

Тема 3: Розв'язування задач

ЗАДАЧІ

1. У деяку точку простору приходять когерентні світлові хвилі з різницею ходу 2 мкм. Посилення чи ослаблення світла відбувається в цій точці, якщо довжина хвилі становить: а) 600 нм; б) 400 нм; в) 760 нм?

Умова інтерференційного максимуму: $\Delta d = 2k \frac{\lambda}{2} = x \frac{\lambda}{2}$; x – парне число.

Умова інтерференційного мінімуму: $\Delta d = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} = x \frac{\lambda}{2}$; x – непарне число.

Дано:

$$\begin{aligned}\Delta d &= 2 \text{ мкм} \\ &= 2 \cdot 10^{-6} \text{ м} \\ \lambda_1 &= 600 \text{ нм} \\ &= 600 \cdot 10^{-9} \text{ м} \\ \lambda_2 &= 400 \text{ нм} \\ &= 400 \cdot 10^{-9} \text{ м} \\ \lambda_3 &= 760 \text{ нм} \\ &= 760 \cdot 10^{-9} \text{ м} \\ x_1 &- ? \\ x_2 &- ? \\ x_3 &- ?\end{aligned}$$

Розв'язання

$$\Delta d = x \frac{\lambda}{2} \quad x = \frac{2\Delta d}{\lambda} \quad [x] = \frac{\text{м}}{\text{м}} = \text{м}$$

$$x_1 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{600 \cdot 10^{-9}} \approx 7$$

$$x_2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 10^{-9}} = 10$$

$$x_3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{760 \cdot 10^{-9}} \approx 5$$

Відповідь: $x_1 \approx 7$ – мінімум (наближено); $x_2 = 10$ – максимум; $x_3 \approx 5$ – мінімум (наближено).

2. При освітленні дифракційної решітки світлом з довжиною хвилі 627 нм на екрані вийшли смуги, відстань між якими виявилася рівною 39,6 см. Знаючи, що екран розташований на відстані 120 см від решітки, знайдіть період ґратки.

Дано:

$$\begin{aligned}\lambda &= 627 \text{ нм} \\ &= 627 \cdot 10^{-9} \text{ м} \\ x &= 39,6 \text{ см} \\ &= 39,6 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ L &= 120 \text{ см} \\ &= 1,2 \text{ м} \\ k &= 1 \\ d &- ?\end{aligned}$$

Розв'язання

Формула дифракційної ґратки:

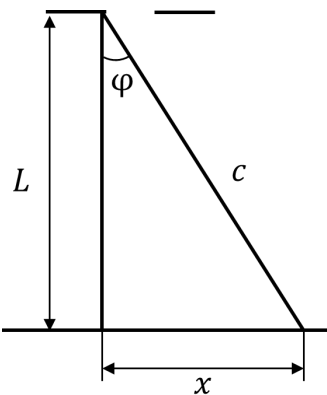
$$d \sin \varphi = k\lambda$$

$$\sin \varphi = \frac{x}{c} = \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}}$$

$$d \cdot \frac{x}{\sqrt{L^2 + x^2}} = k\lambda$$

$$d = \frac{k\lambda \sqrt{L^2 + x^2}}{x}$$

$$[d] = \frac{\text{м} \cdot \sqrt{\text{м}^2 + \text{м}^2}}{\text{м}} = \text{м}$$



$$d = \frac{1 \cdot 627 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{1,2^2 + (39,6 \cdot 10^{-2})^2}}{39,6 \cdot 10^{-2}} \approx 2 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}$$

Відповідь: $d \approx 2$ мкм.

3. Дифракційна ґратка, що має 200 штрихів на 1 мм, розташована на відстані 2 м від екрана. На ґратку падає біле світло, максимальна довжина хвилі якого 720 нм, мінімальна – 430 нм. Яка ширина спектра першого порядку?

Дано:

$$N = 200$$

$$l = 1 \text{ мм}$$

$$= 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$L = 2 \text{ м}$$

$$\lambda_1 = 720 \text{ нм}$$

$$= 720 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

$$\lambda_2 = 430 \text{ нм}$$

$$= 430 \cdot 10^{-9} \text{ м}$$

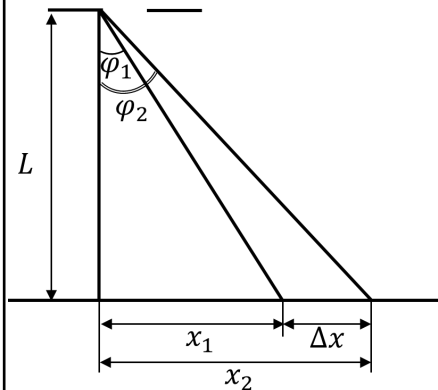
$$k = 1$$

$$\Delta x = ?$$

Розв'язання

Формула дифракційної ґратки:

$$d \sin \varphi = k\lambda \quad d = \frac{l}{N}$$



$$\frac{l}{N} \sin \varphi = k\lambda \quad \sin \varphi = \frac{Nk\lambda}{l}$$

$$\varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \varphi^2}} \quad (1)$$

$$\varphi = \frac{x}{L} \quad (2)$$

Прирівнюємо (1) і (2):

$$\frac{x}{L} = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \varphi^2}} \\ x = \frac{L \sin \varphi}{\sqrt{1 - \varphi^2}} = \frac{L \frac{Nk\lambda}{l}}{\sqrt{1 - \left(\frac{Nk\lambda}{l}\right)^2}} = \frac{LNk\lambda}{l \sqrt{1 - \left(\frac{Nk\lambda}{l}\right)^2}} \\ x_1 = \frac{LNk\lambda_1}{l \sqrt{1 - \left(\frac{Nk\lambda_1}{l}\right)^2}} \quad x_2 = \frac{LNk\lambda_2}{l \sqrt{1 - \left(\frac{Nk\lambda_2}{l}\right)^2}}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{LNk}{l} \left(\frac{\lambda_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{Nk\lambda_2}{l}\right)^2}} - \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{Nk\lambda_1}{l}\right)^2}} \right)$$

$$[\Delta x] = \frac{\text{м}}{\text{м}} \left(\frac{\text{м}}{\sqrt{\left(\frac{\text{м}}{\text{м}}\right)^2}} - \frac{\text{м}}{\left(\frac{\text{м}}{\text{м}}\right)^2} \right) = \text{м}$$

$$\Delta x = \frac{2 \cdot 200 \cdot 1}{1 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{720 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{1 - \left(\frac{200 \cdot 1 \cdot 720 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-3}}\right)^2}} - \frac{430 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{1 - \left(\frac{200 \cdot 1 \cdot 430 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-3}}\right)^2}} \right) \\ \approx 0,12 \text{ (м)}$$

Відповідь: $\Delta x \approx 12$ см.

