

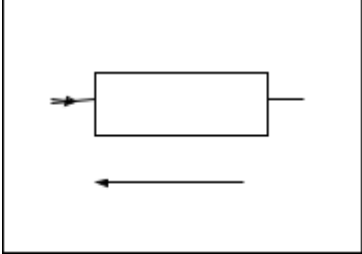
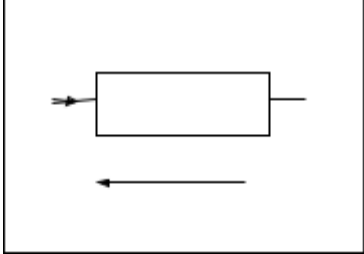
TRANSFERTS THERMIQUES DANS UN TUBE ECHANGEUR

I Transfert thermique dans un milieu homogène.

I.1	Le flux thermique se fait des zones chaudes vers les zones froides
I.2	$d\Phi = \vec{j} \cdot \vec{n} dS$
I.3	Isothermes $dT = 0$ donc $\vec{j} \cdot d\vec{l} = -\lambda \text{grad } T \cdot d\vec{l} = -\lambda dT = 0$ Les <u>isothermes</u> sont donc telles que $j_{dl} = 0 \Rightarrow \vec{j}$ <u>orthogonal à dl</u> Alors que les <u>lignes de flux</u> sont <u>tangentes à dl</u>
I.4	$\iiint \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV =$ puissance stockée dans V $\oiint \vec{j} \cdot \vec{n} dS =$ puissance échangée à travers S $\iiint p_{th} dV =$ puissance produite dans V et $\oiint \vec{j} \cdot \vec{n} dS = \iiint \text{div } \vec{j} dV$ la forme locale de l'équation précédente est donc $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = p_{th}$ Avec la loi de Fourier, et $\text{div}(\lambda \text{grad}) = \lambda \Delta$ pour un solide homogène et isotrope ceci s'écrit : $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = p_{th}$
I.5	$a = \frac{\lambda}{\rho c}$ diffusivité thermique . en $m^2 s^{-1}$

II Transfert thermique dans un tube

II.1	<u>Régime stationnaire</u> : T indépendant de t <u>Symétrie cylindrique et invariance selon Oz</u> : T ne dépend que de r <u>Pas de terme de source</u> : $p_{th} = 0$: L'équation de la chaleur se réduit alors à $\Delta T = 0$ $\frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{d^2 T}{dr^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{r} \frac{d(r \frac{dT}{dr})}{dr} = 0 \Rightarrow r \frac{dT}{dr} = A$ donc $\frac{dT}{dr} = \frac{A}{r} \Rightarrow dT = A \frac{dr}{r}$ soit $T(r) - T_1 = A \ln \frac{r}{r_1}$ avec $T_2 - T_1 = A \ln \frac{r_2}{r_1}$ $T(r) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2 / r_1)} \ln \frac{r}{r_1}$ le flux thermique est $\Phi = \iint \vec{j} \cdot \vec{n} ds = -\lambda \frac{dT}{dr} (2 \pi r L) = -\lambda \frac{A}{r} (2 \pi r L) = -2 \lambda \pi A L$
------	--

	$\phi = -2 \pi \lambda L \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2 / r_1)}$ Ce flux est constant car le régime est stationnaire
II.2	$R_{th} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2 \pi L \lambda}$ s'exprime en KW^{-1}.  
II.3	$\Delta T = -\frac{p_{th}}{\lambda} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} + \frac{d^2T}{dr^2} = \frac{1}{r} \frac{d(r \frac{dT}{dr})}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda}$ $\frac{d(r \frac{dT}{dr})}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda} \Rightarrow r \frac{dT}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda} \frac{r^2}{2} + B$ $\frac{dT}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda} \frac{r}{2} + \frac{B}{r} \Rightarrow T(r) - T_1 = \frac{p_{th}}{4\lambda} (r^2 - r_1^2) + B \ln \frac{r}{r_1}$ On détermine B à l'aide de $T(r=r_2)=T_2$ $T(r) = T_1 + \frac{p_{th}}{4\lambda} (r^2 - r_1^2) + [(T_2 - T_1) + \frac{p_{th}}{4\lambda} (r_2^2 - r_1^2)] \frac{\ln(r / r_1)}{\ln(r_2 / r_1)}$ Φ n'est plus proportionnel à $(T_2 - T_1)$: la notion de résistance thermique n'a plus de sens
II.4	$\iint j_n dS = 2 \pi r L j = 2 \pi r L h_c (T_p - T_f) = \frac{T_p - T_f}{R_c} \quad \text{avec} \quad R_c = \frac{1}{2 \pi r L h_c}$ Si $h_c \rightarrow \infty$ $T_p \rightarrow T_f$ car j demeure fini
II.5	$j = \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_a^4) \quad \text{s'écrit avec} \quad T_p = T_m + \frac{T_p - T_a}{2} = T_m + \theta \quad \text{et} \quad T_a = T_m - \theta$ $j = \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_a^4) = \varepsilon \sigma ((T_m + \theta)^4 - (T_m - \theta)^4) = \varepsilon \sigma T_m^4 [(1 + \frac{\theta}{T_m})^4 - (1 - \frac{\theta}{T_m})^4]$ $j \approx \varepsilon \sigma T_m^4 [8 \frac{\theta}{T_m}] \approx \varepsilon \sigma T_m^3 8 \frac{T_p - T_a}{2} = 4 \varepsilon \sigma T_m^3 (T_p - T_a) \quad \text{donc} \quad h_{ray} = 4 \varepsilon \sigma T_m^3$ A.N $h_{ray} = 0.59 \quad j_r = 167 \text{ Wm}^{-2} \quad j_c = 200 \text{ Wm}^{-2}$ Les deux termes sont du même ordre . $J = j_{ray} + j_c = (h_{ray} + h_c)(T_p - T_f)$ équivalent aux <u>deux résistances en parallèle</u>

-	II.6	Le flux est le même à travers les trois couches : équivalent a trois résistances en série. $R_1 = \frac{1}{2 \pi \lambda L} \ln \frac{r_2}{r_1}$ $R_e = \frac{1}{2 \pi \lambda_e L} \ln \frac{r_2 + e}{r_2}$ $R_c = \frac{1}{2 \pi (r_2 + e) L h}$ $T_1 - T_2 = R_1 \Phi$ $T_2 - T_e = R_e \Phi$ $T_f - T_e = R_c \Phi$ avec
	II.7	$\Phi = \frac{T_1 - T_f}{R_1 + R_e + R_c}$ soit $\Phi = \frac{2 \pi L (T_1 - T_f)}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_e} \ln \frac{r_2 + e}{r_2} + \frac{1}{h_c (r_2 + e)}}$ la couche d'isolant augmente la résistance de conduction R_e mais diminue la résistance de convection R_c Il y a donc une valeur optimale de e qui correspond à $\frac{d(R_e + R_c)}{de} = 0$ Soit en posant $x = r_2 + e$ $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\lambda_e} \ln x + \frac{1}{h_c x} \right) = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda_e}{h_c}$ $e = \frac{\lambda_e}{h_c} - r_2$

III Ebullition de l'eau en convection forcée

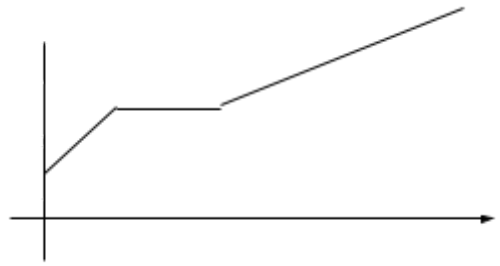
	III.1	$P = R I^2$ $R = \text{Résistance électrique} = \xi_{\text{elec}} L / \pi (r_2^2 - r_1^2)$ $p_j = \xi_{\text{elec}} \frac{I^2}{\pi (r_2^2 - r_1^2)}$ Pour un tube de longueur unité
	III.2	Pendant dt, l'eau qui passe de x en $x+dx$ (soit le volume $S q dt$) se réchauffe de dT en recevant une quantité de chaleur $\delta Q = p_j S dx$ pendant dt $\delta Q = \rho_{\text{eau}} c_{\text{eau}} q dS dT = p_j S dx dt$ soit $\rho_{\text{eau}} c_{\text{eau}} q \frac{dT}{dx} = p_j = \xi_{\text{elec}} \frac{I^2}{\pi (r_2^2 - r_1^2)}$ On a négligé le transfert par <u>conduction</u> dans l'eau, beaucoup plus lent que le transfert par convection. A.N $x_c = 1 \text{ m}$ Pour $x > x_c$ il y a ébullition

III.3

$$q L \rho_{\text{eau}} = \xi_{\text{elec}} \frac{I^2}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} d$$

$$d = 6.7 \text{ m}$$

Il y a un palier de de
changement d'état



le tube n'est pas parfaitement isolé : $d_{\text{réel}} > d_{\text{théorique}}$