الامتحان الثاني في مادة الرياضيات

المدة:120د — القسم: 2 تقني

رياضي

التمرين الأول(06ن):

نعرف المتتاليتين (u_n) و (v_n) بـ: $u_0=2$ ، $v_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{u_n+2v_n}{3}$ ، $v_{n+1}=\frac{u_n+4v_n}{5}$.

1. من أجل كل عدد طبيعي n , نضع $w_n=u_n-v_n$.

أ. أثبت أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{15}$ ، ثم عبر عن w_n بدلالة n .

ب. أحسب المجموع: $S_n=w_0+w_1+...+w_n$.

ج. عبر عن $u_{n+1}-u_n$ و $v_{n+1}-v_n$ بدلالة w_n ؛ استنتج اتجاه تغير المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

د. من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع $t_n=3u_n+10v_n$.برهن أن المتتالية (t_n) ثابتة .

التمرين الثاني (09ن):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2+1}{x+1}$.

1) عين الأعداد a و b بحيث: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$

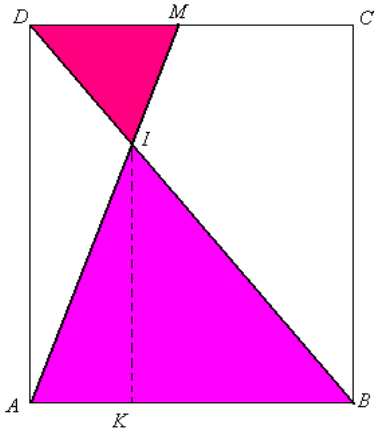
2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

3) أحسب $f'(x)$ على D_f ، ثم شكل جدول تغيراتها. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

4) أحسب $\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ وفسر النتيجة هندسيا.

5) عين قيمة حدية محلية للدالة f على المجال $[0;1]$ ؟ من أجل أي قيمة تبلغها .

6) ليكن $ABCD$ مستطيل حيث: $AB=1$ و $AD=2$ M نقطة متغيرة على $[DC]$ نضع $DM=x$.



المستقيمان (AM) و (DB) يتقاطعان في النقطة I .

نسمي $S(x)$ مجموع مساحتي المثلثين ABI و DIM . (أنظر الشكل).

-1 أحسب $S(0)$ و $S(1)$.

-2 علما أن ارتفاع المثلث ABI هو IK حيث : $IK=\frac{2}{x+1}$

أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;1]$ لدينا $S(x)=f(x)$

-3 باستعمال السؤال (3) ، استنتج موضع النقطة M

الذي يجعل مجموع مساحة المثلثين ABI و DIM أصغر ما يمكن ؟

ما هي قيمة هذه المساحة عندئذ ؟

التمرين الثالث (05ن):

1. أكتب على الشكل $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ حيث: $r>0$ ، العدد: $z'=-2\cos\frac{\pi}{5}+2i\sin\frac{\pi}{5}$.

2. حل الجملة التالية: $\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ على المجال $x \in [0;2\pi[$