

**Розв'язки завдань III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії.  
2018 рік. 11 клас**

- 1.1 Г – В – А – Б
- 1.2 Б – Г – В – А
- 1.3 Г – Б – А – В
- 1.4 В – А – Б – Г
- 1.5 А – Б – В – Г
- 1.6 В – це зоря, всі інші сузір'я
- 1.7 Г – це астероїд, всі інші – супутники
- 1.8 Б – сузір'я – це область на небесній сфері, уявно виділена людиною, все інше реальні об'єкти
- 1.9 А – космічна станція, всі інші телескопи (оптичний, космічний «Габбл», радіотелескоп)

**2.** Час польоту по напівеліптичній орбіті становить:  $t = 0,5T$ , де  $T$  – період обертання АМС, який визначимо за третім законом Кеплера. Враховуючи, що велика піввісь орбіти АМС  $a = 0,5(a_3 + a_M)$ , де  $a_3$ ,  $a_M$  – великі півосі орбіт Землі і Марса відповідно ( $a_3 = 1$  а.о.,  $a_M = 1,52$

а.о.) можна записати:  $\frac{T^2}{T_3^2} = \frac{a^3}{a_3^3}$ , де  $T_3 = 1$  рік. Тоді  $T = \sqrt{a^3} = \sqrt{1,26^3} \approx 1,42$  року. Відповідно  $t \approx 0,71$  року або  $t \approx 259$  діб.

За цей час Земля пройде кутову відстань  $\alpha$ , яку визначимо із

$$\frac{360^\circ}{1} = \frac{\alpha}{0,71}$$

співвідношення:

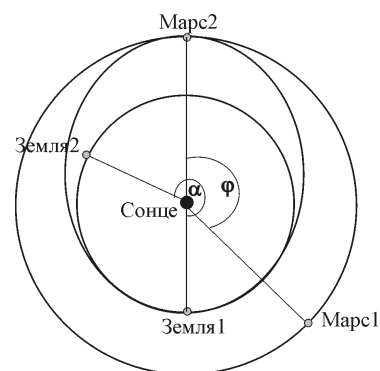
Звідси  $\alpha \approx 255^\circ$ . Тоді положення Землі (Земля2) у момент зближення АМС із Марсом (кутова відстань Земля-Сонце-Марс ЗСМ)  $= 255^\circ - 180^\circ = 75^\circ$ .

Враховуючи, що період обертання Марса дорівнює 1,88 року,

$$\frac{360^\circ}{1,88} = \frac{\phi}{0,71}$$

визначаємо кут повороту  $\phi$ :  $\phi \approx 136^\circ$ .

Тоді положення Марса (Марс1) у момент запуску АМС (кутова відстань Земля-Сонце-Марс ЗСМ)  $= 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ$ .



**3.** У задачі відразу ж напрошується тривіальний розв'язок - радіус орбіти астероїда дорівнює радіусу орбіти Марса. Однак він не може реалізуватися практично, так як в цьому випадку астероїд і Марс опиняться в одній точці простору. Знайдемо інші розв'язки. Синодичний період зовнішньої планети  $S$  (а нас цікавлять тільки такі, раз мова йде про протистояння) пов'язаний з періодом обертання цієї планети  $T$  і Землі  $T_0 = 1$  рік

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \quad \text{або} \quad S = \frac{T_0 T}{T - T_0}$$

співвідношенням. Однак потрібно відразу обумовити, що ця формула справедлива для планети або астероїда, що обертається навколо Сонця в тому ж напрямку, що і Земля. Марс цю умову задовольняє. Визначимо синодичний період Марса:

$$S = \frac{T_0 T_M}{T_M - T_0} = 2,136 \text{ р.}$$

Для виконання умови задачі синодичний період астероїда  $S_1$  не обов'язково має дорівнювати синодичному періоду Марса  $S$ . Він може бути меншим в ціле число разів:  $S_1 = S/n$ .

$$T_1 = \frac{T_0 S_1}{S_1 - T_0} = \frac{T_0 S}{S - n T_0}$$

Тоді період обертання астероїда навколо Сонця

Випадок  $n = 1$  відповідає згаданому вище тривіальному розв'язку, який не може бути реалізованим, а при  $n = 2$  ми отримуємо період обертання астероїда 15,7 років. За III законом

Кеплера радіус його орбіти буде рівним  $a = \sqrt[3]{T_1^2} = \sqrt[3]{246,49} \approx 6,3$  а.о. Якщо  $n > 3$ , то значення періоду  $T_1$  від'ємні.

Це означає, що реалізується випадок зворотного напрямку обертання астероїда, для якого

$$T_1 = \frac{T_0 S_1}{T_0 - S_1} = \frac{T_0 S}{n T_0 - S}$$

остання формула буде мати вигляд:

При цьому, оскільки астероїд є зовнішнім небесним тілом, то його період  $T_1$  повинен перевищувати один рік. Цю умову задовольняють випадки  $n = 3$  і  $n = 4$ . Період обертання астероїда для цих випадків становить відповідно 2,47 і 1,14 року, а радіус орбіти – 1,82 і 1,09 а.о.

4. Блиск Землі буде тим більший, чим ближче вона буде розташовуватися до пункту спостереження, і чим більша у неї буде при цьому фаза. Тому ми можемо навіть не розглядати планети-гіганти, які знаходяться дуже далеко від Землі. Досить близько до Землі під час своїх великих протистоянь може підійти Марс, але в цей час Земля буде повернута до нього своєю неосвітленою стороною, і її блиск буде далекий від максимального. Поблизу свого верхнього з'єднання з Сонцем Земля буде мати практично повну фазу, але знову-таки буде віддалена від Марса більш ніж на 2 а.о. Набагато ближче Земля в повній фазі може розташовуватися до Меркурія і Венери під час своїх протистоянь на цих планетах. Але Венера оповита щільними хмарами, і з її поверхні ми не зможемо побачити Землю, якою яскравою вона б не була. В результаті, найяскравіше Земля виглядає з поверхні Меркурія, коли обидві планети перебувають по одну сторону від Сонця. Середня відстань від Меркурія до Сонця 0,39 а.о, тоді від Меркурія до Землі 0,61 а.о. або  $0,61 \cdot 149600000 \text{ км} \approx 91,3 \text{ млн. км}$ .

Формула Погсона  $\frac{E_2}{E_1} = 2,512^{m_1 - m_2}$  або  $\frac{E_2}{E_1} = 10^{0,4(m_1 - m_2)}$

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = 10^{0,4(m_1 - m_2)} \quad 2 \lg\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = 0,4(m_1 - m_2) \quad 5 \lg\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = m_1 - m_2$$

Якщо з відстані Місяця в 384400 км Земля має блиск  $-17^m$ , то з відстані Меркурія він буде дорівнювати

$$m_1 = m_2 + 5 \lg\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = -17^m + 5 \lg\left(\frac{91300000}{384400}\right) \approx -5,1^m$$

(Якщо Меркурій при цьому знаходиться поблизу точки афелію своєї витягнутої орбіти, то його відстань від Сонця складає 0,47 а.о., а від Землі - близько 0,53 а.о. або 79,3 млн. км. Тоді блиск Землі  $-5,4^m$ )

5. Відстані від Місяця до Землі в апогеї та перигеї пов'язані із середньою відстанню співвідношенням  $r_{\max} + r_{\min} = 2a = 2 \cdot 384400 \text{ км} = 768800 \text{ км}$

З іншого боку, відношення відстаней дорівнює відношенню кутових розмірів. Отже

$$\frac{r_{\max}}{r_{\min}} = \frac{33'15''}{29'38''} = \frac{33 \cdot 60 + 15}{29 \cdot 60 + 38} = 1,122$$

Таким чином одержали систему рівнянь 
$$\begin{cases} r_{\max} + r_{\min} = 768800 \text{ км} \\ r_{\max} = 1,122 r_{\min} \end{cases}$$

Звідси  $r_{\max} = 406500 \text{ км}$ ;  $r_{\min} = 362300 \text{ км}$ .

6.

а) в сузір'ї Тельця

б) пряме сходження Сонця в цей день  $\alpha=20^h 20^m$ . Таким чином, кутова відстань між Сонцем і Місяцем вздовж місячного шляху становить  $\sim 7$  год 40 хв, що становить  $115^\circ$ .

Оскільки за добу Місяць зміщується на  $\frac{360^\circ}{29,5 \text{ діб}} \approx 12,2^\circ$ , то з моменту нового Місяця

пройшло  $\frac{115^\circ}{12,2^\circ} \approx 9,4$  доби. Тобто Місяць є у другій чверті.

в) різниця в часі між верхніми кульмінаціями зір у Рівному і Нью-Йорку визначається різницями довгот.  $26^\circ + 74^\circ = 100^\circ$ . Або в хвилинах  $100^\circ \cdot 4 \text{ хв} = 400 \text{ хв}$ .

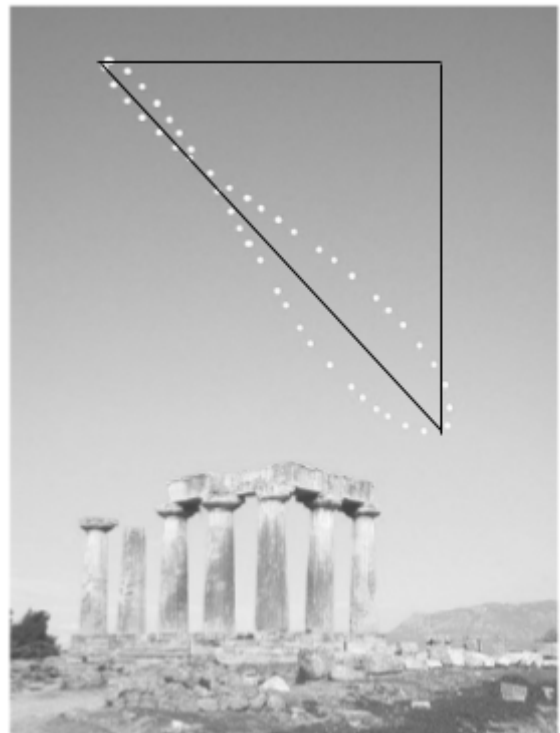
Але положення зір за добу практично не змінюється, а положення Місяця відносно зір за рахунок його руху змінюється.

Оскільки Місяць за добу зміщується на  $\frac{360^\circ}{27,3} \approx 13^\circ$  проти добового обертання неба, то через добу він буде східніше від того положення, де він був в попередню добу, отже його верхня кульмінація в тому ж пункті через добу ( $24 \text{ год} = 1440 \text{ хв}$ ) відбудеться пізніше на  $13^\circ \cdot 4 \text{ хв} = 52 \text{ хв}$ . Тоді в Нью-Йорку запізнення кульмінації Місяця за рахунок його руху відбудеться на

$\frac{400}{1440} \cdot 52 \approx 14,44 \text{ хв}$  пізніше, отже від моменту верхньої кульмінації Місяця в Рівному до моменту верхньої кульмінації Місяця в Нью-Йорку пройде  $400 \text{ хв} + 14,44 \text{ хв} = 414,44 \text{ хв} = 6 \text{ год } 54 \text{ хв } 27 \text{ с}$ .

7.

а) Форма аналеми визначається поєднанням нахилу осі обертання Землі до площини орбіти і ексцентриситету орбіти. Якби Земля оберталася навколо Сонця по коловій орбіті і вісь обертання була б перпендикулярна до площини її орбіти, то в будь-який день добова паралель Сонця співпадала б з небесним екватором і протягом року Сонце також рухалося б по екватору (який би співпадав з екліптикою), причому рівномірно. Таким чином в певний час доби Сонце завжди знаходилося б в одній і тій же точці неба і аналема «стягнулася» б в цю точку. Якби орбіта Землі була б еліптичною, але вісь обертання Землі була б до неї перпендикулярною, аналема була б еліпсом. Якби нахил осі Землі до площини її орбіти був би таким же, як зараз, але орбіта Землі була б круговою, аналема виглядала б як симетрична вісімка, кутова довжина якої дорівнювала б подвоєному куту нахилу екліптики до екватора ( $2\varepsilon = 47^\circ$ ). В такому випадку точки в вершинах вісімки визначали б положення Сонця в дні сонцестоянь, а точка перетину частин вісімки - в дні рівнодення. Оскільки орбіта Землі має ненульовий ексцентриситет і нахилена до екватора Землі під кутом  $\varepsilon = 23^\circ 5'$ , то аналема має форму, яку видно на зображенні. Точки, в яких Сонце буває в дні рівнодення, розташовуються не в точці перетину вісімки, а посередині між положеннями в дні сонцестоянь.



б) Визначимо час, коли була зроблена фотографія. Якби аналема знімалася в моменти сонячного полудня, її вісь збігалася б з південною частиною меридіана. Оскільки аналема нахилена вліво від меридіана, то зйомки відбувалися раніше полудня. Для оцінки цього часу можна вважати, що вісь аналеми повертається від положення, зображеного на малюнку, до вертикалі рівномірно і, отже, ми можемо знаючи кут відхилення, знайти час  $t$ , за який цей кут

$$\frac{360^{\circ}}{\alpha} = \frac{24 \text{ год}}{t}$$

буде пройдено. Нехай кут  $\alpha$ . Тоді  $\frac{360^{\circ}}{\alpha} = \frac{24 \text{ год}}{t}$ . Щоб знайти кут можна побудувати прямокутний трикутник, гіпотенузою якого буде дана вісь аналеми. Вимірювання показують, що  $\alpha \approx 42^{\circ}$ , отже  $t = 2,8$  години. Таким чином, знімки робилися після 9 години за місцевим сонячним часом,

Оскільки спостереження Сонця проводилися, не в полудень, зробити оцінку, широти місця спостереження можна наближено.

Нижня точка аналеми відповідає зимовому сонцестоянню. В цей час Сонце досить невисоко піднімається над горизонтом і, що суттєво, кут між добовою паралеллю Сонця і горизонтом також мінімальний. Як наслідок, висоти Сонця над горизонтом о 9 годині і о 12 годині розрізняються не дуже сильно. Використовуючи в якості масштабу повну довжину аналеми ( $47^{\circ}$ ) і вважаючи, що положення горизонту приблизно збігається з нижньою частиною цоколя руїн на знімку, отримуємо, що висота Сонця над горизонтом о 9 годині в день зимового сонцестояння приблизно дорівнює  $23^{\circ},5$ . Припускаючи, що вона близька до полуденної висоти Сонця в той же день, і з огляду на те, що полуденна висота (висота Сонця у верхній кульмінації)  $h = 90^{\circ} - \varphi + \delta$ , де  $\delta = -23^{\circ},5$  отримуємо, що широта місця спостереження  $\varphi = 43^{\circ}$ .