**Câu 2:** **[1D5-2.2-3] (THPT ĐOÀN THƯỢNG -LẦN 1-2018)** Tiếp tuyến của parabol $y=4-x^2$ tại điểm $(1;3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Tính diện tích $S$ của tam giác vuông đó.

**A.** $S=\frac{25}{4}$. **B.** $S=\frac{25}{2}$. **C.** $S=\frac{5}{2}$. **D.** $S=\frac{5}{4}$.

**Câu 44.** **[1D5-2.2-3] (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $[f(2x+1)]^2+[f(1-x)]^3=x$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng $1$.

**Câu này gõ sai đáp án nên không có đáp án nào đúng,em dã sửa lại đáp án B**

**A.** $y=\frac{1}{7}x-\frac{6}{7}$. **B.** $y=-\frac{1}{7}x+\frac{6}{7}$. **C.** $y=\frac{1}{7}x-\frac{5}{7}$. **D.** $y=-\frac{1}{7}x+\frac{6}{7}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ $[f(2x+1)]^2+[f(1-x)]^3=x$ (*), cho $x=0$ ta có $[f(1)]^2+[f(1)]^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1)=0 \\ f(1)=-1 \end{array}\right.$

Đạo hàm hai vế của (*) ta được $4.f(2x+1).f'(2x+1)-3[f(1-x)]^2.f'(1-x)=1$.

Cho $x=0$ ta được $4f(1).f'(1)-3.[f(1)]^2.f'(1)=1 \Leftrightarrow f(1).f'(1).[4-3f(1)]=1$ (**).

Nếu $f(1)=0$ thì (**) vô lý, do đó $f(1)=-1$, khi đó (**) trở thành

$-f'(1).[4+3]=1 \Leftrightarrow f'(1)=-\frac{1}{7}$

Phương trình tiếp tuyến $y=-\frac{1}{7}(x-1)-1 \Leftrightarrow y=-\frac{1}{7}x+\frac{6}{7}$.

**Câu 34.** **[1D5-2.2-3] (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+(m+1)x+1$ có đồ thị $(C)$. Biết rằng khi $m=m_0$ thì tiếp tuyến với đồ thị $(C)$ tại điểm có hoành độ bằng $x_0=-1$ đi qua $A(1;3)$. Khẳng định nào sâu đây đúng?

**A.** $-1<m_0<0$. **B.** $0<m_0<1$. **C.** $1<m_0<2$. **D.** $-2<m_0<-1$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $y'=3x^2+6mx+m+1$.

Với $x_0=-1$ thì $y_0=2m-1$, gọi $B(-1;2m-1) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-2;2m-4)$.

Tiếp tuyến tại $B$ đi qua $A$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k=-m+2$.

Mặt khác: hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(x_0)$.

Do đó ta có: $3(x_0)^2+6m_0x_0+m_0+1=-m_0+2$

$\Leftrightarrow 3-6m_0+m_0+1=-m_0+2 \Leftrightarrow -4m_0=-2 \Leftrightarrow m_0=\frac{1}{2}$.

**Câu 40.** **[1D5-2.2-3] (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hàm số $y=-x^3+mx^2+mx+1$ có đồ thị $(C)$. Có bao nhiêu giá trị của $m$ để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của $(C)$ đi qua gốc tọa độ $O$?

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $y'=-3x^2+2mx+m=-3\left(x-\frac{m}{3}\right)^2+\frac{m^2}{3}+m\le\frac{m^2}{3}+m$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=\frac{m}{3}$, khi đó hệ số góc tiếp tuyến là $f'(x_0)=\frac{m^2}{3}+m$ và tiếp tuyến có dạng $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$ hay $y=\left(\frac{m^2}{3}+m\right)\left(x-\frac{m}{3}\right)+\frac{2m^3}{27}+\frac{m^2}{3}+1$

Tiếp tuyến qua $O$ $\Rightarrow 0=-\frac{m^3}{27}+1 \Rightarrow m=3$.

**Câu 38:** **[1D5-2.2-3] (SỞ GD VÀ ĐT VĨNH PHÚC - 2018)** Trên đồ thị $(C)$ của hàm số $y=x^3-3x$ có bao nhiêu điểm $M$ mà tiếp tuyến với $(C)$ tại $M$ cắt $(C)$ tai điểm thứ hai $N$ thỏa mãn $MN=\sqrt{333}$.

**A.** $0$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $y'=3x^2-3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(m;m^3-3m)$ là: $d: y=(3m^2-3)(x-m)+m^3-3m$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $d$ và $(C)$ là: $(3m^2-3)(x-m)+m^3-3m=x^3-3x$

$\Leftrightarrow (x-m)^2(x+2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=-2m \end{array}\right.$.

Suy ra $N(-2m;-8m^3+6m)$.

Ta có

$MN=\sqrt{333} \Leftrightarrow MN^2=333 \Leftrightarrow (3m)^2+(9m^3-9m)^2=333 \Leftrightarrow 9m^6-18m^4+10m^2-37=0$.

Đặt $m^2=t$, $(t\ge 0)$ ta được $9t^3-18t^2+10t-37=0$ $(2)$.

Do phương trình $(2)$ có duy nhất một nghiệm $t$ dương nên sẽ có $2$ giá trị của $m$ thỏa mãn.