المفتشية العامة للبيداغوجيا

الموضوع رقم 2 شعبة : علوم تجريبية

التمرين الأول (05 نقاط) :

1/ ليكن كثير الحدود $P(z)$ المعرف على C بـ: $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

أ/ أحسب $P(-1)$.

ب/ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z لدينا $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$

جـ/ حل في C المعادلة $P(z)=0$

2/ في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و G صور الأعداد المركبة : $z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=2-i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

أ/علم النقط A ، B ، C و G .

ب/ احسب AB ، BC و AC . ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ/ عين عمدة للعدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث GAC .

3/ لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي بحيث :

$$\left(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CG}=12 \quad .....(1)$$

أ/ بين أن G هي مرجح للجملة المثقلة $\{(A;-1);(B;2);(C;2)\}$

ب- اثبت أن العلاقة (1) مكافئة للعلاقة : $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{CG}=-4$ .....(2)

جـ- تأكد أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ)

د- برهن أن العلاقة (2) هي العلاقة $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{GC}=0$

هـ - استنتج طبيعة المجموعة (E) ثم انشئها

التمرين الثاني(04.5 نقاط) :

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $u_0=2$ ومن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=5-\dfrac{4}{u_n}$

1/ احسب u_1 و u_2 .

2/أ/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2\le u_n\le 4$

ب/ بين أن (u_n) متزايدة .

جـ/ استنتج أن (u_n) متقاربة .

3/ أ/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_{n+1} \le \frac{4-u_n}{2}$

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le 4-u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

جـ/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

التمرين الثالث (04.5نقاط):

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

(P) المستوي المار بالنقطة $B(1;3;0)$ ، $\vec{n}(1;2;0)$ شعاع ناظمي له

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}s+\frac{5}{2}t \\ y=s+1 \qquad\qquad s\in R\,;\ t\in R \\ z=t \end{cases}$$

(Q) المستوي المعرف بتمثيله الوسيطي :

1/ اكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P) و (Q) .

2/ بين أن المستويين (P) و (Q) متعامدان .

3/ ليكن (Δ) المستقيم المار بالنقطة $C(1;3,0)$ و $\vec{u}(2;-1;1)$ شعاع توجيه له .

أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

ب/ برهن أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (Δ) .

4/ لتكن النقطة $A(5;2;-1)$ من الفضاء .

أ/ احسب المسافة بين النقطة A وكلا من المستويين (P) و (Q) .

ب/ استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

التمرين الرابع (06 نقاط):

لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$

(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i,J)$

1/ بين أنه من أجل كل x من R : $f(x)=3e^{-2x}\left(\frac{3}{2}-e^{-x}\right)$.

2/ احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا عند $+\infty$.

3/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4/ عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع حاملي محوري الإحداثيات .

5/ احسب $f(1)$ ثم ارسم (C) .

6/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=0$ و $x=1$.

7/ g الدالة العددية المعرفة على R كما يلي $g(x)=\frac{9}{2}e^{2|x|}-3e^{3|x|}$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;i,j)$.

أ/ بين أن الدالة g زوجية .

ب/ استعمل (C) لرسم (C_g) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة للبيداغوجيا

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط للموضوع رقم 2 **شعبة** : علوم تجريبية

محاور الموضوع	عناصر الإجابـة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الأول :		
	1/ أ/ $P(-1)=0$	**0.25**	
	ب/ تعيين العددين الحقيقيين a و b : $a=-4$ و $b=7$	**0.5**	
	جـ/ حل المعادلة $P(z)=0$ ، $z=-1$ ، $\Delta=12i^2$ ، $z_1=2-\sqrt{3}i$ و $z_2=2+\sqrt{3}i$	**0.75**	
	2/أ/تعليم النقط A ، B ، C و G	**0.5**	
	ب/ $AB=AC=BC=\sqrt{12}$ ، المثلث ABC متقايس الأضلاع.....	**1**	**05**
	جـ/ $\arg\left(\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}+2\pi k$. المثلث GAC قائم في C	**0.75**	
	3/ أ/ $\frac{-z_A+2z_B+2z_C}{3}=3=z_G$	**0.25**	
	ب/ (1) تكافئ $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{CG}=-4$	**0.25**	
	(2) تكافئ $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{GC}=0$	**0.25**	
	المجموعة (E) هي العمود من النقطة A على (CG)	**0.25**	
	رسم (E)		

		التمرين الثاني :	
	0.5	1/ $u_1 = 3$ و $u_2 = \frac{11}{3}$	
	1	2/أ/ باستعمال الإستدلال بالتراجع نبين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2 \le u_n \le 4$	
	1	ب/ (u_n) متزايدة لأن $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n - 4)(u_n - 1)}{u_n} \ge 0$	
04.5	0.25	جـ/ المتتالية (u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى بالعدد 4 فهي متقاربة ...	
	0.75	3/ أ/ البرهان أن : $4 - u_{n+1} \le \frac{4 - u_n}{2}$	
	0.5	ب/ استنتاج أن : $0 \le 4 - u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	
	0.5	د/ بإستعمال الحصر تجد $\lim_{x \to +\infty} u_n = 4$ لأن $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 0$	

محاور الموضوع	عناصر الإجابـة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الثالث :		
	1/ المعادلة الديكارتية للمستوي (P) هي $x + 2y - 7 = 0$	0.5	
	المعادلة الديكارتية للمستوي (Q) هي $-2x + y + 5z - 1 = 0$	0.5	
	2/ بمأن $\vec{n}_{(P)}.\vec{n}_{(Q)} = -2 + 2 = 0$ فإن (P) و (Q) متعامدان	0.5	
	3/ أ/ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) ، $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases} \quad t \in R$	0.5	
04.5	ب/ تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (Δ)	1	
	4/أ/ $AH = d\left(A;(P)\right) = \frac{\lvert 5 + 4 - 7 \rvert}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$	0.5	
	$AH' = d\left(A;(Q)\right) = \frac{\lvert -10 + 2 - 5 - 1 \rvert}{\sqrt{30}} = \frac{7\sqrt{30}}{15}$	0.5	
	ب/ $d\left(A;(\Delta)\right) = \sqrt{AH^2 + AH'^2} = \sqrt{\frac{22}{3}}$	0.5	

		التمرين الرابع :	
	0.5	1/ نبين أنه من أجل كل x من R : $f(x)=3e^{-2x}\left(\frac{3}{2}-e^{-x}\right)$	
	0.5	2/ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	
	0.25	المنحنى (C) يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب بجوار $+\infty$	
	0.5	3/ $f'(x)=9e^{-3x}\left(-e^{x}+1\right)$	
	1	إشارة $f'(x)$ ، جدول التغيرات	
06	**0.5**	4/ $(C)\cap(xx')=\left\{\left(\ln(\frac{2}{3});0\right)\right\}$ ، $(C)\cap(yy')=\left\{\left(0;\frac{3}{2}\right)\right\}$	
	0.25		
	0.75	5/ $f(1)=\frac{9}{2}e^{-2}-3e^{-3}\simeq 046$	
	0.5	رسم (C)	
	0.5	6/ $A=\int_0^1 f(x)dx=\left[-\frac{9}{4}e^{-2x}+e^{-3x}\right]_0^1=\left(-\frac{9}{4}e^{-2}+e^{-3}+\frac{5}{4}\right)u.a$ ...	
	0.75	7/ أ/ $g(-x)=g(x)$ ومنه الدالة g زوجية	
		ب/ رسم (C_g) باستعمال (C)	