Lycée Medenine	Série d'exercices	Prof : Harabi-Ahmed
	Déplacements et antidéplacements	Calsses :4Maths

Exercice N°1

Dans le plan orienté dans le sens direct ,on considère un rectangle ABCD de centre O tel que AB = 2AD. Soient I , J et F les points définies par : I = A* B ; J = D *C et C = B *F .

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A en C et I en J .

b) Caractériser f.

2) Soit (C) le cercle de diamètre [AB] et (C ') le cercle de diamètre [CD] . La droite (BD) recoupe (C) en M et (C ') en N , on pose M' = $S_{(IJ)}$ (M)

a) Montre que : N = f (M) .

b) Déduire que les droites (M'N) et (BC) sont parallèles .

3) a) Montrer qu'il existe une unique isométrie vérifiant : g(A) =C , g(I) = J et g(D) = F .

b) Montrer que g est un antidéplacement .

c) Déterminer g(B) puis donner la nature de g et ses éléments caractéristiques .

4) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'isométrie h = go $S_{(AD)}$

Exercice N°2

On considère dans le plan orienté un triangle ABC isocèle direct tel que $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

On désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC] Soit (C) le cercle de centre O circonscrit au triangle ABC.

1 / a)Montrer qu'il un déplacement unique f tel que f(A) = C et f(B) = A. caractériser f.

b)Déterminer f(I).

c) Soit Δ la droite telle que f = $S_{(OA)} o S_{\Delta}$. Déterminer S_{Δ} (A) , en déduire que Δ = (OI).

2. /La droite (OI) coupe (BC) en D. Le cercle (C') de centre B passant par D coupe (AD) en D et E

a) Soit D' = f(D). Montrer que D' = $S_{(OA)}$ (D) et que O, J et D' sont alignés.

b) Déterminer (C'') l'image de (C') par f.

c) En déduire f(E).

3./ Soit g l'antidéplacement tel que : g(A) = C et g(B) = A

a) Montrer que g est une symétrie glissante que l'on caractérisera

b) Caractériser $g^{-1}$of.

Exercice N°3

Soit $ABCD$ est un rectangle direct de centre O, on construit le point E tel que ACE un triangle équilatéral et I est le milieu de $[EC]$.

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $(B) = A$ et $(D) = E$.

b) Déterminer les éléments caractéristiques de f.

2) Soit $g = t_{\overrightarrow{OA}} \circ r_{(c,\frac{-\pi}{3})}$

3) a) Déterminer $g(B)$ puis montrer que $g = f$.

b) Soit le point $F = (A)$ montrer que $AOEF$ est un rectangle.

3) Soit φ un antidéplacement telle que $(I) = O$ et $((CB)) = (AE)$.

a) Montrer que φ est une symétrie glissante puis déterminer ((IO)).

b) En déduire les éléments caractéristiques de φ. 4) Soient $J = D * C$ et Δ la médiatrice de $[CB]$.

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $S_{\Delta} o S_J$

Exercice N°4

Soit ABC un triangle rectangle en A et $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$, on note O le milieu de segment [BC] et R la rotation de centre C et d'angle ($-\frac{\pi}{3}$)

1/a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f du plan tels que f(A) = O et f(C) = B.

b)En déduire que f est une rotation dont on précisera la mesure principale angle et construire son centre I

c)Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IB})$ en déduire que I appartient au segment $[AB]$

3) Soit $g = S_{(IC)} o S_{(BC)} o S_{(OI)} o S_{(IC)}$

a) Montrer que g= Rof

b)Préciser g(A) puis caractériser g . En déduire que $R^{-1} o S_{(AC)} = f o S_{(AC)}$

Exercice N°5

Soit l'équation (E): $z^2 - 2(m+2i)z + 2m^2 + 4im - 4 = 0$; m est un paramètre complexe.

1) a) Résoudre dans C, l'équation (E).

b) Déterminer m pour que 2i soit solution de (E); préciser alors l'autre solution.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct

On considère les point M, M_1 et M_2 d'affixes respectives: m, $z_1 = (1+ i)m + 2i$ et $z_2 = (1- i)m + 2i$.

a) Montrer que : $z_2 = - iz_1 - 2 + 2i$.

b) En déduire que M_2 est l'image de M_1 par une rotation dont on précisera le centre I et l'angle α.

c)On suppose que m est non nul, et on note J le milieu de $[M_1M_2]$. Montrer que J est l'image de M par une translation que l'on précisera. Montrer que (IJ) et (M_1M_2) sont perpendiculaires.

3) Soit g l'application du plan dans lui-même qui à tout point M(z) on associe le point M'(z') tel que : $z' = i\bar{z} - 2 - 2i$

a)Montrer que g est un antidéplacement

b) Montrer que l'écriture complexe associée à l'application gog est $z'' = z - 4 - 4i$

c)Caractériser alors g

Exercice N°6

Soit ABC est un triangle isocèle en A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$] H est le projeté orthogonal de C sur (AB) I et J les milieux respectifs des segments $[AH]$ et $[AC]$ Δ est la médiatrice de $[AC]$.

1)a)Faire une figure claire

b) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement f tel que $(C) = A$ et $(H) = J$

b) Montrer que f est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur

c) Soit D le symétrique de H par rapport à , montrer que $f(J) = D$

d) Montrer que $((AB)) = \Delta$

e) La parallèle à (AC) passant par D coupe Δ en K, montrer que $(I) = K$

2) Soit $g = S_{\Delta} \circ f$

a) Déterminer (H) et (C)

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de g

c) Montrer alors que le triangle CIK est équilatéral

d) on pose $(B) =$, montrer que $g(B) = P$ et en déduire que $P \in \Delta \cap \Delta'$ où $\Delta' = med[CB]$

e) Soit $h =$ $R_{(J,-\frac{\pi}{3})}$ ot$\overrightarrow{HJ}$ montrer que h égale à g

3) Soit $L = A * D$ en utilisant le fait que $h(I) = K$ et que $h = g$ prouver que :

a) (HJ) est la médiatrice de $[KL]$

b) Le triangle JLK est équilatéral.

4) On munit le plan du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{u,v})$ avec $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$

a) Déterminer l'écriture exponentielle de Z_C affixe du point C

b) Déterminer l'écriture complexe de g

c) En déduire les coordonnées du point P

Exercice N°7

Soit ABC un triangle isocèle est rectangle tel que $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ On désigne par O le milieu de [AC] et par D son symétrique par rapport à (BC)

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur C et O sur D

b) Montrer que f est la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

2) Soit I le milieu de [OB] et J le point d'intersection des droites (AD)et (BC) On pose K = f (I).

Montrer que K est le milieu de [BD].En déduire que les points O, J et K sont alignés

3) Soit g= $S_{(OB)} o S_{(AB)} o f^{-1}$

a) Déterminer g(B) et g(C) b) En déduire que $f^{-1} = S_{(AB)} o S_{(BO)}$

4) On pose $h = S_{(OD)} o f^{-1}$ et on désigne par Δ la médiatrice de [BD]

a) Montrer que h est la symétrie glissante d'axe Δ et de vecteur $\overrightarrow{BO}$

b) Déterminer l'ensemble des point M du plan tel que h(M)= f^{-1} (M) c) Caractériser l'application $S_{(BO)}$oh

Exercice N°8

Le plan est orienté dans le sens direct .Soit ABC un triangle isocèle et rectangle tel que $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ Soit O , I et J les milieux respectifs des segments [AC] , [OB] et [BC] et soit D le symétrique de O par rapport à (BC) et N le point d'intersection de (AD) et (BC) .

1/ Faire une figure claire

2)Montrer que I est le milieu de [AD]

3)a)Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme A en C et O en D

b)Montrer que f est la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

c)Soit I' = f(I) montrer que I' est le milieu de [BD]

d)Déduire que les points O , N et I' sont alignés

3)Soit g = f o R où R est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Déterminer g(O) et caractériser g

4)Soit h = S o f^{-1} où S est la symétrie orthogonale d'axe (AO)

a)Déterminer h(D) et h(C) b)Montrer que h est une symétrie glissante et préciser ses éléments caractéristiques

c)Déterminer l'ensemble des points M tel que h (M) = f^{-1}(M)

Exercice N°9

Dans le plan orienté, soit un rectangle ABCD tel que AB=2AD et $\left(\overrightarrow{AB}, \widehat{\ } \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On note I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [CD] et K le symétrique de I par rapport à (DC).

1) On pose f = $S_{(IC)} o t_{\overrightarrow{AB}} o S_{(IJ)}$.

a) Caractériser l'application $S_{(BC)} o S_{(IJ)}$.

b) En déduire que f est une rotation dont on précisera l'angle et le centre.

2) On pose g = $t_{\overrightarrow{IK}} o S_{(IC)}$.

a) Montrer que go $S_{(AJ)}$ est une translation dont on précisera le vecteur.

b) En déduire que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

3) Montrer que le quadrilatère ICKD est un carré.

4) Déterminer toutes les isométries qui laissent le triangle IBC globalement invariant.

5) Soit φ une isométrie qui transforme le triangle IBC en le triangle JCK et R la

rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Montrer que Ro φ laisse le triangle IBC globalement invariant.

b) Déterminer alors toutes les isométries qui transforment le triangle IBC en JCK.

Exercice N°10

Dans le plan orienté on considère un losange ABCD tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$, E le symétrique de A par rapport à B . Soit f l'application du plan P dans lui-même définie par f(A)=B,f(B)=D et f(D)= C

Le plan est rapporté a un repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB'})$

1) Vérifier que dans ce repère le point D a pour affixe $z_D = e^{i\frac{\pi}{3}}$ et que $z_D = 1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$

2) On admet que l'expression complexe de f dans le repère R est : f(M(z))=M'(z') tel que z' = $a\bar{z} + b$

a) En utilisant f(A)=B et f(B)=D , montrer que $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z} + 1$

b) Montrer que BM'=AM, en déduire que f est une isométrie du plan

c) Déterminer l'ensemble des points invariants par f ,puis déterminer la nature de f

3) Soit l'antidéplacement g du P dans le plan qui au point M(z) associe le point M'(z') tel que z'= $e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z} + 1 + e^{i\frac{2\pi}{3}}$

Déterminer g(B) et g(C) ;déduire la nature de g

4) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, écrire l'expression complexe de t puis celle de go t et vérifier que f= go t

5) Déterminer l'affixe du point F=f(E) et montrer en utilisant les affixes que les points D,B et F sont alignés et les droites (CB) et (CF) sont perpendiculaires