12.10. PREDAVANJE TS

Promenu oznacavamo sa izvodom. Kontinualni sis je opisan diferencijalnim jnama, a diskretan sistem je opisan diferentnim jnama.

*Svi parametri Sistema su slucajni, ne znamo kako ce se ponasati- STOHASTICKI

Kod DETERMINISTICKOG sus vi parametri Sistema poznati

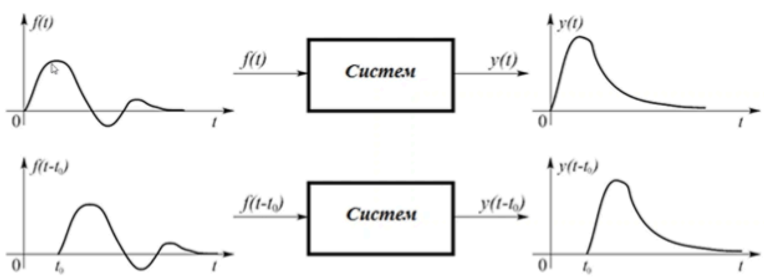
*KAUZALAN- ne postoji odziv(izlaz), bez nekog ulaza(pobude)

Ne mozemo predvideti sta ce biti izlaz u buducnosti, a kod sistema sa povratnom spregom mozemo- mozemo da uskladimo ponasanje Sistema sa onim sto zelimo

*SISTEM SA MEMORIJOM- odziv ne zavisi samo od tekuce pobude, nego I od prethodnih vr ulaza(pobuda)

*SISTEM SA POVRATNOM SPREGOM- deo izlaza ponovo utice na ulaz

Временски промењиви и инваријантни



*Primer stacionarnog Sistema- upalimo I ugasimo sijalicu- isto ce se ponasati u kom god trenutku to uradili- isto I pokretanje Worda

Nestacionarni sistem- berza, kripto valute- vremenski promenljiv sistem

*Stohasticki sistem- parametri sistemi nepoznati- struju generisemo solarnim plocama(ne znamo koliko ce biti sunca) ili npr saobracaj u Bgu tokom kise

Сигнали

- **Сигнал** је временски промењив физички феномен који носи неку информацију.
- **Шум** (случајни сигнал) је временски промењив физички феномен који не носи информацију.
- Сигнали се обрађују у систему.
- У основи анализе сигнала и система лежи њихово представљање помоћу одговарајућих једначина, односно формирање математичког модела.
- Сигнали и системи се анализирају у временском и

-Svrha obrade signala

Карактеристичне континуалне функције

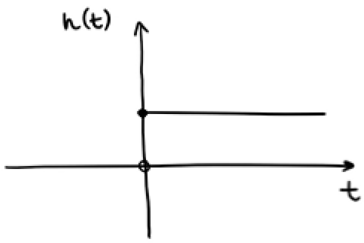
- Хевисајдова функција
- Signum функција
- Јединична нагибна функција
- Јединична импулсна функција

Карактеристичне дискретне функције

- Јединична одскочна функција
- Јединична нагибна функција
- Јединична импулсна функција

*Hevisajdova funkcija- napravili smo model prekidaca

ХЕВИСАЈДОВА ФУНКЦИЈА
(ЈЕДИНИЧНА ОДСКОЧНА)



$$\cancel{h(t)=\begin{cases}0, & t<t_0\\ 1, & t\geq t_0\end{cases}}$$

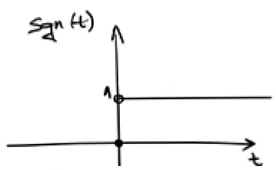
Za trenutke manje od 0, vrednost je 0

Za trenutke vece od 1, vrednost je 1

Greska!

$$h(t)=\begin{cases}0, & t<t_0\\ 1/2, & t=t_0\\ 1, & t>t_0\end{cases}$$

СИГНУМ ФУНКЦИЈА

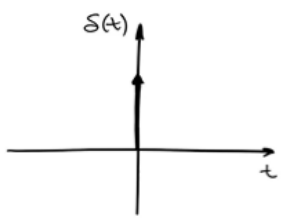


$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t=0\\ -1, & t<0\end{cases}$$

-Funkcija uz koju smo definisali pozitivne i negativne vrednosti

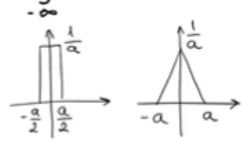
— ЈЕДИНИЧНА ИМПУЛСНА

-Beskonacno velika amplituda, beskonacno kratko traje, pravougaoni impuls povrsine 1!

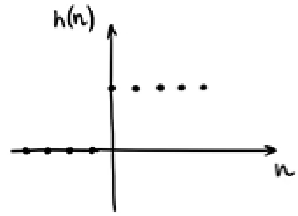


$$\delta(t)=\begin{cases}\infty, & t=0\\ 0, & t\neq 0\end{cases}$$

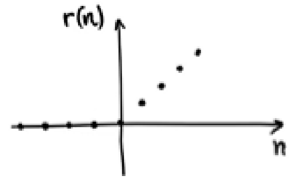
$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\,dt=1$$



Дискретно време



$$h(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

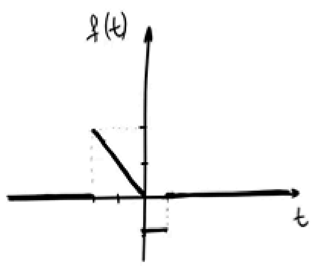


$$r(n) = \begin{cases} n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

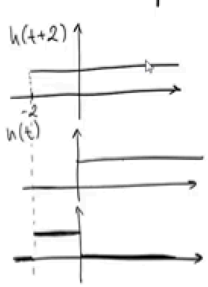
-Voditi racuna da li se trazi u diskretnom ili kontinualnom vremenu!

Kada je data funkcija graficki da znamo da je predstavimo analiticki!USMENI

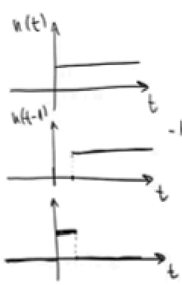
Примери



$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \leq -2 \\ -t, & -2 < t \leq 0 \\ -1, & 0 < t \leq 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$$



$-t[h(t+2)-h(t)]$

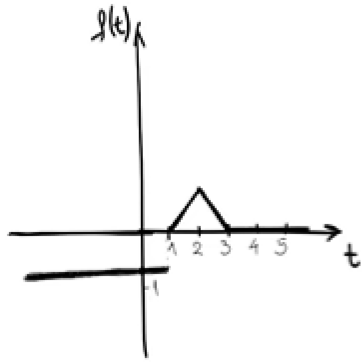


$-1[h(t)-h(t-1)]$

$\Rightarrow f(t) = -t[h(t+2)-h(t)] - [h(t)-h(t-1)]$

USMENI!

пример за вежбу

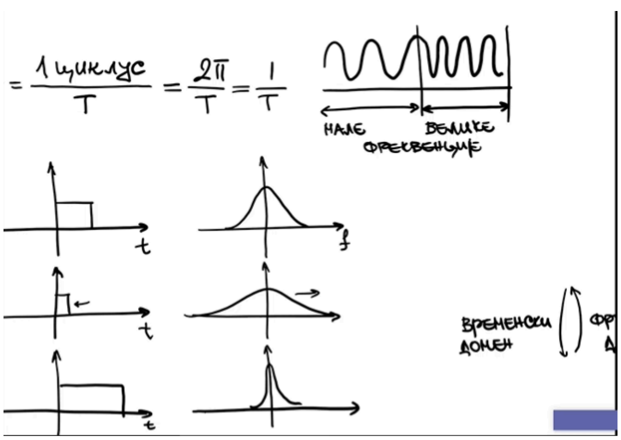


- Анализа сигнала:
  - анализа у **временском** домену (сигнали)
  - анализа у **фреквентном** домену (спектри)
- **Спектар** је разлагање сигнала у временском домену на елементарне периодичне функције различитих учесталости.
- *Fourier Transform, Fourier Series, and frequency spectrum*

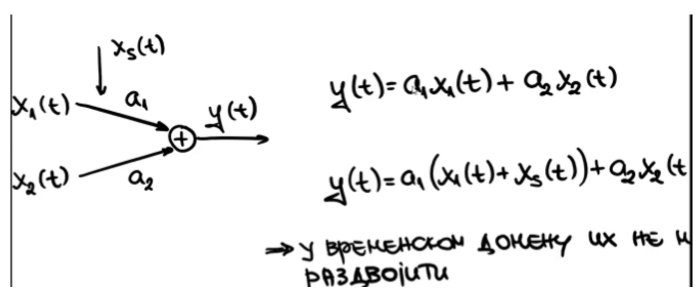
https://www.youtube.com/watch?v=r18Gi8lSkfM

- *Принцип неодређености*:

  Што је сигнал у временском домену краћи то је његов спектар у фреквентном домену шири и обрнуто.

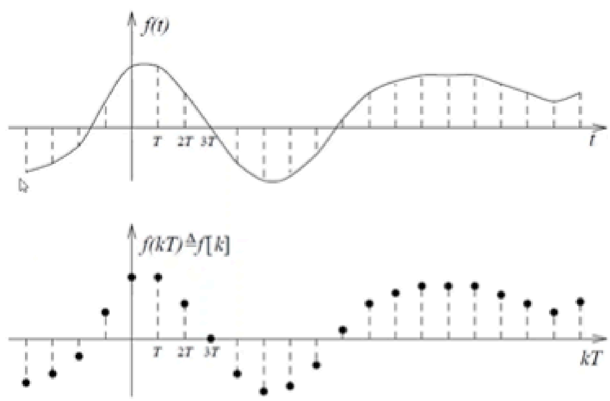


-Frekvencija- broj pojavljivanja necega u jedinici vremena(ucestalost pojavljivanja)



Континуални и дискретни сигнали

- Врсте сигнала у зависности од времена у коме посматрамо систем
  - **Континуални сигнали**: дефинисани у сваком тренутку времена на неком временском интервалу (аналогни сигнали).
  - **Дискретни сигнали**: дефинисани само у одређеним тренутцима времена на неком временском интервалу.



- Врсте сигнала са аспекта вредности амплитуде:
  - **Сигнали континулане амплитуде**
    имају амплитуду која узима вредности из континуланог скупа дефинисаног на неком сегменту
  - **Сигнали дискретне амплитуде**
    имају амплитуду која узима вредности из неког коначног скупа дефинисаног на неком сегменту

Дигитални сигнал

-Moram da diskretizujem, ne mogu da pamtim sve informacije

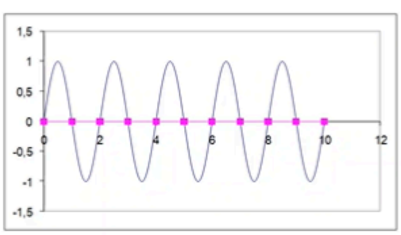
- Посебна врста сигнала која се формира кодирањем дискретних сигнала дискретне амплитуде
- Информација коју овај сигнал носи може се кодирати преко дужине трајања импулса или преко броја импулса који се јављају на неком интервалу времена
- Ови сигнали се јављају као поворка правоугаоних импулса
- Уколико амплитуда има само два нивоа - бинарни сигнал
- *Важна особина*: мање су осетљиви на шум

Дигитализација

- Сигнали које срећемо у природи су непрекидни (аналогни) у времену (нпр. звук).
  - У том облику може се снимити (сачувати) на грамофонској плочи или магнетној траци али је ниског квалитета и склон оштећењу, због тога се аналогни сигнал дигитализује
- Данас су скоро сви уређаји дигитални
  - Добијају се аудио записи у облику фајлова (датотека) који се бољег квалитета, једноставно се могу копирати, размењивати и резати на дискове
- Дигитализација се врши узимањем вредности (електричног напона) у одређеним одабраним тачкама. Број одабраних тачака одређује учесталост одабирања („семпловања“).
- Учесталост одабирања (фреквенција) је број понављања у јединици времена. $f = \frac{1}{T}[Hz]$

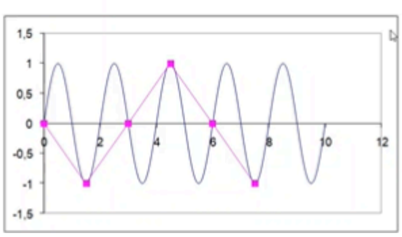
- **Дигитализација** (претварање континуалног тј. аналогног у дигитални сигнал) врши се у два корака:
  - дискретизација у времену (одабирање)
  - дискретизација по амплитуди (квантовање)
- **Дискретизација у времену** је процес у коме се аналогни сигнал представља дискретним вредностима дефинисаним периодом одабирања (број одбирака у јединици времена).
- **Дискретизација по амплитуди** је процес у коме се вредности сигнала континуалне амплитуде у неком тренутку времена представљају дискретним вредностима амплитуде (заокруживањем или одсецањем).

Лоше узорковање



$$\text{Учесталост одабирања} = \tfrac{1}{2} \cdot \text{Учесталости сигнала}$$

$$\text{Учесталост одабирања} = 2 \cdot \text{Учесталости сигнала}$$



$$\text{Учесталост одабирања} = \tfrac{1}{3} \cdot \text{Учесталости сигнала}$$

Фуријеова трансформација

$$F^{*}(s) = \frac{1}{T}\sum_{k=0}^{\infty} F(s + jk\Omega_s)$$

ако узмемо да је $s = j\omega$ добијамо Фуријеову трансформацију:

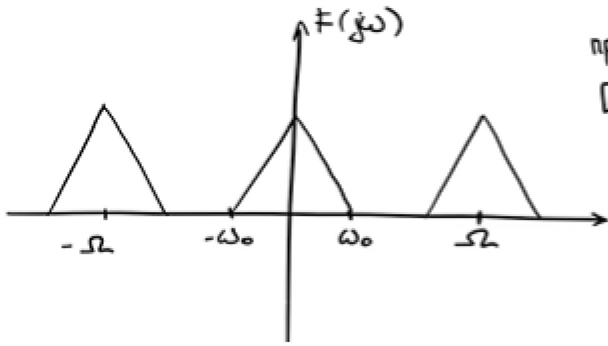
$$F^{*}(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{k=0}^{\infty} F\big(j(\omega + k\Omega_s)\big)$$

ФТ сигнала добијеног одабирањем једнака је периодичном низу чланова који су исти као и ФТ (спекрта) оригиналног сигнала

Све реплике су центриране око учесталости $k\Omega_s$

⇒ Облик резултујуће криве зависи од од односа учестаности одабирања Ω_s и учестаности пропусног опсега сигнала ω

ЗА $s = j\omega$ $\quad F^{*}(j\omega) = \frac{1}{T}\sum F(j(\omega + k\Omega_s))$



прва лева и прва десна реплика

$[-\Omega-\omega_0, -\Omega+\omega_0], [\Omega-\omega_0, \Omega+\omega_0]$

$\omega_0 \leq \Omega - \omega_0$

$2\omega_0 \leq \Omega$

Пример

- Звучни сигнал за потребе телефонирања ограничен је на фреквенције мање од 4000 Hz.
  - ⇒ Потребно узети бар 8000 узорка у јединици времена (секунди) како би се сигнал могао реконстуисати
- Ако је учесталост одабирача 10 kHz, колика је максимална гранична учесталост сигнала спектра коју можемо дискретизовати према теореми одабирања?
  - ⇒ Коришћењем одабирача ове учесталости, можемо дискретизовати сигнал максималне граничне учесталости 5 kHz.

https://www.youtube.com/watch?v=fZzMXdxbOes

-Bar 2 puta veca ucestalost

-Maksimalna granicna ucestalost signala?

USMENI!

19.10. PREDAVANJE

- Када говоримо о математичком опису система, можемо разликовати следеће врсте модела система:
  - Улазно-излазни (У/И) или екстерни опис система – непотпуни опис,
  - Опис у простору стања (У/С/И) или интерни опис система – потпуни опис.
- **Улазно-излазни опис** система дефинише однос између улаза и излаза само под условом да је систем у мировању.

- Систем са једним улазом и једним излазом (*SISO*) у континуалном времену може се представити линеарном диференцијалном једначином n-тог реда:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n}+\cdots+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0 y(t)=b_m\frac{d^m u(t)}{dt^m}+\cdots+b_1\frac{du(t)}{dt}+b_0 u(t)$$

- Систем са једним улазом и једним излазом (*SISO*) у дискретном времену може се представити линеарном диферентном једначином са константним коефицијентима n-тог реда:

$$y(k+n)+a_{n-1}y(k+n-1)+\cdots+a_1 y(k+1)+a_0 y(k)$$
$$=b_m u(k+m)+b_{m-1}u(k+m-1)+\cdots+b_1 u(k+1)+b_0 u(k)$$

-Sistem u vremenu t

-k i n treba da nas asocira da ti trenuci vremena uzimaju vr iz skupa celih brojeva- to je sistem u diskretnom vremenu

-Kontinualno- diferencijalne jne

-Diskretno- diferentne jne

Улазно-излазни пар система

-R u

Систем улаз - излаз (У/И) одређен је скупом *улаза* U, скупом *излаза* Y и *релацијом* (или правилом понашања) *система* $\mathcal{R}\subset U\times Y$

За било који пар (u,y) тако да је

$$u\in U,\ y\in Y \text{ и } (u,y)\in\mathcal{R}$$

кажемо да је улазно-излазни пар система, где је $\boldsymbol{u}$ *улаз* и $\boldsymbol{y}$ одговарајући *излаз*.

ovoj definiciji je oznaka za relaciju.

ПРИМЕР: ДАТ ЈЕ МОДЕЛ СИСТЕМА ОПИСАН ЈЕДНАЧИНОМ УЛАЗ/ИЗЛАЗ

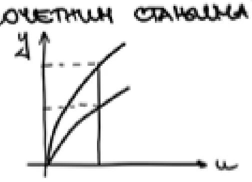
$$\frac{dy}{dt} = u$$

РЕШЕЊЕ: $(1, t)$

$(1, 1+t)$

$\left(t, \frac{t^2}{2}+1\right)$

$\Rightarrow$ ДАТОМ УЛАЗУ u НЕ ОДГОВАРА У ОПШТЕМ СЛУЧАЈУ ЈЕДИНСТВЕН ИЗЛАЗ y ВЕЋ МНОШТВО ИЗЛАЗА КОЈИ СУ ОДРЕЂЕНИ "ПОЧЕТНИМ УСЛОВИМА" ИЛИ "ПОЧЕТНИМ СТАЊИМА"



Стање је сажета представа претходних понашања система, довољно потпуна да нам омогући да на основу улазних дејстава тачно предвидимо каква ће бити излазна дејства и промене самог стања.

Једначина улаз-стање-излаз

Нека простор парова улаз-излаз модела $\mathcal{A}$ може да се параметризује у облику једначине

$$y(t) = A\left(\alpha, u_{[t_0,t[}\right), \quad \forall t > t_0, \forall t_0 \qquad (1)$$

где је

A функција α и $u_{[t_0,t[}$ за $t_0, t \in T, \alpha \in X$,

а

$u \in R[u], y \in R[y]$

задовољавају услове узајамне и сопствене сагласности.

Тада (1) зовемо *једначина улаз-стање-излаз* модела $\mathcal{A}$, X *простор стања* за $\mathcal{A}$, елементе X *стања апстрактног система – модела* $\mathcal{A}$, а α стање $\mathcal{A}$ у тренутку t_0.

ЈЕДНАЧИНА ПРЕЛАЗА СТАЊА

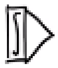
ОДРЕЂУЈЕ СТАЊЕ $x(t)$ У ТРЕНУТКУ t У ЗАВИСНОСТИ ОД ПОЧЕТНОГ СТАЊА $x(t_0)$ У ТРЕНУТКУ t_0 И УЛАЗА $u_{[t_0,t[}$

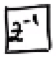
$$x(t) = \Phi(t, t_0, x(t_0), u(t))$$

ОСНОВНА Ј-НА ПРЕЛАЗА СТАЊА: $\dot{x}(t) = f(t, t_0, x(t_0), u(t))$

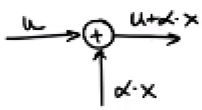
Ј-НА ИЗЛАЗА: $y(t) = g(t, x(t), u(t))$

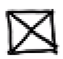
$$x(n+1) = f(n, x(n), u(n))$$
$$y(n) = g(n, x(n), u(n))$$

 интегратор

 јединично кашњење

 множење константом

 сабирач

 множач

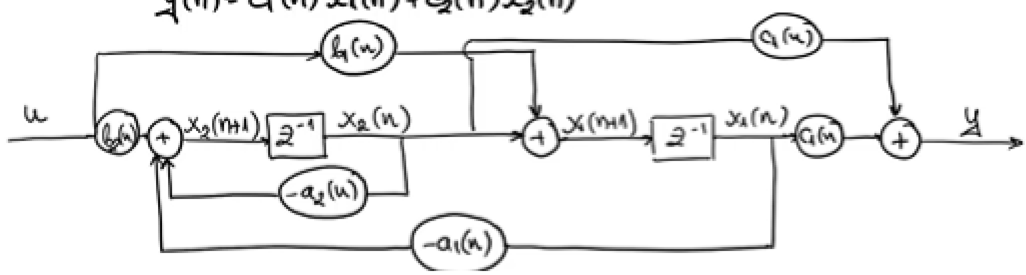
-Ako imamo sistem u kontinualnom vremenu, tu cemo sig koristiti integrator

-Ako imamo sistem u diskretnom vremenu, tu cemo imati element za jedinicno kasnjenje

пример: нацртати блок дијаграм временски дискретног система другог реда описаног једначинама

$$x_1(n+1) = x_2(n) + b_1(n)u(n)$$
$$x_2(n+1) = -a_1(n)x_1(n) - a_2(n)x_2(n) + b_2(n)u(n)$$
$$y(n) = c_1(n)x_1(n) + c_2(n)x_2(n)$$

$$x(n) = \begin{bmatrix} x_1(n) \\ x_2(n) \end{bmatrix}$$



<u>26.10. TS PREDAVANJE</u>

Математички опис – У/И опис система

Циљ предавања:

① Општа веза између улаза и излаза за било који систем који испуњава следеће карактеристике:

- линеарност
- релаксираност (мировање)
- каузалност

$$y(t) = \int_{t_0}^{t} g(t,\tau)u(\tau)\,d\tau$$

\+ стационарност (врем. инваријантност)

$$y(t) = \int_{0}^{t} g(t-\tau)u(\tau)\,d\tau$$

② Преносна функција – У/И опис у комплексном домену

2.11.