

Κρούση και στροφορμή

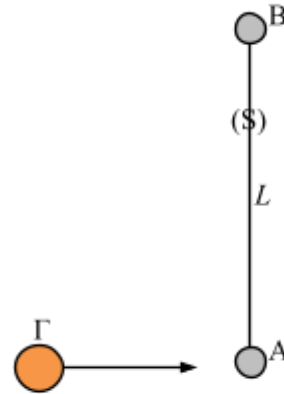
Δύο μικρές όμοιες σφαίρες Α και Β μάζας m , είναι στερεωμένες στα άκρα μιας αβαρούς ράβδου μήκους L , δημιουργώντας έτσι το σώμα S, το οποίο ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μια άλλη σφαίρα Γ μάζας $2m$ κινείται με ταχύτητα u προς τη σφαίρα Α σε διεύθυνση κάθετη στη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα και συγκρούεται με αυτήν κεντρικά και ελαστικά. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά την κρούση θα είναι

α) $\omega = 4u/3L$

β) $\omega = u/L$

γ) $\omega = 2u/3l$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση, δικαιολογώντας την επιλογή σας.



Απάντηση

Αμέσως μετά την κρούση έχουμε την εικόνα του συστήματος που φαίνεται στο σχήμα 1. Η κίνηση που εκτελεί το σώμα S είναι σύνθετη. Μεταφορική με την ταχύτητα $\vec{v}_C$ του κέντρου μάζας C και στροφική με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$. Λόγω της αριστερόστροφης ροπής που δέχτηκε το σώμα S κατά την κρούση, η φορά της γωνιακής ταχύτητας θα είναι από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Το σύστημα είναι μονωμένο.

Η ορμή του διατηρείται

$$\vec{p}_{\text{ΠΡΙΝ}} = \vec{p}_{\text{ΜΕΤΑ}} \Leftrightarrow 2m \cdot u = 2m \cdot v_3 + m v_1 + m v_2 \Leftrightarrow$$

$$2u = 2v_3 + (v_c + \frac{\omega L}{2}) + (v_c - \frac{\omega L}{2}) \Leftrightarrow$$

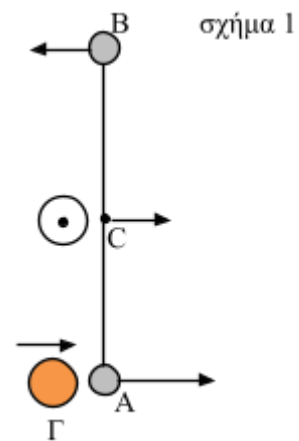
$$2u = 2v_3 + 2v_c \Leftrightarrow v_3 = u - v_c \quad (1)$$

Από την ελαστική κρούση μεταξύ των σφαιρών Γ και Α έχουμε

$$u + v_3 = 0 + v_1 \Leftrightarrow u = v_1 - v_3 \xrightarrow{(1)} \Leftrightarrow u = v_c + \omega \frac{L}{2} - u + v_c \Leftrightarrow$$

$$2u = 2v_c + \omega \frac{L}{2} \Leftrightarrow 4u = 4v_c + \omega L \quad (2)$$

Η στροφορμή του συστήματος ως προς το C διατηρείται επίσης:



$$\begin{aligned}
 L_{\text{ΠΡΙΝ}} &= L_{\text{ΜΕΤΑ}} \Leftrightarrow 2m \cdot u \cdot \frac{L}{2} = 2m \cdot v_3 \cdot \frac{L}{2} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 \omega + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 \omega \Leftrightarrow \\
 2u \frac{L}{2} &= 2v_3 \cdot \frac{L}{2} + 2 \frac{L^2}{4} \omega \Leftrightarrow 2u = 2v_3 + 2 \frac{L}{2} \omega \Leftrightarrow u = v_3 + \frac{L}{2} \omega \xrightarrow{(1)} \\
 u &= u - v_c + \frac{L}{2} \omega \Leftrightarrow v_c = \frac{L}{2} \omega \quad (3)
 \end{aligned}$$

Από τις σχέσεις (2), (3) έχουμε

$$4u = 4 \frac{L}{2} \omega + \omega L \Leftrightarrow 4u = 3\omega L \Leftrightarrow \omega = \frac{4u}{3L}$$

Σωστή απάντηση $\rightarrow (a)$

Προσομοίωση: [Κρούση και στροφορμή](#)

Με $u = 3\text{m/s}$, $L = 4\text{m}$, προκύπτει $\omega = 1\text{rad/s}$

Ανδρέας Ριζόπουλος