Limite d'une fonction

1BSF 1 et 2

Pr. Latrach Abdelkbir

✍ Application ① :

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to1}\frac{x+4}{x+5}$
- $\lim\limits_{x\to2}\frac{x-2}{x^2-4}$
- $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^2+3x}{x^2-4x}$
- $\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$
- $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-x-2}{x^2-3x+2}$
- $\lim\limits_{x\to1}\frac{3x^3-4x+1}{x^2-4x+3}$
- $\lim\limits_{x\to1}\frac{3x^2-5x+2}{\sqrt{x}-1}$
- $\lim\limits_{x\to5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{3-\sqrt{x+4}}$

✍ Application ② :

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to2^+}\frac{x+3}{x-2}$
- $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x+3}{x-2}$
- $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x^3-1}{x^2-x}$
- $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{4x^2-x+5}{x-4}$
- $\lim\limits_{x\to-1^+}\frac{3x-2x^2}{x-x^3}$
- $\lim\limits_{x\to1^-}\frac{2x+3}{1-x^2}$
- $\lim\limits_{x\to1^-}\frac{x^2-1}{|x-1|}$
- $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{3x^2-x-1}{1-2x}$

✍ Application ③ :

1. On considère la fonction f définie par $\{f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x-1};\ \ x<1\ f(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{x-1};\ \ x>1$
.

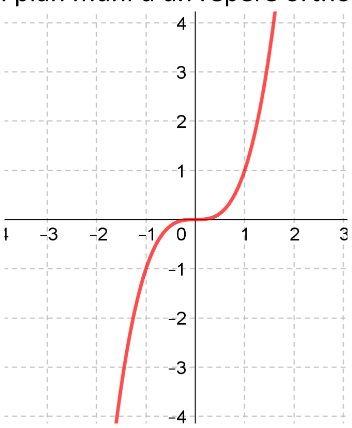
Calculer $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^{+}}f(x)$. Conclure.

2. On considère la fonction g définie par : $\{g(x)=\frac{x^2+1}{-x+3}\ \ ;\ x\le 2\ g(x)=1-ax^2\ \ ;\ x>$

Déterminer une valeur de a pour laquelle g admet une limite en 2.

✍ Activité ① :

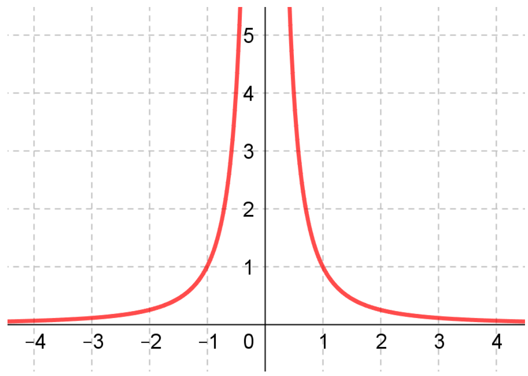
La figure ci-contre représente la courbe de la fonction $f: x\mapsto x^3$ dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.



1. Que peut-on remarquer pour les valeurs de $f(x)$ quand x prend des valeurs de plus en plus grandes ?
2. Que peut-on remarquer pour les valeurs de $f(x)$ quand x prend des valeurs de plus en plus petites ?
3. Exprimez vos remarques dans les questions 1. et 2. en utilisant les symbole lim .

✍ Activité ② :

La figure ci-contre représente la courbe de la fonction $f: x\mapsto\frac{1}{x^2}$ dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$
.



1. Que peut-on remarquer pour les valeurs de $f(x)$ quand x prend des valeurs de plus en plus grandes ?
2. Que peut-on remarquer pour les valeurs de $f(x)$ quand x prend des valeurs de plus en plus petites ?
3. Exprimez vos remarques dans les questions 1. et 2. en utilisant les symbole lim .

✍ Application ④ :

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\ 1+5x^2+8x$
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\ -5x^3+1$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4+2x^3}{3x^3+5x^2+1}$
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{(2-\sqrt{3})x^3-x^2}{2x^2-3}$

✍ Application ⑤ :

Calculer les limites suivantes :

- $\sqrt{x^2+2x+5}$
- $\sqrt{3x^2-5x+1}$
- $\sqrt{\frac{4x+1}{x-1}}$

✍ Application ⑥ :

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to0^+}\ 3x+7+\frac{1}{\sqrt{x}}$
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3+\frac{1}{x}\right)($
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{4}{x^3}}{2-x^5}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+5x-3}}{x}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\ \sqrt{4x^2-x+3}-2$
- $\sqrt{x^2+x}+x$

✍ Application ⑦ :

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to0}\frac{\text{sinsin } 4\,x}{\text{tantan } 5\,x}$
- $\lim\limits_{x\to0}\frac{\text{tantan } 2\,x}{x}$
- $\lim\limits_{x\to0}\frac{\text{sinsin } 3\,x}{4x}$
- $\lim\limits_{x\to2}\frac{\text{sinsin } (x-2)}{x-2}$
- $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1-\text{coscos } \sqrt{x}}{x}$
- $\lim\limits_{x\to1}\frac{\text{tantan } \pi\,x}{x-1}$

- $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{- \cos\cos x}{x - \frac{\pi}{4}}$
- $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$

✍ *Application ⑧ :*

1. a. Montrer que : $(\forall x \in R) \quad \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2 - \cos\cos x} \leq 1.$

b. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{2 - \cos\cos x}$;

$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3}{2 - \cos\cos x}.$

2. On considère la fonction f définie sur R^* par : $f(x) = x \sin sin \left(\frac{1}{x}\right) + 2.$

Vérifier que : $\left(\forall x \in R^*\right) \quad |f(x) - 2| \leq |x|$ puis déduire $\lim_{x \to 0} f(x).$