Câu 2: **[1D5-2.2-3] (THPT ĐOÀN THƯỢNG -LẦN 1-2018)** Tiếp tuyến của parabol $y = 4 - x^2$ tại điểm $(1;3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Tính diện tích S của tam giác vuông đó.

A. $S = \frac{25}{4}$. **B.** $S = \frac{25}{2}$. **C.** $S = \frac{5}{2}$. **D.** $S = \frac{5}{4}$.

Câu 44. **[1D5-2.2-3] (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\left[f(2x+1)\right]^2 + \left[f(1-x)\right]^3 = x$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

Câu này gõ sai đáp án nên không có đáp án nào đúng,em dã sửa lại đáp án B

A. $y = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$. **B.** $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$. **C.** $y = \frac{1}{7}x - \frac{5}{7}$. **D.** $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ $\left[f(2x+1)\right]^2 + \left[f(1-x)\right]^3 = x$ (*), cho $x = 0$ ta có $\left[f(1)\right]^2 + \left[f(1)\right]^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) = 0 \\ f(1) = -1 \end{array}\right.$

Đạo hàm hai vế của (*) ta được $4.f(2x+1).f'(2x+1) - 3\left[f(1-x)\right]^2.f'(1-x) = 1$.

Cho $x = 0$ ta được $4f(1).f'(1) - 3.\left[f(1)\right]^2.f'(1) = 1 \Leftrightarrow f(1).f'(1).\left[4 - 3f(1)\right] = 1$ (**).

Nếu $f(1) = 0$ thì (**) vô lý, do đó $f(1) = -1$, khi đó (**) trở thành

$-f'(1).[4+3] = 1 \Leftrightarrow f'(1) = -\frac{1}{7}$

Phương trình tiếp tuyến $y = -\frac{1}{7}(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

Câu 34. **[1D5-2.2-3] (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C). Biết rằng khi $m = m_0$ thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng $x_0 = -1$ đi qua $A(1;3)$. Khẳng định nào sâu đây đúng?

A. $-1 < m_0 < 0$. **B.** $0 < m_0 < 1$. **C.** $1 < m_0 < 2$. **D.** $-2 < m_0 < -1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6mx + m + 1$.

Với $x_0 = -1$ thì $y_0 = 2m - 1$, gọi $B(-1;2m-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2;2m-4)$.

Tiếp tuyến tại B đi qua A nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k = -m + 2$.

Mặt khác: hệ số góc của tiếp tuyến là $k = y'(x_0)$.

Do đó ta có: $3(x_0)^2 + 6m_0x_0 + m_0 + 1 = -m_0 + 2$

$\Leftrightarrow 3-6m_0+m_0+1=-m_0+2 \Leftrightarrow -4m_0=-2 \Leftrightarrow m_0=\dfrac{1}{2}$.

Câu 40. **[1D5-2.2-3]** **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=-x^3+mx^2+mx+1$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị của m để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của (C) đi qua gốc tọa độ O?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=-3x^2+2mx+m$ $=-3\left(x-\dfrac{m}{3}\right)^2+\dfrac{m^2}{3}+m \le \dfrac{m^2}{3}+m$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=\dfrac{m}{3}$, khi đó hệ số góc tiếp tuyến là $f'(x_0)=\dfrac{m^2}{3}+m$ và tiếp tuyến có dạng $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$ hay $y=\left(\dfrac{m^2}{3}+m\right)\left(x-\dfrac{m}{3}\right)+\dfrac{2m^3}{27}+\dfrac{m^2}{3}+1$

Tiếp tuyến qua O $\Rightarrow 0=-\dfrac{m^3}{27}+1$ $\Rightarrow m=3$.

Câu 38: **[1D5-2.2-3]** **(SỞ GD VÀ ĐT VĨNH PHÚC - 2018)** Trên đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x$ có bao nhiêu điểm M mà tiếp tuyến với (C) tại M cắt (C) tai điểm thứ hai N thỏa mãn $MN=\sqrt{333}$.

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y'=3x^2-3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M\left(m;m^3-3m\right)$ là: $d:y=\left(3m^2-3\right)(x-m)+m^3-3m$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $\left(3m^2-3\right)(x-m)+m^3-3m=x^3-3x$

$\Leftrightarrow (x-m)^2(x+2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=-2m \end{array}\right.$.

Suy ra $N\left(-2m;-8m^3+6m\right)$.

Ta có

$MN=\sqrt{333} \Leftrightarrow MN^2=333 \Leftrightarrow (3m)^2+\left(9m^3-9m\right)^2=333$ $\Leftrightarrow 9m^6-18m^4+10m^2-37=0$.

Đặt $m^2=t$, $(t\ge 0)$ ta được $9t^3-18t^2+10t-37=0$ (2).

Do phương trình (2) có duy nhất một nghiệm t dương nên sẽ có 2 giá trị của m thỏa mãn.