المـــــــؤسسة: ثانوية هواري بومدين) اليشير (- ولاية بـــرج بوعريريج - .	يـــــــــــــوم: 30/11/2010 م. الموافق لـ: 24 ذي الحجة 1431 هـ .
اختبار الثلاثي الأول في الرياضيات	
المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي تقني رياضي " هندسة مدنية ".	**المدة**: ساعتان.

التمرين الأول:) 05 ن (

x	$-\infty$		1		5		11		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	3	↘	-1	↗	$+\infty$	↗	1	↘	$-\infty$ $-\infty$

f دالة قابلة للاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها ،

(C) تمثيلها البياني في معلم وجدول تغيراتها هوالجدول

المـــقـــــــابل:

- اذكر إن كانت كل جملة من الجمل الآتية **صحيحة** أم **خاطئة** مع **<u>التبرير</u>** .

1. الدالة f فردية .
2. من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ فإن: $f(x)\in[-1;3]$.
3. المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لحامل محور الفواصل .
4. المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل .
5. المنحنى (C) يقبل في النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا موازيا للمستقيم المعرف بالمعادلة $y=-x+1$.

التمرين الثاني:) 04.50 ن (

- f الدالة المعرفة على المجموعة $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=2x-1-\frac{1}{x^2}$.

1.

أ) دون استعمال المشتقة عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f و احسب $f(1)$ (النهايات غير مطلوبة).

ج) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

2. g الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2e^x-1-\frac{1}{e^{2x}}$.

أ) بين أن الدالة g مركب دالتين يطلب تعيينهما .

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g دون استعمال المشتقة .

التمرين الثالث:) 07 ن (

- f الدالة المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=x^2-3x+2; x\in]-\infty;1] \\ f(x)=\frac{x^2-1}{x-3}; x\in]1;3[\cup]3;+\infty[\end{cases}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في معلم .

1. ادرس نهاية الدالة f عند كل حد من حدود مجالات مجموعة تعريفها .

2. أ) ادرس استمرارية الدالة f عند العدد 1 .

ب) ادرس استمرارية الدالة f على المجال $]-\infty;3[$.

3. احسب كلا من $\lim\limits_{x\to 1}^{<} \frac{f(x)}{x-1}$ ، $\lim\limits_{x\to 1}^{>} \frac{f(x)}{x-1}$. ماذا تستنتج ؟ . فسر النتيجة بيانيا .

4. اكتبْ معادلةً للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

التمرين الرابع:) 03.50 ن (

1. عين كل الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : $f'(x)-f(x)+1=0$.

2. f هي الدالة حيث ، من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)-f(x)+1=0$ و التي تمثيلها البياني يشمل النقطة $A(1;0)$.

- بين أن الدالة f معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=-e^{x-1}+1$.

3. (C) ، (C') هما ؛ على الترتيب ؛ التمثيلان البيانيان للدالتين "exp" ، f في معلم متعامد و متجانس $(O;i;j)$. (f هي الدالة المعرفة في السؤال 2.)

- بين كيفية إنشاء (C') اعتمادا على (C) ثم أنشئ .

بالتوفيق	الصفحة 2 من 2	انتهـــــــــــــــى .

الإجابة و سلم التنقيط (الاختبار الأول للثلاثي الأول - الثالثة ثانوي هندسة مدنية - [2010-2011])

الإجابة	العلامة	الإجابة	العلامة

التمرين الأول:) 05 ن (

1. نلاحظ أن $(-5) \in D_f$ لكن $5 \notin D_f$. — 0.75

إذن: الدالة f ليست فردية . — 0.25

ومنه: الجملة 1. خاطئة . —

2. حسب جدول تغيرات الدالة فإن: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;1]$ فإن: $f(x) \in]-1;3]$. — 0.75

ومنه: الجملة 2. خاطئة . — 0.25

3. لدينا: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ — 0.75

إذن: (C) يقبل ؛ مستقيما مقاربا واحدا موازيا لحامل محور الفواصل ؛ عند $-\infty$ ؛ معرفا بالمعادلة : $y = 3$. — 0.25

ومنه: الجملة 3. خاطئة . — 0.75

4. حسب جدول تغيرات الدالة f فإن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في أربع نقط . — 0.25

ومنه: الجملة 4. صحيحة . — 0.75

5. معامل توجيه المستقيم المعرف بالمعادلة: $y = -x + 1$ هو (-1) و هو سالب تماما و $f'(2) > 0$. — 0.25

ومنه: الجملة 5. خاطئة . — 0.25

التمرين الثاني:) 04.5 ن (

1.أ) لدينا: $f = f_1 + f_2$ حيث: — 0.25

$f_1(x) = 2x - 1$ و $f_2(x) = -\dfrac{1}{x^2}$

- الدالة f_1 دالة تآلفية متزايدة تماما على المجموعة $\mathbb{R}$ لأن $2 > 0$ فهي كذلك على المجال $]0;+\infty[$. — 0.50

- الدالة " مربع " متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ — 0.25

إذن: مقلوبها دالة متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ — 0.50

و بالتالي الدالة f_2 متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

و أخيرا: الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. مما يثبت صحة التخمين . — 0.25

ب) * جدول تغيرات الدالة f هو : —

x	0	1	$+\infty$

إذن: $]0;1[$ ، $]1;+\infty[$ — 0.25

- إذا كان $x \in]0;1[$ فإن: $f(x) < 0$. — 0.50

- إذا كان $x \in]1;+\infty[$ فإن: $f(x) > 0$.

2.

أ) من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$g(x) = 2e^x - 1 - \frac{1}{(e^x)^2}$$ — 0.75

أي: $g(x) = f(e^x)$ أي: $g(x) = fo\exp$.

ب) الدالة "exp" متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و تأخذ قيمها في المجال $]0;+\infty[$ و الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. — 01.00

إذن: الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

التمرين الثالث:) 07 ن (

1.* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 - 3x + 2)$ — 0.50

أي: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x^2)$ —

أي: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$. — 0.25

* $\lim\limits_{\substack{< \\ x \to 1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{< \\ x \to 1}} (x^2 - 3x + 2)$.

$\lim\limits_{\substack{< \\ x \to 1}} f(x) = 0$ — 0.25

أي: $\lim\limits_{\substack{< \\ x \to 1}} f(x) = 0$.

* $\lim\limits_{\substack{> \\ x \to 1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{> \\ x \to 1}} \left(\dfrac{x^2 - 1}{x - 3}\right)$ —

$\lim\limits_{\substack{> \\ x \to 1}} f(x) = 0$ — 0.50

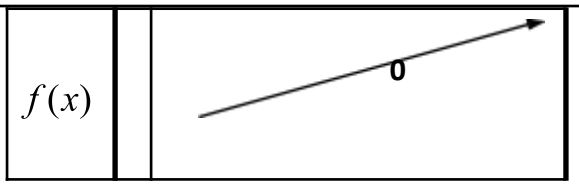
أي: $\lim\limits_{\substack{> \\ x \to 1}} f(x) = 0$.

* $\lim\limits_{\substack{< \\ x \to 3}} f(x) = \lim\limits_{\substack{< \\ x \to 3}} \left(\dfrac{x^2 - 1}{x - 3}\right)$

- لما $x \overset{<}{\to} 3$ فإن: $\begin{cases} (x^2 - 1) \to 8 \\ (x - 3) \to 0^- \end{cases}$ — 0.50

إذن: $\lim\limits_{\substack{< \\ x \to 3}} f(x) = -\infty$.

* $\lim\limits_{\substack{> \\ x \to 3}} f(x) = \lim\limits_{\substack{> \\ x \to 3}} \left(\dfrac{x^2 - 1}{x - 3}\right)$

 * $f(1)=0$	ج) * لدينا $f(1)=0$ و حسب جدول تغيرات الدالة f فإن: الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين	
الإجابة		**العلامة**
أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x^2}{x})$ أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x)$ أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.		**0.50** **0.25**
2. أ) - العدد 1 غيرمعزول من D_f . - لدينا: $\lim\limits_{\substack{<\\x\to1}} f(x)=0$ و $\lim\limits_{\substack{>\\x\to1}} f(x)=0$ إذن: $\lim\limits_{x\to1} f(x)=0$ أي: $\lim\limits_{x\to1} f(x)=f(1)$ ومنه الدالة f مستمرة عند 1 . ب) - الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty;1[$ لأنها كذلك على $\mathbb{R}$ لأنها دالة كثير الحدود..(1) - الدالة f مستمرة على المجال $]1;3[$ لأنه مجال من مجموعة تعريفها وهي دالة ناطقة ...(2) - الدالة f مستمرة عند 1 ...(3) من (1) ، (2) و (3) نستنتج أن الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty;3[$. 3. * - إذا كان $x\in]-\infty;1[$ فإن: $\frac{f(x)}{x-1}=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$ $\begin{cases}(x^2-3x+2)\to0\\(x-1)\to0\end{cases}$ لما $x\overset{<}{\to}1$ فإن: إذن: $\lim\limits_{\substack{<\\x\to1}} \frac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين . إزالة حالة عدم التعيين: $\lim\limits_{\substack{<\\x\to1}} \frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{\substack{<\\x\to1}} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$		**0.50** **0.25** **0.50** **0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
- لما $x\overset{>}{\to}3$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to8\\(x-3)\to0^+\end{cases}$ إذن: $\lim\limits_{\substack{>\\x\to3}} f(x)=+\infty$. * $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x^2-1}{x-3})$		
الإجابة		**العلامة**
إزالة حالة عدم التعيين: $\lim\limits_{\substack{>\\x\to1}} \frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{\substack{>\\x\to1}} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-3)(x-1)}$ $\lim\limits_{\substack{>\\x\to1}} \frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{\substack{>\\x\to1}} \frac{x+1}{x-3}$ أي: $\lim\limits_{\substack{<\\x\to1}} \frac{f(x)}{x-1}=-1$ أي: . * مما سبق نستنتج أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند العدد 1 من اليمين ومن اليسار و عددها المشتق عند 1 من اليمين و من اليسار هو (-1) . إذن: الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 و $f'(1)=-1$. * المنحنى (C) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1 مماسا معامل توجيهه (-1) . 4. المماس (Δ) معرف بالمعادلة: أي: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ $y=-x+1$. **التمرين الرابع:) 03.5 ن (** 1. من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x)-f(x)+1=0$ معناها: $f'(x)=f(x)-1$ إذن: الدوال f القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f'(x)-f(x)+1=0$ هي الحلول على $\mathbb{R}$ للمعادلة التفاضلية: $y'=y-1$. إذن: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=Ce^x+1$ حيث C ثابت حقيقي .		**0.50** **0.25** **0.25** **0.50** **0.25** **0.75**

	أي: $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} \dfrac{f(x)}{x-1} = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} (x-2)$	0.25	2. لدينا: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)-f(x)+1=0$ و حسب نتيجة السؤال 1.
	أي: $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} \dfrac{f(x)}{x-1} = -1$.		فإن: من أجل كل عدد حقيقي x فإن:
	- إذا كان $x \in]1;3[\cup]3;+\infty[$ فإن: $\dfrac{f(x)}{x-1} = \dfrac{x^2-1}{(x-3)(x-1)}$	0.25	$f(x)=Ce^x+1$ حيث C ثابت حقيقي .
	لما $x \xrightarrow[>]{} 1$ فإن: $\begin{cases}(x^2-1)\to 0\\ (x-3)(x-1)\to 0\end{cases}$		و لدينا تمثيل f يشمل النقطة $A(1;0)$ فإن: $f(1)=0$ أي: $Ce+1=0$ أي: $Ce+1=-e^{-1}$.
	إذن: $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} \dfrac{f(x)}{x-1}$ حالة عدم التعيين .		وأخيرا: من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=-e^{x-1}+1$.
			3. نحصل على المنحنى (C') اعتمادا على (C) و ذلك باستعمال الانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$ ثم التناظر بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ثم الانسحاب الذي شعاعه $\vec{j}$.
			- رسم المنحنى (C') .