnent 3 - 4 μm .

B Comparaison du simple et du double vitrage

B.1 La fenêtre est composée d'une simple vitre (température T_{v1}). A partir d'un bilan radiatif et sans tenir compte de la présence d'air, déterminer la température du corps noir T_{CNa} en régime stationnaire. Effectuer l'application numérique pour T_{CNa} ($\phi_s = 1000 \text{ W.m}^{-2}$).

B.2 La fenêtre est maintenant composée d'un double vitrage. La vitre 1 extérieure est à la température T_{v1} et la vitre 2 face au corps noir à la température T_{v2} . A partir d'un bilan radiatif et sans tenir compte de la présence d'air, déterminer la température du corps noir T_{CNb} en régime stationnaire. Effectuer l'application numérique pour T_{CNb} ($\phi_s = 1000 \text{ W.m}^{-2}$).

On cherche maintenant une durée caractéristique de la décroissance de la température pour les différentes fenêtres. On ne tient toujours pas compte de l'air. On suppose que le corps noir est à la température $T_2 = 333\text{K}$ à $t = 0$, qu'il rayonne et se refroidit. Il ne reçoit plus de rayonnement solaire.

On considère que le corps noir a une capacité thermique $C = 1,0 \cdot 10^4 \text{ J.K}^{-1}$, une surface A de $1,0 \text{ m}^2$ et que la capacité thermique des vitres est négligeable.

B.3 Déterminer la durée τ_a pour que le corps noir soit à une température de $T_1 = 300\text{K}$ pour le simple vitrage. Effectuer l'application numérique et donner cette durée en secondes et en minutes.

B.4 Déterminer la durée τ_b pour que le corps noir soit à une température de $T_1 = 300\text{K}$ pour le double vitrage. Exprimer τ_b en fonction de τ_a . L'application numérique n'est pas demandée.

C Amélioration par métallisation externe

C.1 Sur la face la plus externe du double vitrage à la température T_{v1} est déposée une fine couche métallique ou un revêtement à faible émission thermique. On suppose que cette couche transmet intégralement le flux solaire et réduit de moitié l'émission de cette face. En conséquence, on devra écrire que le flux surfacique émis par la vitre vaut $\phi = \frac{1}{2} \sigma T^4$ pour la face métallisée et $\phi = \sigma T^4$ pour la face non métallisée.

A partir d'un bilan radiatif et sans tenir compte de la présence d'air, déterminer la température T_{CNc} du corps noir.

Effectuer l'application numérique pour T_{CNc} ($\phi_s = 1000 \text{ W.m}^{-2}$).

C.2 Déterminer la durée caractéristique τ_c de la décroissance de la température pour passer de $T_2 = 333\text{K}$ à $T_1 = 300\text{K}$ pour cette fenêtre. Comme précédemment, on suppose que le corps noir ne reçoit plus de rayonnement solaire, qu'il a une capacité thermique $C = 1,0 \cdot 10^4 \text{ J.K}^{-1}$, une surface A de $1,0 \text{ m}^2$ et que la capacité thermique des vitres est négligeable.

Exprimer τ_c en fonction de τ_a . L'application numérique n'est pas demandée.

D Prise en compte des échanges diffusifs dans le double vitrage

On prend en compte, dans un premier temps, les échanges de type diffusif dus à un gaz uniquement entre les deux vitres. Dans le cadre d'un modèle microscopique, on considère que les molécules se déplacent à la vitesse quadratique moyenne identique v^* suivant trois directions et pour chaque direction suivant deux sens (isotropie de la distribution des vitesses).

D.1 Trouver, dans le cadre de ce modèle simplifié du gaz parfait en équilibre thermodynamique interne, la relation entre la pression p et la vitesse v^* .

D.2 A partir de l'équation d'état du gaz parfait, retrouver l'expression suivante de la vitesse

$v^* = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $v^* = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ où R est la constante des gaz parfaits et M la masse molaire du gaz considéré.

On suppose maintenant, qu'à une échelle d'espace plus grande, les molécules subissent des chocs caractérisés par une section efficace, a , que l'on suppose constante en fonction de la

pression et de la température. La conductivité thermique peut s'écrire : $\lambda = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{c}{a} v^*$

$\lambda = \frac{1}{3\sqrt{2}} \frac{c}{a} v^*$ où c est la capacité thermique constante d'une molécule et v^* la vitesse quadratique moyenne obtenue à la question précédente.

D.3 Est-ce que la conductivité thermique λ varie avec la pression ? Et avec la température ?

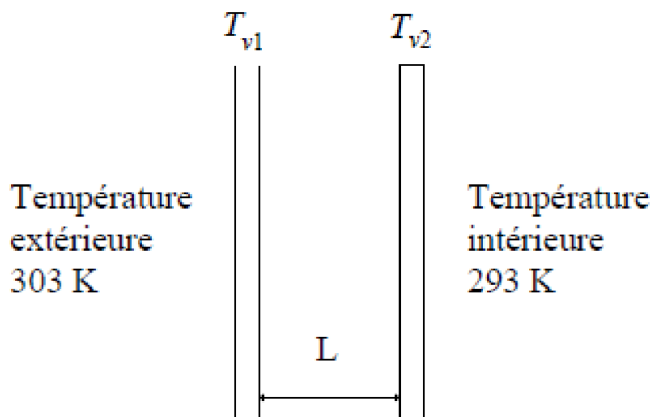


Figure 7 : vitres composant le double vitrage

Dans les doubles vitrages, le constructeur vante le remplacement de la lame d'air emprisonnée entre les deux vitres par de l'argon. A pression atmosphérique et à 273K, la conductivité thermique de l'argon vaut $0,0177 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, alors que pour l'air, elle vaut $0,0240 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

La résistance thermique est définie par : $R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$ où $\Delta T = T_{v1} - T_{v2}$ est la différence de températures entre les deux thermostats entre lesquelles s'échange un flux énergétique Φ (en W). La température intérieure est de 293K et la température extérieure de 303K comme indiqué sur la figure 7.

D.4 Exprimer R_{th} en fonction de la surface A de chaque vitre, de la distance entre les deux thermostats L et de la conductivité thermique λ .

D.5 Donner l'analogie entre les grandeurs thermiques (R_{th} , ΔT , Φ) et les grandeurs électriques dans un tableau en spécifiant, pour chaque grandeur, l'unité.

D.6 Les vitres séparées par l'air sont distantes de $d = 1,0 \text{ cm}$. Quelle distance L permet d'avoir la même résistance thermique avec de l'argon ? La différence vous paraît-elle importante ?

On suppose une faible différence de température (linéarisation du problème) et l'on prend en considération (1) la conductivité thermique et (2) le rayonnement entre les deux vitres.

D.7 Ecrire le flux énergétique entre la vitre 1 et la vitre 2 en fonction des données du problème (surface A , distance L entre les vitres, températures des vitres T_{v1} et T_{v2} , conductivité λ et constante de Stephan σ). Linéariser cette expression sachant que :

$$T_{v1}^4 - T_{v2}^4 = [T_{v2} + (T_{v1} - T_{v2})]^4 - T_{v2}^4 \approx (T_{v1} - T_{v2}) * 4T_{v2}^3$$

D.8 Que vaut la résistance thermique pour la lame d'air (L vaut alors $1\text{cm}=d$) sans le rayonnement (R_{th}) et avec le rayonnement (R_{tha}) ? Effectuer l'application numérique. On prendra une surface $A = 1,0 \text{ m}^2$.

Est-ce que la contribution du rayonnement est importante ?

Remarque : il est courant que la métallisation ou une couche à faible émission thermique soit située sur une des faces internes.

D.9 Entre une lame d'air et une lame d'argon, la différence est un peu plus grande que celle que l'on a calculée. De plus, si l'espacement entre les vitres est supérieur à 1,2 cm, la résistance thermique ne varie plus. Quel phénomène permet d'expliquer ces observations ?

D.10 Le coefficient de transfert thermique U d'une fenêtre, exprimé en $\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$, est défini comme l'inverse du produit de la résistance thermique de l'objet et de sa surface A . Il vaut pour les différents types de fenêtres :

Système	Fenêtre	U ($\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$)
I	Simple vitrage	5,8
II	Double vitrage ordinaire	2,8
III	Double vitrage avec métallisation	1,9
IV	Double vitrage avec métallisation et argon	1,1
V	Triple vitrage avec métallisation et argon	0,8

Pour référence, les murs ont typiquement un coefficient de transfert thermique de $0,5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

Analyser l'importance du nombre de vitres à partir du tableau ci-dessus et des questions précédentes. Justifier que l'on installe majoritairement des fenêtres en double vitrage.

PARTIE II – Bilan thermique d’une maison climatisée en été

On considère une maison et sa climatisation. La température extérieure est de $T_C = 303 \text{ K}$. La température intérieure est de $T_F = 293 \text{ K}$. L'ensemble mur-fenêtre reçoit un flux net (radiatif-convectif-diffusif) de $+ 1000 \text{ W}$.

La maison est équipée d'une climatisation idéale. Sur chaque cycle, le fluide circulant dans l'installation reçoit un transfert thermique Q_C de la source chaude, un transfert thermique Q_F de la source froide et un travail W . Dans toute cette partie, on admettra que la conversion électromécanique du compresseur (moteur servant lors de la compression) a un rendement unité.

A Maison sans circulation d’air

- A.1** A partir du premier principe, exprimer le travail W en fonction du transfert thermique avec la source chaude Q_C et froide Q_F .
- A.2** A partir du second principe en supposant une machine de Carnot, donner l'expression de Q_F en fonction de Q_C , T_C et T_F .
- A.3** Déterminer le coefficient de performance (COP) du climatiseur idéal modélisé comme une machine de Carnot fonctionnant en récepteur. Effectuer l'application numérique.
- A.4** Quelle puissance électrique est nécessaire pour maintenir la température interne de la maison à 293 K avec cette machine de Carnot ? Rappel : le moteur est idéal, sans perte, convertissant l'intégralité de la puissance électrique reçue en puissance mécanique.
- A.5** La machine réelle utilisée pour la climatisation de la maison a un COP de 3. En déduire la puissance électrique nécessaire pour maintenir la température interne de la maison à 293K .

B Prise en compte de la circulation d’air sec

Dans une maison de 100 m^2 , le débit volumique d'air entrant mesuré à l'extérieur vaut $100 \text{ m}^3.\text{h}^{-1}$. L'air chaud entrant est directement en contact avec la climatisation (c'est-à-dire que la climatisation refroidit cet air à 293 K avant de l'envoyer dans la pièce). La température à l'intérieur de la maison est homogène. L'air entrant est à la même pression que l'air sortant. On prendra : $p = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $M_{air} = 0,0289 \text{ kg.mol}^{-1}$ et $c_{p,air} = 1005 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. L'air sera traité comme un gaz parfait.

B.1 Ecrire le bilan des débits massiques (on notera le débit massique d'air entrant et $\dot{m}_{v,air,e}$ le débit massique d'air sortant). Déterminer la valeur numérique du débit massique entrant en g.s^{-1} . La température de référence sera la température extérieure $T_{air} = 303 \text{ K}$.

B.2 Ecrire le premier principe adapté à l'écoulement et en déduire l'expression du transfert thermique reçu par l'air entrant $\delta Q_{air,e}$ en fonction des paramètres du problème dont font partie le débit massique $\dot{m}_{v,air,e}$ $\dot{m}_{v,air,s}$ et la différence de température $T_C - T_F$.

B.3 En déduire la puissance thermique $\dot{Q}_F$ $\dot{Q}_F$ reçue par le fluide de la climatisation nécessaire pour refroidir cet air. Effectuer l'application numérique.

B.4 Quelle puissance électrique est maintenant nécessaire pour maintenir la température interne de la maison ensoleillée à 293 K avec la climatisation réelle ($COP = 3$) ?

B.5 En présence d'air humide saturé (air + vapeur d'eau dont la pression partielle est égale à la pression de vapeur saturante), la puissance thermique $\dot{Q}_F$ $\dot{Q}_F$ trouvée à la question **B.3** passe à 1290 W . A quel phénomène physique est associée cette augmentation sachant que la pression de vapeur saturante de l'eau vaut 4246 Pa à 303 K et 2339 Pa à 293 K ?

Fin de l'énoncé.