- أحسب نهايات الدالة التالية عند حدود مجموعة تعريفها : $f(x) = x\,(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

- أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x}$

مسألـــــــــــة

في كل المسألة المستوي منسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

الجزء أ :

نفرض الدالة f_1 المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ $f_1(x) = xe^{-x^2}$ ونسمي C_1 المنحنى البياني لها

1- بين أنه لكل عدد حقيقي موجب x فان : $f_1'(x) = e^{-x^2} - 2x^2e^{-x^2}$ مستنتجا اتجاه تغير الدالة f_1

2- أحسب نهاية f_1 عند $+\infty$(يمكن وضع $t = x^2$) فسر النتيجة هندسيا .

3- أعط جدول تغيرات f_1

4- نسمي Δ المستقيم ذو المعادلة $y = x$ حدد وضعية C_1 بالنسبة لـ Δ

5- أرسم C_1 و Δ .

الجزء ب :

نفرض الدالة f_3 المعرفة $]0,+\infty[$ بـــ $f_3(x) = x^3e^{-x^2}$ ونسمي C_3 منحناها البياني

1- بين أن لكل عدد حقيقي x موجب فان $f_3'(x)$ من إشارة $3 - 2x^2$ مستنتجا تغيرات f_3

2- حدد الوضعية النسبية للمنحنيين C_1 و C_3

3- أرسم C_3 في نفس المعلم مع C_1

الجزء جـ :

نرمز بـ m للعدد الطبيعي الغير المعدوم ونفرض الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ $f_m(x) = x^m e^{-x^2}$

وليكن C_m منحناها البياني في المعلم السابق

1- برهن أن لكل عدد طبيعي $m \geq 1$ فان f_m لها قيمة حدية عظمى من أجل $x = \sqrt{\dfrac{m}{2}}$ ونسميها α_m

2- S_m النقطة من C_m ذات الفاصلة $\sqrt{\frac{m}{2}}$ برهن أن لكل عدد طبيعي m فان C_m يمر من S_2

يقول أينشتاين : (عليك أن تفهم قواعد اللعبة أولا ، ثم تلعب أفضل من الباقين)

"إذا كانت هناك مسألة لا تستطيع حلها، فهناك مسألة أخرى أسهل منها لا تستطيع حلها فأبحث عنها".