

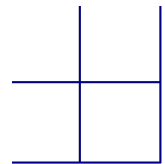
國立高師大附中106學年度第一學期高三數學科(仁~和)第三次段考試題

1、 單選題：(每題都只有一個正確或最適當的選項，答對者得5分；答錯或未作答者，該題以零分計算，本大題共4題，共計20分)

1. 有一長方形 $ABCD$ ， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AD}=2$ ，點 P 在 $\overline{BC}$ 上移動，點 Q 在 $\overline{AB}$ 上移動，則內積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{DQ}$ 的最大值為何？ (1) 3 (2) 5 (3) 6 (4) 9 (5) 10

2. 設兩方陣 A 、 B 滿足 $A+B=\begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ， $A-B=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 。若 $X=A^2-B^2$ ，則矩陣 X 之所有元素中最大者為下列哪一個選項？ (1) 7 (2) 9 (3) 11 (4) 13 (5) 15

3. 將1、2、3、4分別填入右圖的方格中，每格填入一個數字，且數字不可重複，試問數字2、3相鄰(即2、3在同一列或同一行)的機率為何？



- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{3}{4}$

4. 已知實數 x, y 滿足條件 $EQ: \begin{cases} x-y-1 \leq 0 \\ 2x-y-3 \geq 0 \end{cases}$ ，且目標函數 $f(x, y) = ax + by$ ($a > 0, b > 0$) 在條件 EQ 下取到最小值為 $2\sqrt{5}$ ，則 $a^2 + b^2$ 的最小值為？ (1) 1 (2) 2 (3) $\sqrt{5}$ (4) 4 (5) 5

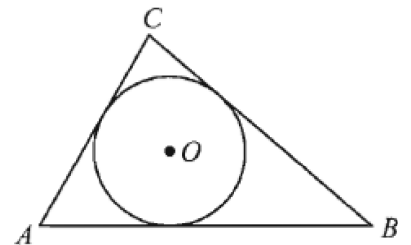
2、 多重選擇題：(每題有5個選項，其中至少有1個是正確的選項，每題的所有選項均答對者，得7分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得1分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。本大題共6題，共計42分)

5. 如右圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} > \overline{AC}$ ，且 O 為 $\triangle ABC$ 內切圓的圓心，則下列何者正確？

- (1) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ (2) $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} > \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC}$ (3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \geq \overline{AB} \times \overline{AC}$

- (4) $\overrightarrow{AO}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影長度等於 $\overrightarrow{AO}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影長度 (5)

若 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 2$ ，則 $\overrightarrow{AO} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AC} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AB}$



6. 設 $A(3, 1, -2)$ 、 $B(1, -1, -1)$ 、 $C(7, 2, -1)$ 、 $D(5, k, 2k)$ 為空間中四個點，則下列敘述何者正確？

- (1) $\angle BAC = 135^\circ$ (2) $\triangle ABC$ 的面積小於5 (3) 若 A, B, C, D 四點共平面，則 $k > 0$

- (4) 若 $k = 1$ ，則由三向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ 所張出的平行六面體體積為18 (5) 若 $\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射

影為 AC ，則 $k < 0$

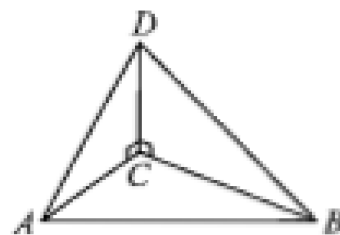
7. 設 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 為三次實係數多項式，且複數 $i+2$ 為方程式 $f(x) = 0$ 的解，則下列敘述何者正確？

(1) $f(i-2) = 0$ (2) 若 $f(i) = 2-i$ ，則 $f(i^3) = 2+i$ (3) 若 $3x-2$ 為 $f(x)$ 的因式，則 3 是 a 的因數且 2 是 d 的因數 (4) 若 $f(1) = 0$ ，則 $b = d$ (5) 若 $f(0) > 0$ 且 $f(-2) < 0$ ，則 $f(-4) < 0$

8. 設有 10 位同學第一次段考與第二次段考的數學成績分別以 X, Y 表示，已知 X 的平均數為 $\bar{X} = 60$ ， X 的標準差為 $\sigma_X = 3$ ， Y 的平均數為 $\bar{Y} = 70$ ，而 X 與 Y 的相關係數為 0.9，且 Y 對 X 的迴歸直線通過點 $(70, 73)$ 。則下列敘述何者正確？

(1) Y 對 X 的迴歸直線方程式為 $Y = 0.3X + 52$ (2) Y 的標準差為 $\sigma_Y = 1$ (3) 這 10 位同學第二次段考的數學成績都不低於 60 分 (4) 若 X', Y' 分別表示 X, Y 標準化後所得的成績，則 X' 與 Y' 的相關係數為 0.9 (5) 若 X', Y' 分別表示 X, Y 標準化後所得的成績，則 Y' 對 X' 的迴歸直線方程式為 $Y' = 0.3X'$

9. 地面上有一高塔，塔底為 C ，塔頂為 D ，如右圖所示。若從地面上 A 、 B 兩點測的塔頂仰角分別為 θ 、 $\frac{\theta}{2}$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)。已知 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BD} = 8\sqrt{3}$ ， $\cos \angle ADB = \frac{5\sqrt{3}}{12}$ ，則下列敘述何者正確？



(1) $\sin \theta > 0.8$ (2) 塔高 $\overline{CD} < 6$ (3) 線段 $\overline{AB} < 8$ (4) $\angle ABC > 90^\circ$ (5) $\triangle ABC$ 面積大於 $8\sqrt{3}$

10. 有一機器人被設定在數線上往 x 軸正向跳躍前進，每一次跳躍為一單位或兩單位。已知當它在偶數點時，有 $\frac{1}{3}$ 的機率跳躍一單位，有 $\frac{2}{3}$ 的機率跳躍兩單位；當它在奇數點時，有 $\frac{1}{2}$ 的機率跳躍一單位，有 $\frac{1}{2}$ 的機率跳躍兩單位。今此機器人從原點出發，則下列敘述何者正確？

(1) 經過一次跳躍後，它停留在偶數點的機率為 $\frac{1}{3}$
 (2) 經過兩次跳躍後，它停留在坐標 3 的機率為 $\frac{2}{9}$

- (3)經過三次跳躍後，它停留在坐標3的機率為 $\frac{1}{18}$
- (4)經過兩次跳躍後，它停留在偶數點的機率為 $\frac{11}{18}$
- (5)經過三次跳躍後，它停留在偶數點的機率為 $\frac{43}{108}$

3、 填充題：(每題完全答對得6分，本大題共7題，總分最高採計38分。)

- A. 已知 $m > 0$ ，直線 $y = m(x+2)$ 與拋物線 $\Gamma: y^2 = 8x$ 相交於 A, B 兩點， F 為 Γ 的焦點，若 $\overline{FA} = 2\overline{FB}$ ，則 $m =$ _____。
- B. 設圓 C 的半徑為1， P 為圓外一點，且 P 到圓心的距離為3。若過 P 作圓的兩條切線，切點為 A, B ，則 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} =$ _____。(化為最簡分數)
- C. 設 P 是橢圓 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上異於長軸頂點的任意一點， F_1, F_2 為其焦點， O 為中心，則 $\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2} + \overline{OP}^2 =$ _____。
- D. 高師大附中合作社供應午餐的便當共有3種，已知學生阿成從星期一到星期五這5天的午餐想要每種便當至少都吃過一次，那麼阿成吃便當的選擇共有_____種。
- E. 在平面 $E: x + y + z = 3$ 上有一圓 C ，圓心為 $P(0, -2, 5)$ ，而另一點 $Q(1, 0, 2)$ 在圓 C 上，且直線 $L: \frac{x-1}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z-2}{1}$ 在平面 E 上和圓 C 相切於 Q 點，則數對 $(a, b) =$ _____。
- F. 時鐘的表面在一平面上，整點1, 2, ..., 12這12個數字等間隔地分布在半徑為 $\sqrt{2}$ 的圓周上，從整點 i 到整點 j 向量記為 $\overrightarrow{T_i T_j}$ ，則 $\overrightarrow{T_1 T_5} \cdot \overrightarrow{T_1 T_9} =$ _____。
- G. 已知 $x > 0, a > 0, a \neq 1$ ，若 $\log_a x + \log_a x^2 + \cdots + \log_a x^{100} = 10100$ ，則 $\log_a x + (\log_a x)^2 + (\log_a x)^3 + \cdots + (\log_a x)^{100}$ 展開後的最高位數字為_____。

國立高師大附中106學年度第一學期高三數學科(仁~和)第三次段考答案卷

高三__班__號 姓名

- 1、 單選題：(每題都只有一個正確或最適當的選項，答對者得5分；答錯或未作答者，該題以零分計算，本大題共4題，共計20分)

1	2	3	4
4	4	4	4

- 2、 多重選擇題：(每題有5個選項，其中至少有1個是正確的選項，每題的所有選項均答對者，得7分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得1分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。本大題共6題，共計42分)

5	6	7
24	124	245
8	9	10
1234	15	34

- 3、 填充題：(每題完全答對得6分，本大題共7題，總分最高採計38分。)

A	B	C
$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{56}{9}$	41
D	E	F
150	$(-5, 4)$	3
G		
2		