

**Correction épreuve spécifique Physique (Filière PCSI) Mines Albi, Alès, Douai, Nantes
Mai 2003.**

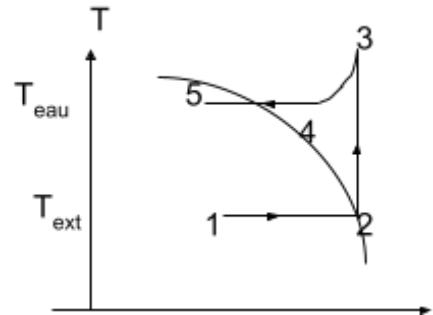
Proposée par Christian Giraud (christian.giraud@ac-caen.fr) et Thierry Pré
(thierry.pre@prepas.org)

I PISCINE A VAGUES

I1a) $\Delta S = \Delta S_{\text{chemin réversible}}$ car S est une fonction d'état.

$$\Delta S = \int_{3 \rightarrow 4} \frac{\delta Q_{\text{chemin réversible}}}{T} \underset{\text{isobare}}{=} \int \frac{C_p dT}{T} = C_p \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right)$$

Ici : où C_p est la capacité thermique à pression constante du gaz.

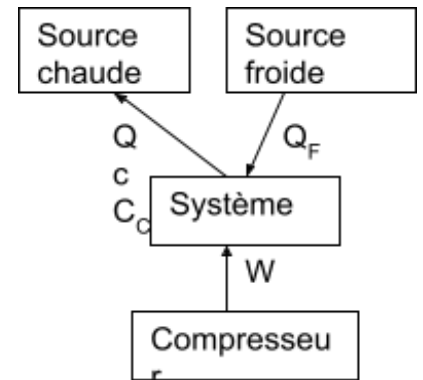


I1b)

- De 1 à 2, il y a une vaporisation sur un palier de changement d'état c'est à dire à pression et température constantes (donc une horizontale sur ce graphe)
- De 4 à 5 c'est une condensation qui a les mêmes propriétés.
- De 2 à 3 la transformation est isentropique ($s = \text{cte}$).
- De 3 à 4 la transformation est isobare qui dans ce diagramme se représente par une exponentielle positive. En effet, d'après la question précédente, sur une isobare : $T = \text{cte} \exp(S)$

I2)

- Le travail est reçu par le fluide dans le compresseur (de 2 à 3).
- Le transfert thermique Q_c (< 0) est fourni par le fluide à la source chaude (piscine) dans le condenseur (de 3 à 5).
- Le transfert thermique Q_f (> 0) est reçu par le fluide de la source froide (air extérieur) dans l'évaporateur (de 1 à 2).



I3) Un changement d'état met en jeu des quantités d'énergie importantes. Ici la condensation « rapporte » beaucoup de transfert thermique à la source chaude. La température d'ébullition basse du fluide lui assure la possibilité de subir une ébullition à T_{ext} basse et donc avec une source extérieure naturelle.

I4) $\eta = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{-Q_c}{-Q_c - Q_f}$ car d'après le premier principe appliqué à un cycle $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$.

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0 \quad \text{d'où} \quad \eta = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \eta_c$$

I5) Les pertes en masse pour une heure de la piscine sont : $m = \alpha S$ où S est la surface de la piscine. Donc les pertes thermiques pour une heure sont : $E_{\text{pertes}} = mL_{\text{vap}} = 1,05 \cdot 10^8 \text{ Joule}$.

I6) Il faut compenser ces pertes précisément pour maintenir la température de la piscine constante.

$$|Q_c| = E_{\text{pertes}} \Rightarrow W = \frac{|Q_c|}{\eta} = \frac{\alpha SL_{\text{vap}}}{5} = 0,21 \cdot 10^8 \text{ Joule}$$

Avec une simple résistance (chauffage monotherme) le rendement du chauffage vaut 1

$$\left(\eta = \frac{|Q|}{W} \text{ et } W + Q = \Delta U = 0 \right)$$

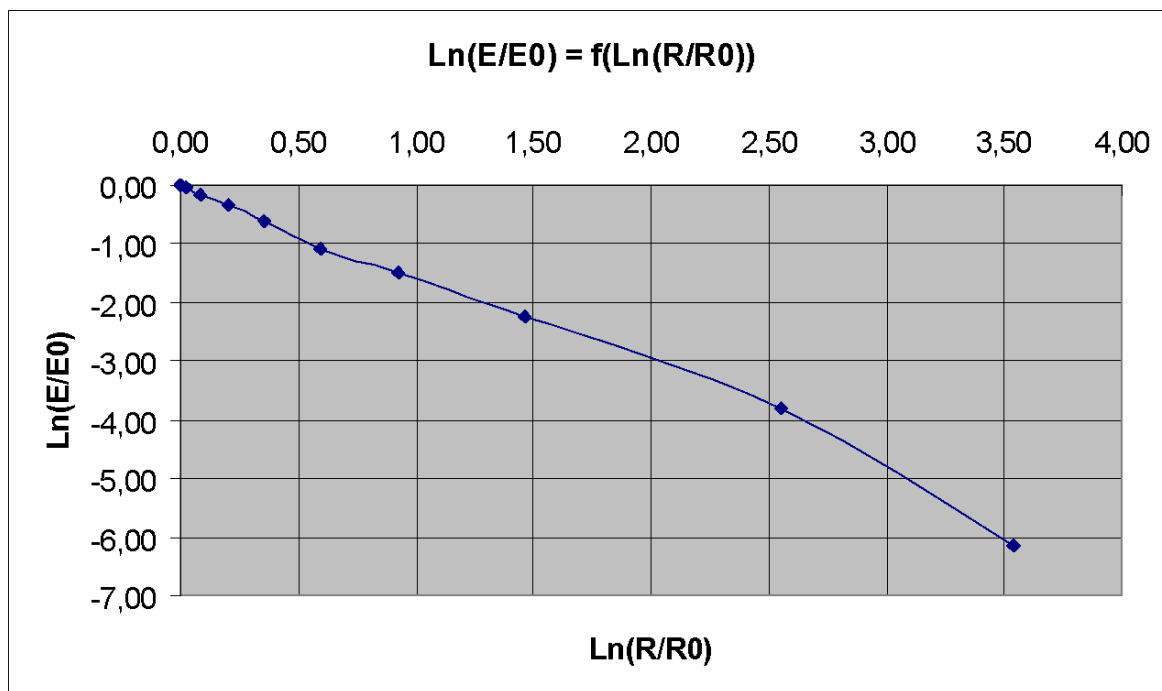
. Il faudrait donc apporter cinq fois plus de travail : $1,05 \cdot 10^8 \text{ Joule}$

II Chauffage de la piscine avec des panneaux solaires

II 1) $E = P \times S \times \Delta t = 108 \cdot 10^6 \text{ J}$ (pour 1 heure)

II 2 a)

Eclairement E en W/m ²	0,66	6,73	32,20	70,00	105,00	168,00	220,00	263,00	293,00	307,00
ln(E/E0)	-6,14	-3,82	-2,25	-1,48	-1,07	-0,60	-0,33	-0,15	-0,05	0,00
Résistance R(E) en kΩ	23,20	8,61	2,90	1,70	1,22	0,96	0,82	0,73	0,69	0,67
ln(R/R0)	3,54	2,55	1,47	0,93	0,60	0,36	0,20	0,09	0,03	0,00



II 2 b)

On a quasiment une droite de pente $p = -1.65$, donc : $\ln\left(\frac{E}{E_0}\right) = p \ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = \ln\left(\left(\frac{R}{R_0}\right)^p\right)$, d'où : $E = E_0 \left(\frac{R}{R_0}\right)^p$ ou :

$$R = R_0 \left(\frac{E}{E_0}\right)^{1/p}$$

A.N : $R_m \approx 0.8 \text{ k}\Omega$ et $R_a \approx 1.2 \text{ k}\Omega$ (La valeur de p a été déterminée par régression linéaire).

II 2 c)

La contre-réaction étant sur la borne inverseuse, le régime est linéaire ; comme l'AOP est idéal : $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$, et

$$i_{R1} = i_{R(E)}, \text{ soit finalement : } V_1 = -\frac{R(E)}{R_1} e_1$$

II 2 d)

AOP2 : montage sommateur : $V_{s2} = -(V_1 + e_2)$

$$V_2 = -V_{s2} = (V_1 + e_2) = \left(-\frac{R(E)}{R_1} e_1 + e_2\right)$$

AOP3 montage inverseur :

A.N : $E = E_m \rightarrow R(E) = R_m \rightarrow V_2 = 2V$; $E = E_a \rightarrow R(E) = R_a \rightarrow V_2 = -2V$

II 2 e)

Ce montage est un comparateur à hystérésis. Il fonctionne en régime saturé, donc $V_3 = \pm V_{SAT}$.

Si : $V_3 = +V_{SAT} \rightarrow V_+ > V_- \rightarrow \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{SAT} > V_2$. Il y aura basculement de la sortie pour : $V_2 > \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{SAT}$ et alors : $V_3 = -V_{SAT}$

Si : $V_3 = -V_{SAT} \rightarrow V_+ < V_- \rightarrow \frac{R_2}{R_2 + R_3} (-V_{SAT}) < V_2$. Il y aura basculement de la sortie pour : $V_2 < \frac{R_2}{R_2 + R_3} (-V_{SAT})$ et alors : $V_3 = +V_{SAT}$

II 2 f)

Pour un bon fonctionnement, on peut prendre des basculements à $-V_{SAT}$ pour E_m et à $+V_{SAT}$ à E_a . Donc il faut :

$$\left| \pm \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_{SAT} \right| \approx 2V \quad \text{et donc : } \frac{R_3}{R_2} \approx \frac{V_{SAT}}{2} - 1 \quad \text{A.N : } \frac{R_3}{R_2} \approx 6.5$$

II 2 g)

Il suffit de couper avant la photorésistance les fréquences supérieures à 50 Hz par un filtre passe-bas, type RC.

III PRODUCTION DE VAGUES

III 1) Appliquons le principe fondamental de la dynamique à M dans R terrestre galiléen :

A l'équilibre :

$$\vec{P} + \vec{F}_{ressort} + \vec{F}_{archimède} = \vec{0} \rightarrow \rho V \vec{g} - k(h - l_0) \vec{u}_z + \rho_{eau} V(-\vec{g}) = \vec{0}$$

$$\text{d'où } Vg(\rho - \rho_{eau}) = k(h - l_0)$$

III 2) Hors équilibre :

$$\vec{P} + \vec{F}_{ressort} + \vec{F}_{archimède} = M \vec{a} \rightarrow \rho V \vec{g} - k(z - l_0) \vec{u}_z + \rho_{eau} V(-\vec{g}) = M \frac{d^2 z}{dz^2} \vec{u}_z \quad \text{d'où, en utilisant la condition}$$

$$\text{d'équilibre obtenue précédemment : } \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{k}{M} z = \frac{k}{M} h \quad \text{oscillateur de pulsation : } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

III 3) La pulsation propre de cet oscillateur ne dépend que de ces caractéristiques intrinsèques : constante de raideur k et M . C'est la position autour de laquelle la masse oscille qui dépend de la poussée d'Archimède.

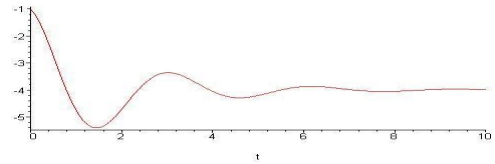
III 4) En ajoutant au bilan du III2) la force de frottement

$$f = -\alpha v = -\alpha \frac{dz}{dt} \quad \text{on obtient après simplifications :}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\alpha}{M} \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 h$$

dont la solution dans le cas d'un amortissement faible est pseudo-périodique.

$$z(t) = h + cte \exp\left(-\frac{M}{2\alpha} t\right) \cos(\omega t + \varphi)$$



III 5) Dans R' référentiel non galiléen il faut comptabiliser les forces d'inerties :

$$f_{ie} = -Ma_e = -M \frac{d^2 z_A}{dt^2} = M z_{Am} \omega^2 \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad f_{ic} = 0 \quad \text{car } R' \text{ est en translation par rapport à } R.$$

$$\text{En ajoutant cette force dans le bilan du III2), on obtient :} \quad \frac{d^2 z'}{dt^2} + \frac{\alpha}{M} \frac{dz'}{dt} + \omega_0^2 z' = z_{Am} \omega^2 \cos(\omega t) + \omega_0^2 h$$

III 6) Le terme constant correspond à la position d'équilibre. Il n'est pas utile pour calculer l'amplitude des oscillations. Avec les notations de l'énoncé on doit étudier l'équation suivante :

$$\frac{d^2 z'}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{dz'}{dt} + \omega_0^2 z' = z_{Am} \omega^2 \cos(\omega t) + \omega_0^2 h$$

$$\text{En notation complexe : } \underline{Z}(t) = \underline{Z} e^{i\omega t} \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} \leftrightarrow \times(i\omega) \quad , \text{ on obtient :} \quad -\omega^2 \underline{Z} + \frac{i\omega}{\tau} \underline{Z} + \omega_0^2 \underline{Z} = z_{Am} \omega^2 \cos(\omega t) \quad , \text{ soit :}$$

$$\underline{Z} = \frac{z_{Am} \omega^2 \cos(\omega t)}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} = \frac{z_{Am} \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} \quad \text{L'amplitude des oscillations est donnée par le module de } \underline{Z} : \quad |\underline{Z}| = \frac{|z_{Am}| \omega^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{\omega_0^2 \tau^2}}}$$

$$\text{III 7) On cherche : } |\underline{Z}| > |z_{Am}| \quad , \text{ c'est à dire : } x^2 > \sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{\omega_0^2 \tau^2}} \quad . \text{ On trouve finalement : } x > \frac{1}{\sqrt{2 - \frac{1}{\omega_0^2 \tau^2}}} \quad , \text{ ce qui est}$$

$$\text{envisageable uniquement si : } \frac{1}{\omega_0^2 \tau^2} < 2 \quad , \text{ soit } M > \frac{\alpha}{\omega_0 \sqrt{2}} .$$

$$\text{III 8) L'amplitude sera maximale si } \left(\frac{1}{x^2} - 1\right)^2 + \frac{1}{\omega_0^2 \tau^2 x^2} \text{ est minimal, c'est à dire si : } x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2\omega_0^2 \tau^2}}} \quad , \text{ et donc :}$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2\omega_0^2 \tau^2}}}$$