

Ecuaciones Lineales

Las ecuaciones lineales ya se han tratado en cursos anteriores, en esta guía se hará un repaso de las ecuaciones lineales para luego pasar al concepto de valor absoluto y las ecuaciones con valor absoluto, además se darán unas recomendaciones bibliográficas y al final de esta guía se proponen unos ejercicios para que el alumno compruebe el grado de conocimientos adquiridos.

Las ecuaciones lineales son de la forma $ax + b = c$ en donde las letras a, b, c son las constantes de dicha ecuación y $ax + b$ es el primer miembro y c el segundo miembro. Veamos a continuación unos ejemplos

Ejemplo 1

Resolver la siguiente ecuación

$$(5x - 4) - 3(8x - 6) = 2(x + 5) - 4(7x - 2)$$

primero resolvemos las multiplicaciones para eliminar paréntesis

$$5x - 4 - 24x + 18 = 2x + 10 - 28x + 8$$

Luego agrupamos términos semejantes

$$5x - 24x - 2x + 28x = 10 + 8 + 4 - 18 \quad \text{operamos en ambos miembros}$$

$$5x - 26x = 22 - 18$$

$$-21x = 4 \Rightarrow x = -\frac{4}{21}$$

Ejemplo 2

Resolver la siguiente ecuación

$$\frac{3(x-4)}{2} - \frac{5(6x-7)}{3} = \frac{4(2x-5)}{5} - \frac{7(5x+3)}{4}$$

primero realizamos las multiplicaciones indicadas para eliminar los paréntesis

$$\frac{3x-12}{2} - \frac{30x-35}{3} = \frac{8x-40}{5} - \frac{35x+21}{4}$$

calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores

$$mcm(2, 3, 5, 4) = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$$

ese mínimo lo dividimos entre cada denominador y el resultado se multiplica por cada numerador

$$30 \cdot (3x-12) - 20 \cdot (30x-35) = 12 \cdot (8x-40) - 15 \cdot (35x+21)$$

realizando las multiplicaciones indicadas y multiplicando los signos

$$90x - 360 - 600x + 700 = 96x - 480 - 525x - 315$$

luego agrupamos términos semejantes y operamos

$$90x - 600x - 96x + 525x = -480 - 315 + 360 - 700$$

$$615x - 696x = -1495 + 360$$

$$-81x = -1135 \Rightarrow x = \frac{-1135}{-81} = \frac{1135}{81}$$

Ecuaciones con valor absoluto

Antes de abordar este tema comencemos primero por tener una idea intuitiva del concepto de valor absoluto en el conjunto de los números reales con el cual hemos venido trabajando. Estos conceptos pueden ser ampliados en el libro de Matemática 9no Grado del autor Júpiter Figuera Yibirín página de la 74 la 76 del tema 10 sección 10.3

Valor absoluto: el valor absoluto de un número real **a** cualquiera se define matemáticamente de la siguiente forma: $|a| = x$ si $x > 0$, 0 si $x = 0$,

$-x$ si $x < 0$ por ejemplo los valores absolutos de los siguientes números:

45, -7, 0, 9, -400 son respectivamente:

$|45| = 45$; $|-7| = 7$; $|0| = 0$; $|9| = 9$; $|-400| = 400$, de estos ejemplos fácilmente se deduce que el valor absoluto de un número real es siempre el

mismo número real pero con signo positivo, exceptuando el cero que no es ni positivo ni negativo.

Las ecuaciones con valor absoluto son ecuaciones las cuales están contenidas entre las barras del símbolo de valor absoluto || en este curso sólo abordaremos las ecuaciones con valor absoluto de una incógnita y de primer grado y empezaremos desarrollando unos ejemplos que servirán de patrón de guía de resolución de este tipo de ecuaciones.

Resolver

$$\left| \frac{(2x - 4)}{3} \right| = 5$$

en estos casos primero se plantea dos ecuaciones de la forma siguiente:

$$\frac{(2x - 4)}{3} = 5 \quad \text{y} \quad \frac{-(2x - 4)}{3} = 5$$

dichas ecuaciones se resuelven por separado y al final tendremos dos soluciones o valores para la x

$$\frac{(2x - 4)}{3} = 5 \qquad \frac{-(2x - 4)}{3} = 5$$

$$2x - 4 = 3 \cdot 5 \qquad \frac{-2x + 4}{3} = 5$$

$$2x - 4 = 15 \qquad -2x + 4 = 3 \cdot 5$$

$$2x = 15 + 4 \qquad -2x + 4 = 15$$

$$2x = 19 \qquad -2x = 15 - 4$$

$$x = \frac{19}{2} \qquad -2x = 11$$

$$x = -\frac{11}{2}$$

en este caso obtuvimos dos valores para x que son $\frac{19}{2}$ y $-\frac{11}{2}$ los cuales se pueden comprobar:

$$\left| \frac{\left(2 \cdot \frac{19}{2} - 4 \right)}{3} \right| = 5$$

$$\left| \frac{\left(2 \cdot \left(-\frac{11}{2} \right) - 4 \right)}{3} \right| = 5$$

$$\left| \frac{19 - 4}{3} \right| = 5$$

$$\left| \frac{(-11 - 4)}{3} \right| = 5$$

$$\left| \frac{15}{3} \right| = 5$$

$$\left| \frac{-15}{3} \right| = 5$$

$$|5| = 5$$

$$|-5| = 5$$

$$5 = 5$$

$$5 = 5$$

cómo se ve la comprobación nos verifica la exactitud de los resultados obtenidos por eso es que es importante siempre hacerla.

otro ejemplo, resolver

$$\left| \frac{5 \cdot (4x - 7)}{3} - \frac{3 \cdot (8x - 5)}{4} \right| = 9$$

$$\begin{aligned} \frac{5 \cdot (4x - 7)}{3} - \frac{3 \cdot (8x - 5)}{4} &= 9 \\ - \left(\frac{5 \cdot (4x - 7)}{3} - \frac{3 \cdot (8x - 5)}{4} \right) &= 9 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \frac{20x - 35}{3} - \frac{24x - 15}{4} &= 9 \\ \frac{-5 \cdot (4x - 7)}{3} + \frac{3 \cdot (8x - 5)}{4} &= 9 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \frac{80x - 140 - 72x + 45}{12} &= 9 \\ \frac{-20x + 35}{3} + \frac{24x - 15}{4} &= 9 \end{aligned}$$

y

$$\frac{8x - 95}{12} = 9$$

y

$$\frac{-80x + 140 + 72x - 45}{12} = 9$$

$$8x - 95 = 9 \cdot 12$$

y

$$\frac{-8x + 95}{12} = 9$$

$$8x - 95 = 108$$

y

$$-8x + 95 = 9 \cdot 12$$

$$8x = 108 + 95$$

y

$$-8x + 95 = 108$$

$$8x = 203$$

y

$$-8x = 108 - 95$$

$$x = \frac{203}{8}$$

y

$$-8x = 13 \Rightarrow x = -\frac{13}{8}$$

la comprobación de deja como ejercicio al lector.

Ejercicios propuestos

a.) Resolver las siguientes ecuaciones

$$(7x - 1) - 3(4x - 2) = 5(x + 2) - 4(6x - 1)$$

$$5(3x - 4) - 3(5x - 4) = 3(4x + 8) - 4(2x - 3)$$

$$\frac{5(3x - 4)}{2} - \frac{2(4x - 5)}{3} = \frac{3(6x - 2)}{5} - \frac{3(4x + 7)}{4}$$

$$\frac{7(2x - 3)}{2} - \frac{4(2x - 5)}{3} = \frac{3(8x - 7)}{5} - \frac{3(2x + 6)}{4}$$

b.) resolver las siguientes ecuaciones con valor absoluto

$$\left| \frac{(8x - 3)}{4} \right| = 9$$

$$\left| \frac{(7x-8)}{5} \right| = 11$$

$$\left| \frac{(6x-5)}{3} \right| = 15$$

$$\left| \frac{3 \cdot (5x-8)}{2} - \frac{4 \cdot (9x-3)}{5} \right| = 8$$

$$\left| \frac{7 \cdot (4x-3)}{3} - \frac{5 \cdot (7x-6)}{8} \right| = 4$$

$$\left| \frac{6 \cdot (7x-9)}{7} - \frac{9 \cdot (8x-3)}{5} \right| = 4$$