correction du problème de physique 2 CCP 2004 PSI

problème de chimie : matériaux et procédés dans l'industrie électronucléaire :

I) Le combustible :

Q1) e nombre de protons est Z = 92 aussi bien dans ^{235}U que dans ^{238}U, qui sont deux isotopes

Le nombre de neutrons est N = 143 dans ^{235}U et N = 146 dans ^{238}U

Le nombre d'oxydation de U est : IV dans UO_2
VI dans UO
VI dans UO_2SO_4
(16/3 dans U_3O_8, en fait V et VI)

Q2) $U_3O_8 = UO_2,(UO_3)_2$; les ions présents sont donc :U^{4+}, U^{6+}, O^{2-}

Q3) d'après la théorie VSEPR, UF_6 est une molécule de forme bipyramidale à base carrée (octaèdre)

Q4) si m est la multiplicité : $\rho = m\frac{M_U + 2M_O}{a^3}$; donc :

$$m = \frac{\rho a^3}{M_U + 2M_O} = 4$$

Q5) on calcule immédiatement :

Pour la réaction : $2\ U_3O_8 + O_2 \Longleftrightarrow 6\ UO_3$ (α)

$\Delta_r H^0 = -193{,}2\ kJ.mol^{-1}$

$\Delta_r S^0 = -193{,}8\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

Pour la réaction : $3\ UO_2 + O_2 \Longleftrightarrow U_3O_8$ (β)

$\Delta_r H^0 = -319{,}8\ kJ.mol^{-1}$

$\Delta_r S^0 = -153{,}6\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

Pour la réaction : $U + O_2 \Longleftrightarrow UO_2$ (γ)

$\Delta_r H^0 = -1085{,}0\ kJ.mol^{-1}$

$\Delta_r S^0 = -178{,}4\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

on en déduit (les enthalpies de réaction standard étant exprimées en $kJ.mol^{-1}$ et la température en K) :

$$\Delta_r G^0_{\alpha} = -193{,}2 + 0{,}1938.T$$

$$\Delta_r G^0_{\beta} = -319{,}8 + 0{,}1536.T$$

$$\Delta_r G^0_{\gamma} = -1085{,}0 + 0{,}1784.T$$

d'où le diagramme d'Ellingham sur la feuille jointe

on a, à toute température, par ordre croissant de $\Delta_r G^0$: γ; β, α. On en déduit qu'on a, sur le graphe :

au-dessous de (γ) le domaine de stabilité de U

entre (γ) et (β) le domaine de stabilité de UO_2

entre (β) et (α) le domaine de stabilité de U_3O_8

au-dessus de (α) le domaine de stabilité de UO_3

$$-RT\ln(Q) = -RT\ln\left(\frac{P^0}{P_{O_2}}\right) = +RT\ln(1) = 0$$

Q6)
Si on chauffe UO_3 sous $P(O_2) = 1$ bar, on se déplace donc horizontalement, à l'ordonnée 0, dans le sens de T croissante, sur le diagramme d'Ellingham ; on en déduit que UO_3 se transforme en U_3O_8 à la température d'intersection de cette droite horizontale et de la droite d'Ellingham de (α), c'est-à-dire à $T_1 = 1000$ K

On peut alors envisager de la même façon la transformation de U_3O_8 en UO_2 : une étude analogue conduit à une température d'équilibre entre ces deux formes $T_2 = 2080$ K

On peut encore envisager de la même façon la transformation de UO_2 en U : une étude analogue conduit à une température d'équilibre T_3 qui n'a pas de sens car elle serait supérieure à la température de fusion de U (qui est de 1410 K)

Q7) d'après la règle des phases : $v = e - r + f - \phi = 3 - 1 + 2 - 1 = 3$
Si on impose : $P_{H2O} = P_{H2} = 1$ bar, on obtient : $v_{effective} = 3 - 2 = 1$

Alors, si on observe la droite (δ) d'Ellingham du couple H_2O/H_2, on constate que, à T = 1000 K, on se trouve dans le domaine de stabilité de UO_2. Alors la pression P_{O2} est imposée puisqu'on a imposé T à un système de variance égale à 1. La pression P_{O2} est imposée par l'équilibre (δ) : $-RT\ln\left(K_\delta^0\right) = -RT\ln\left(\frac{P^0}{P_{O_2}}\right)$ elle n'est donc pas quelconque

Q8) On a pour (δ) : $\Delta_r G_\delta = \Delta_r G_\delta^0 + RT\ln\left(\frac{P_{H2O}}{P_{H2}}\right)$

On peut appliquer le m^me raisonnement que précédemment : pour que la réduction de UO_2 en U soit possible à 1000 K, il faut : $\Delta_r G_\delta < \Delta_r G_\gamma^0 + RT\ln\left(\frac{P_{H2O}}{P_{H2}}\right)$

Ce qui conduit, à la limite, pour P_{H2} = 1 bar, à : $P_{H2O} = P^0 \exp\left(\frac{\Delta_r G_\gamma^0 - \Delta_r G_\delta^0}{RT}\right)$

Or on lit sur le graphe : $\Delta_r G_\gamma^0 - \Delta_r G_\delta^0 = -908 - (-206) = -702 \ \ kJ.mol^{-1}$

Ce qui conduit à : $P_{H2O} = 2{,}14.10^{-37}$ bar, pression « impossible » à obtenir : la réduction industrielle de UO_2 en UO est donc impossible

II) <u>La gaine :</u>

Q9) Zr : $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^2$
Hf : a 32 électrons de plus que Zr (car, avant de remplir la sous-couche 5d, il faut remplir la sous-couche 4f : Hf a donc 8+6+2+14+2 électrons de plus que Zr ; donc :
Z = 72 : structure : $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}5p^6 6s^2 4f^{14}5d^2$

Q10) $(HZrO_3^-)_{aq}$ ion hydrogénozirconate (?)

Q11) a) pour la limite de l'équilibre zircone(s)/Zr^{4+} :

$Zr^{4+}_{aq} + 4\ OH^- \ <==>\ ZrO_2(s) + 2\ H_2O$ $\qquad \log K_1 = 55{,}12$

À la limite de précipitation : $\frac{1.1^2}{10^{-6}\omega_{lim}^4} = K_1$ d'où : $pOH_{lim} = 12{,}28$

Et : $pH_{lim} = 1{,}72$

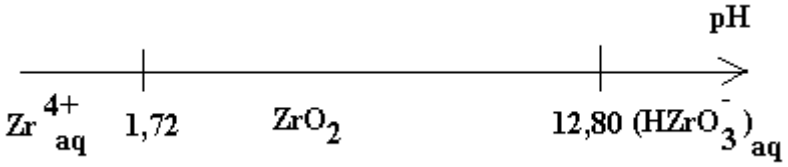
b) pour la limite de l'équilibre zircone(s)/$HZrO_3^-$:

$ZrO_2(s) + OH^- \ <==>\ (HZrO_3^-)_{aq}$ $\qquad \log K_2 = -4{,}80$

À la limite de précipitation : $\frac{10^{-6}}{\omega'_{lim}} = K_2$ d'où : $pOH'_{lim} = 1{,}20$

Et : $pH_{lim} = 12,80$

$ZrO_2(s)$ n'existe donc que pour pH compris entre 1,72 et 12,80 ; pour les pH plus acides, $ZrO_2(s)$ est détruit en Zr^{4+}_{aq} et, pour les pH plus basiques, en $(HZrO_3^-)_{aq}$



Q12) on peut donc considérer les trois couples :

$Zr^{4+} + 4\ e^- <==> Zr$ $\quad E_1 = -1,44 + \frac{0,06}{4}\log\left[Zr^{4+}\right]$

$ZrO_2(s) + 4\ e^- + 4\ H^+ <==> Zr + 2\ H_2O$ $\quad E_2 = E_2^0 + \frac{0,06}{4}\log h^4$

$HZrO_3^- + 4\ e^- + 5\ H^+ <==> Zr + 3\ H_2O$ $\quad E_1 = E_3^0 + \frac{0,06}{4}\log(\left[HZrO_3^-\right]h^5)$

Donc, en utilisant les hypothèses du texte sur la concentration en espèces dissoutes :

$E_1 = -1,53$ V
$E_2 = E_2^0 - 0,06pH$
$E_3 = E_3^0 - 0,09 - 0,075pH$

Q13) diagramme potentiel-pH : cf feuille jointe

Si pH < 1,72 : couple Zr^{4+}/Zr : $E_1 = -1,53$ V

Si 1,72 < pH < 12,8 : couple ZrO2/Zr : $E_2^0 - 0,06pH$, où E_2^0 est obtenu par continuité : $E_2^0 = -1,43$ V ; donc : $E_2 = -1,43 - 0,06pH$

Si pH > 12,8 : couple $HZrO_3^-/Zr$: , $E_3 = E_3^0 - 0,09 - 0,075pH$ où E_3^0 est obtenu par continuité : $E_3^0 = -1,05$ V ; donc : $E_3 = -1,05 - 0,075pH$

On constate que le domaine de stabilité du zirconium est entièrement situé dans le domaine de réduction de l'eau : le zirconium est donc corrodé dans l'eau (mais, en fait, cette corrosion ne se fait pas, pour des raisons cinétiques)

Q14)

$$\Omega_{molaire}(ZrO_2(s)) = \frac{M(ZrO_2(s))}{\rho(ZrO_2(s))} = 2,193.10^{-5}\,m^3.mol^{-1}$$

$$\Omega_{molaire}(Zr(s)) = \frac{M(Zr(s))}{\rho(Zr(s))} = 1,400.10^{-5}\,m^3.mol^{-1}$$

Donc : $$f = \frac{\Omega_{molaire}(ZrO_2(s))}{\Omega_{molaire}(Zr(s))} = 1{,}57 > 1$$

La zircone permet donc une bonne passivation du zirconium

Q15) Au niveau de la surface du métal, l'oxyde est comprimé (volume trop petit pour être compatible avec celui de Zr). Si la corrosion est trop rapide, on peut avoir des dislocations soit à l'intérieur de l'oxyde soit entre l'oxyde et le métal ; alors la couche d'oxyde n'est plus homogène et la corrosion est moins efficace

Q16) à pH = 0, il n'y a pas d'oxyde

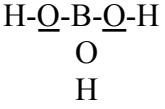
E_1 dépend des conditions expérimentales
E_2 dépend du pH et de la surtension de H^+/H_2 sur Zr

cf courbe intensité-potentiel sur feuille jointe

III) Le milieu aqueux caloporteur :

Q17) B : $1s^2\ 2s^2\ 2p^1$

Formule développée :



D'après la théorie VSEPR, la molécule a une forme triangulaire

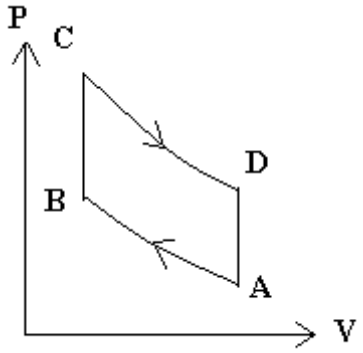
Q18) $$pH = \frac{1}{2}(pK_a + pc) = 5{,}1$$

Q19) il faut ajouter une base de façon à obtenir un mélange de pH = 8, qui sera d'ailleurs un assez bon tampon

Problème de physique : différents types de moteurs :

Première partie : modèle d'un moteur d'automobile à explosion :

1.1



1.2 Transformation AB :

1.2.1 $t_{cycle\ complet} = 2.t_{AB} = 2.t_{un\ tour} = \dfrac{2}{\text{nombre de tours par unité de temps}}$

or le nombre de tours par unité de temps est proportionnel à la vitesse de l'automobile ; donc :

$$\frac{v}{\text{nombre de tours par unité de temps}} = \frac{v_0}{(\text{nombre de tours})_0 \text{ par unité de temps}}$$

d'où :

$$\text{nombre de tours par unité de temps (à } 90\text{km/h)} = (\text{nombre de tours par unité de temps (à } 30\text{km/h)}.\frac{90}{30}$$

$$= 1000.\frac{90}{30}\text{tours/min} = 3000 \text{ tours/min} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ tours/s}$$

donc : $2.t_{AB} = \dfrac{2}{50}$ et : $t_{AB} = 2{,}0.10^{-2}$ s

1.2.2 t_{AB} étant petit, cela valide l'hypothèse d'adiabaticité de cette transformation

1.2.3 $\dfrac{5}{2}kT_A = \dfrac{1}{2}mv_A^2$ d'où : $v_A = \sqrt{\dfrac{5kT_A}{m}} = \sqrt{\dfrac{5RT_A}{M}} = 710\,\text{m.s}^{-1}$

1.2.4 la vitesse moyenne du piston au cours de la transformation AB v_m est :

$$v_m = \frac{80 \text{ mm}}{t_{AB}} = 4{,}0\,\text{m.s}^{-1}$$

v_A étant beaucoup plus grande que la vitesse moyenne de déplacement du piston, les molécules ne « voient » pratiquement pas le déplacement du piston et la transformation peut être considérée grossièrement comme réversible

1.2.5
$$P_B = P_A\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} = P_A.a^{\gamma} = 10^{6,4} \quad Pa = 2,8.10^6 \quad Pa = 28\,bars$$

$$T_B = T_A\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = T_A.a^{\gamma-1} = 886\,K$$

1.3 Transformation BC :

1.3.1 à une vitesse de 90 km/h, le moteur effectue 3000 tours par minute, donc 1500 cycles par minutes et 1500*60 cycles par heure ; le volume de carburant consommé en 1 heure étant 5 L, le volume de carburant consommé pendant 1 cycle est donc :

1.3.2
$$V_{carburant,4cylindres,1cycle} = \frac{5(L).90}{100.1500.60} = 5,0.10^{-5}\,L/cycle$$

$$V_{carburantt,1cylindre,1cycle} = \frac{5.10^{-5}}{4} = 1,25.10^{-5} \quad L/cycle$$

d'où :
$$n_c = V_{carburantt,1cylindre,1cycle}.\frac{\rho_{carburant}}{M_{carburant}} = 7,9.10^{-5}\,mol.cylindre^{-1}.cycle^{-1}$$

1.3.2 $Q_{BC} = n_c.6.10^6 = 474$ J

1.3.3.a
$$a = \frac{V_A}{V_E}$$
$$c = 4(V_A - V_E) \qquad \text{d'où :} \qquad V_A = \frac{ac}{4(a-1)}$$

puis :
$$n = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{P_A ac}{4(a-1)RT_A} = 1,32.10^{-2} \quad mol$$

1.3.3.b
$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} = nC_V(T_C - T_B) = n\frac{R}{\gamma-1}(T_C - T_B)$$

d'où :
$$T_C = T_B + Q_{BC}\frac{\gamma-1}{nR} = 2084 \quad K$$

et :
$$P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{nRT_C}{c}.4(a-1) = 6,6.10^6\,Pa = 66 \quad bars$$

1.4 **Transformation CD :**

$$P_D = P_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma} = P_C.a^{-\gamma} = 26.10^5 \quad Pa = 26 \quad bars$$

$$T_D = TC\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = T_C.a^{1-\gamma} = 830 \quad K$$

$$W_{fourni} = +\oint P.dV = \int_C^D P.dV + \int_A^B P.dV = P_C V_C^{\gamma}\left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\right]_C^D + P_A V_A^{\gamma}\left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\right]_A^B$$

1.5 $$= \frac{P_C V_C^{\gamma}}{\gamma-1}\left(V_C^{1-\gamma} - V_D^{1-\gamma}\right) + \frac{P_A V_A^{\gamma}}{\gamma-1}\left(V_A^{1-\gamma} - V_B^{1-\gamma}\right)$$

d'où finalement : $$W_{fourni} = \frac{P_C V_C^{\gamma}}{\gamma-1}\left(V_C^{1-\gamma} - V_D^{1-\gamma}\right) + \frac{P_A V_A^{\gamma}}{\gamma-1}\left(V_A^{1-\gamma} - V_B^{1-\gamma}\right)$$

ou encore : $$W_{fourni} = \frac{nR}{\gamma-1}\left[\left(T_C - T_D\right) + \left(T_A - T_B\right)\right] = 284 \quad J$$

1.6 **Rendement :**

1.6.1 $$\eta = \frac{W_{fourni}}{Q_{BC}} = \frac{-W}{Q_{BC}}$$

1.6.2.a $$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1}\left(T_C - T_B\right)$$

$$\eta = \frac{W_{fourni}}{Q_{BC}} = \frac{\frac{nR}{\gamma-1}\left[\left(T_C - T_D\right) + \left(T_A - T_B\right)\right]}{\frac{nR}{\gamma-1}\left(T_C - T_B\right)} = \frac{\left[\left(T_C - T_D\right) + \left(T_A - T_B\right)\right]}{\left(T_C - T_B\right)}$$

donc : $$\eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} = 0{,}60$$

1.7 **Puissance**

1.7.1 $$P_{th} = \frac{4W_{fourni}(1 \ \ cylindre)}{2t_{AB}} = 28{,}4\,kW$$

1.7.2 pour une vitesse de 90 km/h, on lit sur la courbe : P = 30 kW

1.7.3

Deuxième partie moteur à courant continu commandé par un hacheur :

2.1 Etude du moteur à courant continu :

$E = \Phi_0 \Omega$

2.1.1 $C = \Phi_0 i$

2.1.2 $u = E + Ri$

et : $J\frac{d\Omega}{dt} = \Phi_0 i - C_r = 0$ à vitesse angulaire constante

d'où : $i = \frac{C_r}{\Phi_0}$

or : $\Phi_0 = \frac{E}{\Omega}$; donc : $i = \frac{C_r \Omega}{E}$

on en déduit R : $R = \frac{u - E}{i} = \frac{(u - E)E}{C_r \Omega} = 0{,}1 \ \ \Omega$

2.1.3 $J\frac{d\Omega}{dt} = C - a\Omega - b$ donc : $\frac{Jd\Omega}{C - b - a\Omega} = dt$ ou :

$$\frac{d\Omega}{\Omega - \frac{C-b}{a}} = -\frac{dt}{\left(\frac{J}{a}\right)}$$

si on pose : $\Omega_\infty = \frac{C-b}{a}$

$\tau = \frac{J}{a}$

on obtient alors : $\frac{d\Omega}{\Omega - \Omega_\infty} = -\frac{dt}{\tau}$ puis, par intégration : $\Omega = \Omega_\infty\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$

on en déduit numériquement : $t_1 \approx 5 \ \ s$

2.2 Commande par hacheur :

2.2.1 Un interrupteur idéal ne consomme pas de puissance, son temps de commutation est nul

2.2.2 La bobine joue le rôle de réservoir d'énergie, elle permet le transfert d'énergie entre la source et les charges

2.2.3 Règle :une source de tension ne doit jamais être court-circuitée ; donc K_1 et K_2 ne peuvent pas être fermés simultanément

Remarque : les deux interrupteurs peuvent être tous les deux ouverts : cela correspond au cas où le moteur est à l'arrêt

2.2.4.1

2.2.4.2

- Si $0 < t < \alpha T$:

$E_0 - E = L\frac{di}{dt}$ donc : $di = \frac{E_0 - E}{L}dt$

d'où : $i(t) = I_m + \frac{E_0 - E}{L}t$ et : $V = E_0$

- Si $\alpha T < t < T$:

$0 - E = L\frac{di}{dt}$ donc : $di = \frac{-E}{L}dt$

d'où : $i(t) = I_m - \frac{E}{L}(t - \alpha T)$ et : $V = 0$

2.2.4.3

a) d'après la voie 1 : $E_0 = 120$ V (6 carreaux à 20 V/carreau)

b) la voie 2 donne la forme du courant : $\alpha = 0,4$

c et d) les pentes de la voie 2 correspondent à : $\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{E_0 - E}{L}$ et $\frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{E}{L}$

numériquement : $\frac{0,2}{20.10^{-6}} = \frac{120 - E}{L}$ et $\frac{0,2}{30.10^{-6}} = -\frac{E}{L}$

on en déduit : $L = 7,2$ mH et : $E = 48$ V

e) $P = E_0.\langle i_{K1}\rangle$ d'où : $\langle i_{K1}\rangle = 25$ A

f) $P = \langle i\rangle.E$ d'où : $\langle i\rangle = 62,5$ A

remarque : $\langle i_{K2}\rangle = \langle i_{K1}\rangle.\frac{1-\alpha}{\alpha} = 37,5$ A

on vérifie bien que : $\langle i \rangle = \langle i_{K1} \rangle + \langle i_{K2} \rangle$

2.2.5 $$i = \langle i \rangle + \sum_n a_n \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

d'après la décomposition en série de Fourier, si on diminue l'ondulation, en augmentant L et en diminuant T, on diminue les coefficients de Fourier. Les pertes par effet Joule seront minimales dans l'induit lorsque l'ondulation sera nulle.

Troisième partie : principe du moteur synchrone :

3.1 Stator de la machine synchrone : production d'un champ tournant :

3.1.1 Tout plan contenant l'axe Ox est un plan d'antisymétrie pour la distribution de courants : le champ magnétique en O appartient donc à tous ces plans ; il est donc colinéaire à Ox

3.1.2 en notation complexe :

$$\underline{u} = (R_0 + R + jL\omega_0)\underline{i_1}$$

$$\underline{u} = \left(R_0 + \frac{1}{jC\omega_0} + R + jL\omega_0\right)\underline{i_2}$$

donc :

$$\underline{i_1} = \frac{\underline{u}}{R_0 + R + jL\omega_0}$$

$$\underline{i_2} = \frac{\underline{u}}{R_0 + \frac{1}{jC\omega_0} + R + jL\omega_0}$$

on en déduit :

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R)^2 + L^2\omega_0^2}}$$

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R)^2 + \left(L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}\right)^2}}$$

et :

$$\varphi_1 = -\operatorname{Arc}\tan\frac{L\omega_0}{R_0 + R}$$

$$\varphi_2 = -\operatorname{Arc}\tan\frac{L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}}{R_0 + R}$$

3.1.3.a $$I_1 = I_2 \Leftrightarrow L^2\omega_0^2 = \left(L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{matrix} C = \infty \\ \text{ou} \\ C = \frac{1}{2L\omega_0^2} \end{matrix}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \operatorname{Arc}\tan\frac{L\omega_0}{R_0 + R} = \operatorname{Arc}\tan\frac{L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}}{R_0 + R}$$

$$C = \infty$$

ou

$$\frac{L\omega_0}{R_0 + R} = \frac{L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}}{R_0 + R} + \pi \Leftrightarrow R_0 = \frac{2L\omega_0}{\pi} - R$$

$$\varphi_1 = -\text{Arc}\tan\left(\pi LC\omega_0^2\right)$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \text{Arc}\tan\left(\pi LC\omega_0^2\right)$$

3.1.3.b alors :

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = Ki_1(t)\vec{e}_x + Ki_2(t)\vec{e}_y = KI_1\cos(\omega_0 t - \varphi_1)\vec{e}_x + KI_2\cos\left(\omega_0 t - (\varphi_1 + \frac{\pi}{2})\right)\vec{e}_y$$

3.1.4 $$= KI_1\left(\cos(\omega_0 t - \varphi_1)\vec{e}_x + K\sin s(\omega_0 t - \varphi_1)\right) = KI_1\vec{e}_r$$

où $\vec{e}_r$ est un vecteur unitaire faisant, à l'instant t, l'angle $\omega_0 t - \varphi_1$ avec l'axe Ox

$$B_T = KI_1,2 = KI_{1,2} = K\frac{U}{\sqrt{(R_0 + R)^2 + L^2\omega_0^2}} = K\frac{U}{\sqrt{\left(\frac{2L\omega_0}{\pi}\right)^2 + L^2\omega_0^2}}$$

donc :

$$B_T = \frac{KU}{L\omega_0^2\sqrt{\frac{4}{\pi^2 + 1}}}$$

3.1.5.a,b le vecteur $\vec{e}_r$ faisant avec l'axe Ox $\vec{e}_r$ l'angle $\omega_0 t - \varphi_1$, il tourne à la vitesse angulaire ω_0

3.2. **Entraînement du rotor du moteur synchrone :**

3.2.1 $$\theta(t) = (\omega_0 t + \alpha) - (\omega t + \beta) = (\omega_0 - \omega)t + \alpha - \beta$$

or à t = 0, $\theta(t=0) = \theta_0$; donc : $\alpha - \beta = \theta_0$

et : $$\theta(t) = (\omega_0 - \omega)t + \theta_0$$

d'où : $$\vec{\Gamma}(t) = \vec{M} \wedge \vec{B} = MB.\sin\theta(t)\vec{e}_z = M.B.\sin[(\omega_0 - \omega)t + \theta_0]\vec{e}_z$$

3.2.2 Le moteur ne peut fonctionner que pour $\omega = \omega_0$ car, sinon : $< \vec{\Gamma}(t) >= \vec{0}$

3.2.3.1 $\Gamma_0 = M.B.\sin\theta_0$

3.2.3.2 la machine fonctionne effectivement en moteur si, et seulement si la puissance du couple $\vec{\Gamma}$ est positive, c'est-à-dire : $\Gamma_0\omega_{(0)} > 0$, c'est-à-dire, si $\omega > 0$: $\Gamma_0 > 0$, donc : $\sin\theta_0 > 0$

3.2.3.3 dans ce cas, la puissance fournie par le moteur est :
$P_{méca} = \Gamma_0\omega_{(0)} = M.B.\omega_{(0)}.\sin\theta_0$

3.2.3.4 d'après le théorème du moment cinétique : $\Gamma_0 - \Gamma_r = J\frac{d\omega}{dt}$
le moteur peut effectivement entraîner la charge si, et seulement si :
$\Gamma_r < \Gamma_0 = M.B.\sin\theta_0$