

AÑO 2009

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

1. La sucesión de números 1, 11, 21, 31, ...

- a) No es una progresión aritmética.
- b) Es una progresión geométrica de razón 10.
- c) Es una progresión aritmética de diferencia 10.
- d) Uno de sus términos es 110.

2. La sucesión de números 1, -3, 9, -27, ...

- a) No es una progresión geométrica.
- b) Es una progresión geométrica de razón 3.
- c) Continúa con el término 81.
- d) Continúa con el término -81

3. Estos cuatro números reales: $\frac{20}{6}$, $\frac{10}{3}$, 3 , $\hat{3} = 3,333\dots$, $+\sqrt{\frac{100}{9}}$

- a) Verifican $3, \hat{3} < \frac{10}{3} < \frac{20}{6} < +\sqrt{\frac{100}{9}}$
- b) Verifican $3, \hat{3} < \frac{20}{6} < \frac{10}{3} < +\sqrt{\frac{100}{9}}$
- c) Verifican $\frac{10}{3} < 3, \hat{3} < \frac{20}{6} < +\sqrt{\frac{100}{9}}$
- d) Son todos iguales.

4. La expresión $\frac{x^a}{x^b}$ (siendo $x \neq 0$) es la misma que: a) x^{a-b} . b) x^{b-a} . c) $x^a - x^b$. d) $x^{a/b}$.

5. Al racionalizar y simplificar $\frac{10}{\sqrt{5}}$ se obtiene: a) $10\sqrt{5}$ b) $2\sqrt{5}$ c) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ d) $50\sqrt{5}$

6. $(\sqrt{5})^3$ es igual a: a) $\sqrt{125}$ b) $\sqrt{15}$ c) $\sqrt[3]{5}$ d) $3\sqrt{5}$

7. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

- a) El rango de la matriz $A + B$ es 0.
- b) El rango de la matriz $A + B$ es 1.
- c) El rango de la matriz $A + B$ es -1.
- d) El rango de la matriz $A + B$ es 2.

8. Dadas $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

- a) No se puede efectuar AB .
- b) $AB = \begin{pmatrix} 16 & 5 \end{pmatrix}$
- c) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 15 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$
- d) $AB = BA$

9. El sistema de ecuaciones $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x - 6y = 15 \end{cases}$

- a) Es compatible determinado.
- b) Tiene una única solución, $x = 7$, $y = 1$.
- c) No tiene solución.

d) Es compatible indeterminado.

10. Una carpintería fabrica mesas y sillas. A final de año le quedan 10 tablones de madera y 4 botes de barniz. Cada mesa necesita 2 tablones y $1/2$ bote de barniz, y cada silla 1 tablón y $1/2$ bote. Calcula cuántas mesas y sillas debe fabricar para gastar exactamente la madera y el barniz que le quedan.

- a) Debe fabricar 2 mesas y 6 sillas, y no hay más soluciones.
- b) Debe fabricar 6 mesas y 2 sillas, y no hay más soluciones.
- c) El problema no tiene solución.
- d) Existen dos soluciones: una es 4 mesas y 2 sillas, y la otra 2 mesas y 4 sillas.

11. Las funciones de oferta (S) y de demanda (D) de un producto cuyo precio es p euros vienen dadas respectivamente por $S(p) = -900 + 18p$ y $D(p) = 2400 - 12p$

¿Para qué precio del producto la cantidad demandada coincide con la oferta?

- a) 100 €
- b) 110 €
- c) 11 €
- d) La oferta y la demanda nunca coincidirán.

12. Dado el polinomio $p(x) = x^2 - 5x + 6$:

- a) Sus raíces son -2 y -3 y el polinomio factorizado es $p(x) = (x - 2)(x - 3)$
- b) Sus raíces son -2 y -3 y el polinomio factorizado es $p(x) = (x + 2)(x + 3)$
- c) Sus raíces son 2 y 3 y el polinomio factorizado es $p(x) = (x - 2)(x - 3)$
- d) Sus raíces son 2 y 3 y el polinomio factorizado es $p(x) = (x + 2)(x + 3)$

13. Al simplificar la fracción algebraica $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 4x + 3}$ se obtiene:

- a) $\frac{x+3}{x+1}$
- b) $\frac{(x-3)^2}{(x+3)(x+1)}$
- c) $\frac{x-3}{x-1}$
- d) No se puede simplificar

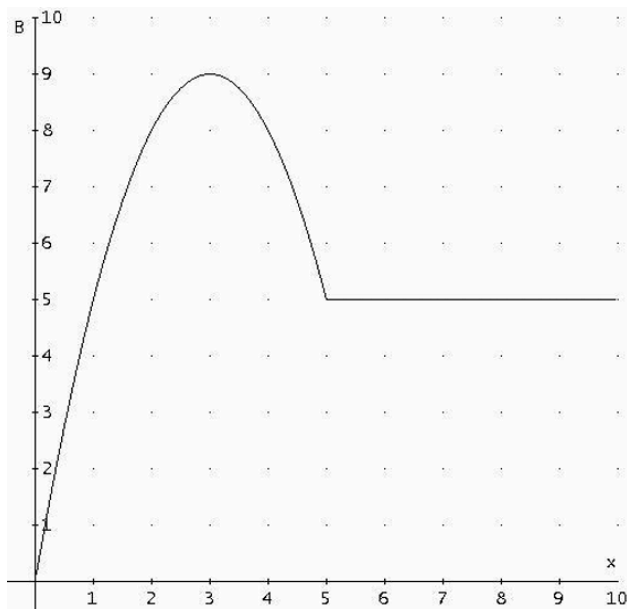
14. La ecuación $\frac{x}{x+1} - \frac{2}{3x} = 1$

- a) No tiene solución.
- b) Tiene una única solución: $x = -2/5$
- c) Tiene una única solución: $x = 2/5$
- d) Tiene dos soluciones: $x = 2/5$ y $x = -2/5$

15. El dominio de la función $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$ es:

- a) Todos los números reales.
- b) Todos los números reales positivos.
- c) Todos los números reales excepto el 6.
- d) Los números reales mayores que 6.

16. La gráfica siguiente representa la evolución del beneficio esperado por una empresa (en millones de euros) durante los próximos 10 años. ¿En qué periodo o periodos se espera un beneficio entre 5 y 8 millones?



- a) A partir del primer año.
- b) A partir del quinto año.
- c) Entre los años 1 y 2 y a partir del quinto año en adelante.
- d) Entre los años 1 y 2 y a partir del cuarto año en adelante.

17. La expresión de la función representada en la gráfica anterior es:

- a) $B(x) = x^2 + 5$
- b) $B(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x, & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 5, & \text{si } 5 \leq x \leq 10 \end{cases}$
- c) $B(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ 5, & \text{si } 5 \leq x \leq 10 \end{cases}$
- d) $B(x) = -x^2 + 5$

18. La derivada de la función $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ es:

- a) $f'(x) = 2$
- b) $f'(x) = \frac{2}{x+1}$
- c) $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$
- d) $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

19. Para la función $f(x) = 2x^4 - 3x + 2$ es cierto que:

- a) $f(1) = 1$ y $f'(1) = 0$
- b) $f(1) = 1$ y $f'(1) = 8x^3 - 3$
- c) $f(0) = 2$ y $f'(0) = 0$
- d) $f'(0) = -3$ y $f'(1) = 5$

20. Los costes de producir y almacenar x unidades de un producto vienen dados por la función $C(x) = x^2 - 10x + 50$ unidades monetarias (u.m.). El coste mínimo:

- a) Es 25 u.m. y se consigue cuando se producen $x = 5$ unidades.
- b) Es 0 u.m. y se consigue cuando no se produce nada ($x = 0$)
- c) Es 50 u.m. y se consigue cuando no se produce nada ($x = 0$)
- d) Es 50 u.m. y se consigue cuando se producen $x = 5$ unidades.

21. Una primitiva de la función $f(x) = 5x^3 - x$ es:

- a) $F(x) = 15x^2 - 1$
- b) $F(x) = x^4 - x^2$
- c) $F(x) = \frac{5x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$
- d) $F(x) = 4x^4 - x^2$

22. El valor de la integral $\int_1^3 (2x - 3)dx$ es: a) 2 b) x^2 . c) -2 d) 1

23. Las marcas de 10 atletas de un equipo en una prueba han sido las siguientes: 10', 9', 10', 11', 9,5', 10,5', 10', 9', 10', 10'. La media aritmética del equipo y la moda son:

- a) La media es 9,9 y la moda es 11
- b) La media es 9,9 y la moda es 10
- c) La media es 10 y la moda es 10
- d) La media es 9 y la moda es 9,5

24. Una máquina empaquetadora produce un 20% de paquetes defectuosos. Calcula la esperanza y la varianza de la variable aleatoria X que mide el número de paquetes defectuosos en una muestra aleatoria de 10 paquetes.

- a) X sigue una distribución binomial B(10, 20) y por tanto $E(X) = 10$, $Var(X) = 20$
- b) X sigue una distribución binomial B(0,2 ; 10) y por tanto $E(X) = 0,2$, $Var(X) = 20$
- c) X sigue una distribución binomial B(10 ; 0,2) y por tanto $E(X) = 8$, $Var(X) = 4$
- d) X sigue una distribución binomial B(10 ; 0,2) y por tanto $E(X) = 2$, $Var(X) = 1,6$

25. Un kiosco vende sólo periódicos y revistas. La probabilidad de que una persona compre un periódico es 0,5, la de que compre una revista es 0.4, y la de que compre las dos cosas es 0,2. Calcula la probabilidad de que un comprador que va al kiosco compre algo. a) 0,7 b) 0,9 c) 1 d) 1,1

MATEMÁTICAS

1. Para $a \neq 0$, la expresión $\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}}$ es igual a:

- a) $\frac{b}{\sqrt{a}}$
- b) $\sqrt[3]{a^2} + b\sqrt[3]{a}$
- c) $\sqrt[3]{a^2} + \frac{\sqrt[3]{a^2} b}{a}$
- d) Ninguna de las anteriores.

2. El área de la región limitada por la función $f(x) = \text{sen}(2x)$ en el intervalo $(0, \pi/2)$ es:

- a) π
- b) 2
- c) 0
- d) 1.

3. El rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ es:

- a) 2.
- b) 3 únicamente para $a = 1$.
- c) 3 para cualquier valor de a.
- d) Ninguna de las anteriores.

4. El sistema de ecuaciones: $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ z = 0 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$ es:

- a) Compatible determinado con solución única $(1/2, 3/4, 0)$
- b) Compatible indeterminado.
- c) Incompatible.
- d) Ninguna de las anteriores.

5. El sistema $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ es:

- a) Compatible indeterminado con solución $(2\lambda, \lambda, 5\lambda - 1)$ para cada $\lambda \in \mathbb{R}$.
- b) Incompatible.
- c) Compatible determinado.
- d) Ninguna de las anteriores.

6. Si $\text{sen } \alpha = -2/3$ y $\text{cos } \alpha > 0$, entonces:

- a) $\text{sen}(\alpha - \pi) = -2/3$ y $\text{cos}(\alpha - \pi) = \frac{\sqrt{5}}{3}$
- b) $\text{sen}(\alpha - \pi) = 2/3$ y $\text{cos}(\alpha - \pi) = \frac{-\sqrt{5}}{3}$
- c) $\text{sen}(\alpha - \pi) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ y $\text{cos}(\alpha - \pi) = \frac{2}{3}$
- d) Ninguna de las anteriores.

7. La derivada de la función $f(x) = 3e^x x^3$ es:

- a) $9e^x x^2$. b) $3e^x x^3$. c) $3e^x x^2(x + 3)$. d) Ninguna de las anteriores.

8. Si es un ángulo del primer cuadrante tal que $\alpha = \frac{2}{3}$ y $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$, entonces:

- a) $(2\alpha) = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ b) $(2\alpha) = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ c) $(2\alpha) = \frac{4}{3}$ d) Ninguna de las anteriores.

9. El conjunto de vectores $\{(a, 1), (1, 1)\}$ es una base de \mathbb{R}^2 :

- a) Para cualquier valor de a.
 b) Para cualquier valor de a distinto de 1.
 c) Solo para $a = -1$, siendo en este caso una base de vectores ortonormales.
 d) Ninguna de las anteriores.

10. La recta perpendicular al plano $3x - 2y + z + 1 = 0$ tiene como vector director:

- a) $\vec{v} = (1, -2, 3)$ b) $\vec{v} = (3, -2)$ c) $\vec{v} = (3, -2, 1)$ d) Ninguna de las anteriores.

11. Un vector director de la recta $x + 3y = 1$ viene dado por:

- a) $\vec{v} = (-3, 1)$ b) $\vec{v} = (1, 3)$ c) $\vec{v} = (3, 1)$ d) Ninguna de las anteriores.

12. Un estudiante tiene que contestar 8 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuantas formas diferentes puede contestar? a) 45. b) 80. c) 30. d) Ninguna de las anteriores es correcta.

13. Al igual que en la cuestión anterior, un estudiante tiene que contestar 8 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuantas formas diferentes puede contestar si las tres primeras son obligatorias?

- a) 30. b) 21. c) 25. d) Ninguna de las anteriores.

14. La función $f(x) = e^{-x}$, (señale la afirmación correcta):

- a) Verifica que $f(x) = +\infty$
 b) Es creciente y $f(x) \geq 0$ para cada $x \in \mathbb{R}$.
 c) Es decreciente, no tiene puntos de corte con el eje OX y $f(x) = 0$
 d) Es decreciente y $f(x) \leq 0$ para cada $x \in \mathbb{R}$.

15. El límite de la función $f(x) = \sin(x)$ cuando x tiende a $+\infty$ es:

- a) 0. b) ∞ . c) 2. d) Ninguna de las anteriores.

16. Sean las matrices $A = (1 \ 1 \ 3 \ 2 \ 0 \ 1)$, $B = (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$ y $C = (0 \ 1 \ 1 \ 0)$, entonces:

- a) Es posible calcular los productos AB y AC, pero no BA.
 b) Al multiplicar BA y AB se obtiene como resultado en ambos casos matrices cuadradas.
 c) $BC = CB$.
 d) Ninguna de las anteriores.

17. La función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ verifica que:

- a) Es impar y en el intervalo $(-1, 1)$ decrece.
 b) El límite $f(x) = +\infty$ y $f(x) = -\infty$
 c) Es par y tiene asíntotas verticales en las rectas $x = 1$ y $x = -1$.
 d) Ninguna de las anteriores es correcta.

18. La función $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$ tiene como derivada la función:

- a) $f'(x) = \frac{3x^4 - x^2}{(x^2-1)^2}$ b) $f'(x) = \frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$ c) $f'(x) = \frac{x^2(x-3)}{(x^2-1)^2}$ d) Ninguna de las anteriores es correcta.

19. La función $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$

- a) Tiene un mínimo relativo en $x = \sqrt{3}$ y un máximo relativo en $x = -\sqrt{3}$
 b) Presenta un mínimo relativo en $x = 0$.
 c) Presenta un máximo relativo en $x = 0$.
 d) Ninguna de las anteriores es correcta.

20. La integral entre $x = 0$ y $x = 2$ de la función $f(x) = \frac{2}{x+1}$ es: a) $\ln(2)$. b) 0. c) $2\ln(3)$. d) $\ln(3)$.

21. Las rectas $x + y = 1$ y $x - y = 0$ son:

- a) Perpendiculares.
 b) Paralelas.
 c) Se cortan, pero no son perpendiculares.
 d) Ninguna de las anteriores.

22. El coeficiente de x^4 en el polinomio $(x + 1)^7$ es: a) 40. b) 30. c) 20. d) 35.

23. El límite de la sucesión $\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$ cuando $n \rightarrow +\infty$ es: a) 0. b) 1. c) e. d) 2.

24. La función $f(x) = x^3$ tiene en $x = 0$:

- a) Un máximo relativo.
 b) Un mínimo relativo.
 c) Un punto de inflexión.
 d) Ninguna de las anteriores es correcta.

25. El límite de la sucesión $\frac{n^5 + 3n^2 + 2}{n^3 - 1}$ cuando n tiende a ∞ es: a) 0. b) 1. c) $-\infty$. d) $+\infty$

AÑO 2010

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Calcular la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

CUESTIÓN A2. Calcular las asíntotas horizontales y verticales de la función $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

CUESTIÓN A3. Hallar el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = 4 - x^2$, la recta $x = 1$ y la recta $x = 2$.

CUESTIÓN A4. Una determinada pieza puede ser fabricada por dos máquinas, M1 y M2, que funcionan independientemente. La máquina M1 fabrica el 70% de las piezas y la máquina M2 el 30%. El 15% de las piezas fabricadas por la máquina M1 salen defectuosas y el 2% de las fabricadas por M2 también. Se elige al azar una de las piezas, calcular la probabilidad de que sea defectuosa.

CUESTIÓN A5. El número de libros por estante de una biblioteca sigue una distribución normal con media 24 y varianza 1,5. Se extrae una muestra aleatoria simple de 81 estantes de libros de Matemáticas y se obtiene una media de 25 libros. Queremos decidir si existe diferencia significativa entre el número medio de libros de Matemáticas por estante y el número medio de libros por estante con un nivel de significación de 0,05.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Resolver, si es posible, el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ -2x + 3y + z = -1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = 2x^2 + x + 1$ estudiar los máximos y mínimos, así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

CUESTIÓN B3. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2$, la recta $x = 2$ y la recta $x = 4$

CUESTIÓN B4. En un examen de 25 temas, un alumno sólo ha estudiado 15 temas. El examen consiste en contestar a dos temas extraídos al azar del total de temas del cuestionario. Hallar la probabilidad de que los dos temas sean de los que el alumno estudió.

CUESTIÓN B5. Una muestra aleatoria simple de 25 estudiantes, responde a una prueba de inteligencia espacial, obteniendo una media de 100 puntos. Se sabe por experiencia que la variable “inteligencia espacial de todos los estudiantes” es normal con una desviación típica igual a 10, pero se desconoce la media. ¿Entre qué límites se hallará la verdadera inteligencia espacial media de todos los estudiantes, con un nivel de confianza de 0,99?

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1. Calcular, si es posible, la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

CUESTIÓN A.2. Calcule la distancia del punto $P(1,1,3)$ al plano formado por la recta $x = y = z$ y el punto $Q(2, 1, 0)$.

CUESTIÓN A.3. Calcular dos números positivos que sumen 18 y cuyo producto sea máximo. Demuestre que el producto es máximo.

CUESTIÓN A.4. Calcular la integral: $\int \frac{x^2}{x+1} dx$

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1. Resolver, si es posible, el sistema siguiente.

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ -x + y = 4 \\ x - 2z = -13 \end{cases}$$

CUESTIÓN B.2. Calcule el punto del plano $x + y + z = 0$ más cercano al punto $P(4, 1, 1)$.

CUESTIÓN B.3. Representar gráficamente la función $f(x) = \frac{x+1}{x}$, calculando su dominio, cortes con los ejes, asíntotas verticales y horizontales, extremos relativos e intervalos de monotonía.

CUESTIÓN B.4. Calcular el área encerrada por el eje x y la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 3x$.

AÑO 2011

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A1. Resolver, si es posible, el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 4x - 2y = -10 \\ -2x + 2y = 6 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

CUESTIÓN A2. Calcular el dominio y las asíntotas horizontales y verticales de la función $f(x) = \frac{2x}{x-4}$

CUESTIÓN A3. Hallar el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2 - 9$, la recta $x = 3$ y la recta $x = 6$.

CUESTIÓN A4. Según una encuesta realizada a los adolescentes de una ciudad, la probabilidad de que un adolescente practique tenis es 0,1, la probabilidad de que practique fútbol es 0,2, y la de que practique ambos deportes es 0,02. Calcular la probabilidad de que un adolescente no practique ninguno de estos dos deportes.

CUESTIÓN A5. La estatura de los habitantes de un país en 1960 seguía una distribución normal con una media de 170 cm y una desviación típica de 9 cm. En 2011 se ha extraído una muestra aleatoria simple de 100 habitantes, obteniéndose una media de 172 cm. Suponiendo que la estatura sigue siendo normal con la misma desviación típica, ¿se puede afirmar con un nivel de significación de 0,01 que existe diferencia significativa entre la estatura media en 1960 y la estatura media en 2011?

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B1. Calcular la matriz inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = -2x^2 + 8x + 3$, estudiar los máximos y mínimos, así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

CUESTIÓN B3. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = 1 - x^2$, la recta $x = -1$ y la recta $x = 1$.

CUESTIÓN B4. A un aeropuerto llegan vuelos procedentes de Europa y de América. El 80% de los vuelos procede de Europa y el 20% de América. El 15% de los vuelos procedentes de Europa llegan con retraso, y el 24% de los que proceden de América también. Calcular la probabilidad de que un vuelo escogido al azar llegue con retraso.

CUESTIÓN B5. Para una muestra aleatoria simple de 144 hogares españoles se ha estudiado el gasto semanal, obteniéndose una media de 180 euros. Se sabe que el gasto semanal de los hogares españoles se distribuye normalmente con una media desconocida y con una desviación típica de 30 euros. Calcular con un nivel de confianza del 95%, entre qué valores se encontrará el verdadero gasto semanal medio de todos los hogares españoles.

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A.1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & a & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & a & 2 \end{pmatrix}$

a) Determine para qué valores del parámetro a es inversible la matriz AB.

b) Si es posible, calcule la inversa de la matriz AB para $a = 0$.

CUESTIÓN A.2. Determine el plano que contiene a la recta $\begin{cases} x - 2y - 5z = 0 \\ 2x - y + 3z = 8 \end{cases}$ y es paralelo al

plano $x + y + 8z = 1$

CUESTIÓN A.3. De entre todos los rectángulos de perímetro 12 cm, determine las dimensiones del que tiene menor diagonal.

CUESTIÓN A.4.

a) Calcule la integral $\int \frac{\ln \ln x}{x} dx$ mediante el cambio de variable $t = \ln x$

b) Calcule la integral $\int x \ln \ln x dx$ utilizando el método de integración por partes.

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1. Un cajero automático contiene billetes de 10, 20 y 50 €. El número total de billetes es 120 y el total de dinero es 3300 €. Sabiendo que el número de billetes de 10 € es igual a la suma del número de billetes de 20 y de 50 €, calcule el número de billetes de cada tipo.

CUESTIÓN B.2. Considere el punto $P(1, 1, -1)$ y el plano $\pi: 2x - y + z = 12$.

a) Calcule razonadamente la ecuación de la recta que pasa por P y es perpendicular al plano π .

b) Calcule las coordenadas del punto intersección de dicha recta con el plano π .

CUESTIÓN B.3. Calcule la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{\ln \ln x}$ en el punto de abscisa $x = e$

CUESTIÓN B.4. Calcule el área de la región del plano encerrada por el eje X y la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$

AÑO 2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Discutir el siguiente sistema en función del parámetro λ :

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 8 \\ 5x + 4y + 5z = 14 \\ 4x + 3y + \lambda z = 11 \end{cases}$$

CUESTIÓN A2. Dada la función $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 10x$, determinar sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento y sus máximos y mínimos.

CUESTIÓN A3. Hallar el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = -x^2 + x$ y el eje OX.

CUESTIÓN A4. En el compartimento del agua de una máquina expendedora de bebidas se han mezclado al azar, por error, 6 botellas de agua con gas y 10 botellas de agua sin gas. Cuatro personas utilizan la máquina y sacan sucesivamente una botella de agua cada una. Determinar la probabilidad de que todas obtengan agua sin gas.

CUESTIÓN A5. En una determinada población el consumo diario de calorías sigue una distribución normal con desviación típica de 400 calorías. Se elige al azar una muestra aleatoria de 100 personas de esa población y se obtiene un consumo medio diario de 1650 calorías.

Hallar un intervalo de confianza al 99% para el consumo medio diario de calorías de la población.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Calcular la matriz inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 2 & 1 \\ -4 & -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{9-x^2}$, determinar su dominio, los puntos de corte con los ejes y sus asíntotas.

CUESTIÓN B3. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2 - 6x + 9$, el eje OX, la recta $x = 0$ y la recta $x = 1$, y hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN B4. En una población se ha determinado que, de cada 100 usuarios de teléfonos móviles, 20 son clientes de la compañía A, 30 de la compañía B, y el resto, de la compañía C. Sabiendo que el 35% de los clientes de A, el 40% de los de B y el 45% de los de C tienen sistema de prepago, determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un usuario de teléfono móvil, tenga sistema de prepago.

CUESTIÓN B5. La duración de un juguete electrónico, según el fabricante, se distribuye como una normal de media 97 horas y desviación típica de 10 horas. Para realizar un estudio, una asociación de consumidores ha tomado una muestra al azar de 60 de estos juguetes, obteniendo una duración media de 92 horas. A partir de estos datos, ¿se puede creer al fabricante a un nivel de confianza del 95%?

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1:

a) Discuta, en función del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x - ay - z = 1 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$$

b) Si es posible, resuélvalo para el valor de $a = 2$

CUESTIÓN A.2: Determine el plano que contiene al punto $A(1, 2, -3)$, es paralelo a la recta

$$r: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1} \text{ y perpendicular al plano } \pi: 2x - y + z = 1.$$

CUESTIÓN A.3: Recuerde que los puntos críticos (o puntos singulares) de una función $f(x)$ son aquellos donde $f'(x) = 0$.

a) Calcule los puntos críticos de la función $f(x) = x^2 e^x$.

b) Para cada uno de ellos, determine si se trata de un máximo, de un mínimo o de un punto de inflexión.

CUESTIÓN A.4: Calcule la siguiente integral definida $\int_{-1}^0 \frac{3x}{x^2 + x - 2} dx$

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1:

a) Estudie el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 1 & 2 & a & 0 & 1 \end{pmatrix}$ según los valores del parámetro a

b) Si es posible, calcule la inversa de la matriz A para el valor de $a = 0$

CUESTIÓN B.2: Dados los puntos $A(3, 2, 0)$, $B(5, 1, 1)$ y $C(2, 0, -1)$:

a) Determine la recta que pasa por A y B.

b) Determine el plano que contiene a los puntos A, B y C.

c) Calcule la distancia entre A y C.

CUESTIÓN B.3: Dada la función $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x+1}$, se pide:

a) Dominio de definición y cortes con los ejes.

b) Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).

- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremos (máximos y mínimos).
d) Representación gráfica aproximada.

CUESTIÓN B.4:

- a) Calcule la integral indefinida $\int x \operatorname{sen} x \, dx$ utilizando el método de integración por partes.
b) Aplicando el apartado anterior, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x \operatorname{sen} x$ y el eje de abscisas entre $x = 0$ y $x = \pi$.

AÑO 2013

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Tres coches A, B y C salen desde distintos puntos de partida hacia un mismo destino. La suma de las distancias que separan a cada uno de ellos del destino es 80 km. La distancia al destino del coche A es el triple que la de B. Tras recorrer 5 km, la distancia que le queda por recorrer a C hasta el destino es de 5 km más que la suma de las que les quedan por recorrer a A y a B. ¿Cuáles eran las distancias al destino de cada uno de ellos desde el punto de partida inicial?

CUESTIÓN A2. Dada la función: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

- a) Calcular sus puntos críticos.
b) Estudiar su crecimiento y decrecimiento y calcular sus máximos y mínimos.

CUESTIÓN A3. Calcular el área del recinto limitado por la parábola $y = 2x^2 + 1$ y la recta $y = 2x + 1$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN A4. Se tienen dos urnas, una contiene 7 bolas numeradas del 1 al 7, la otra contiene una bola roja y otra azul. Se saca una bola de la primera urna y se anota su número. A continuación, se saca una bola de la segunda urna, si sale bola azul se suma 1 al número obtenido de la primera urna, si sale bola roja, no se hace nada.

- a) Describir el espacio muestral.
b) Calcular la probabilidad de que el resultado final sea mayor que 6.

CUESTIÓN A5. Para estudiar el gasto anual de los clientes en un establecimiento comercial, se ha elegido una muestra aleatoria de 11 clientes, resultando los valores siguientes del gasto anual (en euros):

100 120 150 95 70 60 110 200 105 80 65

Se supone que el gasto anual sigue una distribución Normal con desviación típica igual a 12. Determinar un intervalo de confianza con nivel de confianza del 95% para la media del gasto anual de los clientes en el establecimiento.

OPCIÓN B

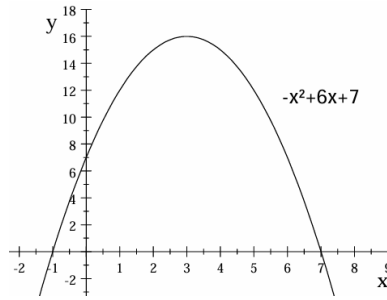
CUESTIÓN B1. Sea el sistema de inecuaciones: $\{x \geq 0 \ y \geq 0 \ y \geq 2x \ x + y \leq 3$

- a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones.
b) Considerar la función $f(x, y) = x + 3y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor máximo de la función $f(x, y)$ en la región dada por el sistema.

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = \frac{5x^2}{x^2 - x - 6}$, calcular:

- a) El dominio.
b) Las asíntotas.
c) La función derivada $f'(x)$

CUESTIÓN B3. Se da la siguiente gráfica que corresponde a la parábola de ecuación $y = -x^2 + 6x + 7$, se pide calcular el área del recinto limitado por la parábola y el eje OX.



CUESTIÓN B4. En una facultad se ha determinado que, de cada 100 estudiantes, 10 estudian Economía, 20 Marketing, y el resto estudian Administración y Dirección de Empresas. Sabiendo que el 60% de los que estudian Economía, el 65% de los que estudian Marketing y el 45% de los que estudian Administración y Dirección de Empresas, son hombres.

- a) Determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un estudiante, sea mujer.
- b) Se ha elegido un estudiante y es hombre, calcular la probabilidad de que estudie Administración y Dirección de Empresas.

CUESTIÓN B5. Cuando una máquina de envasado funciona correctamente, produce paquetes de 120 g. Se ha tomado una muestra de 85 paquetes, obteniéndose una media de 115 g. Suponiendo que el peso de los paquetes sigue una distribución Normal con desviación típica de 10 g, contrastar la hipótesis de que la máquina está funcionando correctamente, con un nivel de significación de 0,01.

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1:

- a) Discuta, en función del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 2 \\ 5x + y + az = 6 \end{cases}$$
- b) Si es posible, resuélvalo para el valor de $a = 8$.

CUESTIÓN A.2:

- a) Determine la recta que pasa por el punto $A(2, -1, 3)$ y es perpendicular al plano $x - y + 3z = 7$.
- b) Determine el plano que pasa por el punto $B(1, 5, -2)$ y es paralelo al plano $x - y + 3z = 7$.
- c) Calcule el punto de corte de la recta del apartado a) con el plano calculado en el apartado b).

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{4x}{x^4 + 3}$, se pide:

- a) Determine los valores máximos y mínimos de $f(x)$.
- b) Calcule $f'(x)$ y $f''(x)$

CUESTIÓN A.4: Calcule el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones $f(x) = \frac{2}{1+x^2}$ y $g(x) = x^2$.

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1:

- a) Determine para qué valores del parámetro a la siguiente matriz es regular (o inversible):

$$A = (a \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1)$$

- b) Si es posible, calcule la inversa de la matriz A para el valor $a = -2$.

CUESTIÓN B.2:

- a) Determine la ecuación general o implícita del plano que contiene al punto $A(0, 1, 1)$ y a los vectores $\vec{u} = (1, 2, 0)$ y $\vec{v} = (-1, 0, 1)$
- b) Calcule el ángulo que forma dicho plano con el plano $x + 4y + z = 3$.

CUESTIÓN B.3: Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$, se pide:

- a) Dominio de definición y puntos de corte con los ejes.
- b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.
- c) Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión.
- d) Representación gráfica aproximada.

CUESTIÓN B.4:

- a) Calcule la integral indefinida $\int x^2 \ln \ln x \, dx$ utilizando el método de integración por partes.
- b) Aplicando el apartado anterior, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^2 \ln x$ y el eje de abscisas entre $x = 1$ y $x = e$

AÑO 2014

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Discutir por el método de Gauss el sistema en función del parámetro a:

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ x - y + 3z = 1 \\ -x - 2y + az = 0 \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 1$.

CUESTIÓN A2. Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x + e^{3x-2}$.

b) $g(x) = \frac{x^3 - 3x}{5x + 1}$

CUESTIÓN A3. Calcular la integral $\int_0^1 (x^3 + 5x - 1) dx$

CUESTIÓN A4. La probabilidad de aprobar una asignatura A es 0,2, la de aprobar una asignatura B es 0,7 y la de aprobar al menos una de las dos asignaturas es 0,8.

- a) Calcular la probabilidad de aprobar las dos asignaturas.
- b) Calcular la probabilidad de no aprobar ninguna de las dos.

CUESTIÓN A5. Una encuesta realizada a 1600 personas empleadas de un país reveló que el tiempo medio de duración de su empleo actual era de 6,5 años con una desviación típica de 4. ¿Se puede aceptar, con un nivel de significación del 5%, que el tiempo medio del empleo actual de los empleados de dicho país es menor o igual que 6?

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \geq 6 \\ y - 2x \geq 3 \\ y \leq 8 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

b) Hallar los valores que minimizan la función objetivo $f(x, y) = x + y$

c) Hallar los valores que maximizan la función objetivo $g(x, y) = -2x + y$

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 6x$, hallar los intervalos de crecimiento, los máximos y los mínimos.

CUESTIÓN B3. Dada la función definida por: $f(x) = \begin{cases} x + 4, & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 4x + 4, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Representar gráficamente la función.

b) Calcular el área del recinto acotado limitado por la gráfica de f y el eje OX.

CUESTIÓN B4. Un examen test consta de 6 preguntas, en cada una de ellas hay que elegir entre 4 opciones la que es correcta. Cada pregunta solo tiene una opción correcta.

Si se contesta el examen al azar, ¿cuál es la probabilidad de acertar al menos 5 preguntas?

CUESTIÓN B5. Para hacer un estudio sobre el precio de la vivienda en una ciudad, se elige una muestra de 121 viviendas y se obtiene un precio medio de 1000 euros/m² con una desviación típica de 180. Determinar el intervalo de confianza del precio medio por metro cuadrado de la vivienda en dicha ciudad con un nivel de confianza del 90%.

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1:

a) Calcule, utilizando el método que estime más adecuado, el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 & 3 & a & 1 & 4 & 1 & 5a & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

en función del parámetro a .

b) Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y + 4z = 0 \\ x + 10y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

Indicación: Observe que la matriz de coeficientes del sistema es la matriz A del apartado anterior con $a = 2$.

CUESTIÓN A.2:

a) Determine la recta que pasa por el punto $P(1, -1, 3)$ y es perpendicular al plano

$$\pi: \begin{cases} x = 3 - \lambda + \mu \\ y = -\lambda + \mu \\ z = 1 + 2\lambda - \mu \end{cases}$$

b) Calcule la distancia del punto P al plano π .

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, se pide:

a) Dominio de definición y puntos de corte con los ejes.

b) Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

d) Representación gráfica aproximada.

CUESTIÓN A.4:

a) Calcule la integral indefinida $\int x^2 \operatorname{sen} x \, dx$ utilizando el método de integración por partes.

b) Aplicando el apartado anterior, calcule la integral definida $\int_0^{\pi/2} x^2 \operatorname{sen} x \, dx$

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1: Las edades de un hijo, su padre y su abuelo cumplen las siguientes condiciones:

- La suma de las edades del hijo, del padre y el doble de la del abuelo es 182 años.
- El doble de la edad del hijo más la edad del abuelo es 100 años.
- La edad del padre es el doble de la del hijo.

a) Plantee un sistema de ecuaciones con las condiciones descritas en el enunciado para averiguar la edad de cada uno de ellos.

b) Resuélvalo.

CUESTIÓN B.2:

a) Estudie la posición relativa de las rectas r y s en función del parámetro a :

$$r: \{x = 1 + \lambda, y = -2 + a\lambda, z = 3 + \lambda\}, \lambda \in \mathbb{R} \quad s: \frac{x}{a} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$$

b) Para el valor del parámetro $a = 1$ determine, si es posible, el punto de corte de ambas rectas.

CUESTIÓN B.3:

a) Demuestre que la distancia del punto $(4, 0)$ a un punto de la gráfica de la función $y = \sqrt{x}$ viene dada

por la siguiente expresión: $f(x) = \sqrt{(x - 4)^2 + x}$

b) Determine el punto $P(x, y)$ de la gráfica anterior que minimiza la distancia al punto $(4, 0)$.

Indicación: Se puede utilizar el apartado a) aunque no se haya demostrado.

CUESTIÓN B.4:

a) Calcule la integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \, dx$ utilizando el cambio de variable $t = \sqrt{x}$

b) Aplicando el apartado anterior, calcule la integral definida $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \, dx$

AÑO 2015

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcular A^{-1} por el método de Gauss.

b) Hallar AB .

CUESTIÓN A2. Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (1 - x)^4 e^{3x-1}$.

b) $g(x) = 2x^3 - x^2 - \frac{1}{x}$

c) $h(x) = \ln(x^2 - 1)$

CUESTIÓN A3. De un grupo de 5 mujeres y 7 hombres se eligen al azar 3 individuos.

a) Calcular la probabilidad de que todos sean mujeres.

b) Calcular la probabilidad de que haya 1 mujer y 2 hombres.

c) Calcular la probabilidad de que haya, al menos, 1 hombre.

CUESTIÓN A4. La duración de una enfermedad tratada con cierto fármaco seguía una normal de media 10 días y desviación típica 4 días. En los últimos meses se ha probado un nuevo fármaco, y en una muestra reciente de 45 enfermos tratados con él, el tiempo medio de duración es de 8 días. Suponiendo que la duración sigue siendo normal y que la desviación típica se ha mantenido: Plantear un test para contrastar que el nuevo fármaco no es más eficaz, frente a que sí lo es, como parecen indicar los datos. ¿Cuál es la conclusión a un nivel de significación del 5%?

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Una confitería tiene almacenados 400 kg de caramelos y 300 kg de bombones. La confitería elabora dos tipos de bolsas de golosinas. Para el primer tipo se utilizan 0,4 kg de caramelos y 0,2 kg de bombones, y para el segundo se utilizan 0,4 kg de caramelos y 0,6 kg de bombones. Los beneficios que obtiene por la venta de cada bolsa son 5€ para el primer tipo y 6€ para el segundo. Utilizando técnicas de programación lineal, calcular cuántas bolsas de cada tipo debe elaborar para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto asciende el beneficio máximo obtenido?

CUESTIÓN B2. Calcular el área comprendida entre la curva $y = x^2 + 3x - 4$, el eje OX y las rectas $x = -1$, $x = 2$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN B3. Dada la función $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1}$, calcular:

- El dominio.
- Las asíntotas.
- Los puntos de corte con los ejes.

CUESTIÓN B4. En una población el 40% de los individuos no va al cine ni al teatro. El 50% va al cine y el 35% va al teatro.

- ¿Qué porcentaje de la población va a alguno de los dos espectáculos?
- ¿Qué porcentaje va al cine y al teatro?
- Si un individuo elegido al azar va al cine, ¿qué probabilidad hay de que vaya al teatro?

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 & 0 & 2 & a & a & 0 & 4 \end{pmatrix}$

- Determine para qué valores del parámetro a la matriz A es regular (o inversible).
- Si es posible, calcule la inversa de la matriz A para el valor $a = -3$.

CUESTIÓN A.2: Considere la recta r dada por $r: \{x = 1 + 2\lambda, y = 1 + \lambda, z = 1\}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ y la recta s que pasa por el

punto $(2, 2, 2)$ y tiene como vector director el vector $(0, 1, -1)$.

- Compruebe que las dos rectas se cruzan en el espacio.
- Calcule el punto P de r y el punto Q de s para los cuales la recta que pasa por P y Q es perpendicular común a las rectas r y s .

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{3x^2}{x-2}$, se pide:

- Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

CUESTIÓN A.4: Calcule la integral indefinida $\int \frac{\cos \cos x}{1 + \sin^2 x} dx$ utilizando el método de cambio de variable (o método de sustitución).

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1:

a) Discuta, en función del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones (no hay que resolverlo):

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = -2 \\ x + y + az = 1 \end{cases}$$

b) Resuélvalo para el valor de $a = -2$.

CUESTIÓN B.2: Considere la recta r dada por $r: \{x - 2y = 1 \quad -y + z = 1$ y la recta s que pasa por los puntos $P(-1, -1, 6)$ y $Q(3, 1, -4)$.

a) Compruebe que las dos rectas se cortan en un punto (no es necesario calcular el punto de corte).

b) Calcule el ángulo formado por ambas rectas.

CUESTIÓN B.3: Calcule los siguientes límites: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^2 - x - 2}$ b) $\left(\frac{3x^2}{x-5} - \frac{3x^2}{x+5} \right)$

CUESTIÓN B.4:

a) Calcule los puntos de intersección de la parábola $y = -x^2 + 2x$ y la recta $y = -x$. Represente gráficamente la región del plano limitada por las dos gráficas.

b) Calcule el área de dicha región.

AÑO 2016

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

CUESTIÓN A1. En un cine hay un total de 200 espectadores. Hay 10 mujeres más que hombres.

La diferencia del número de adultos menos el número de niños duplica a la diferencia de mujeres menos hombres. Determinar el número de hombres, mujeres y niños que hay en el cine.

CUESTIÓN A2. Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$, hallar:

- a) El dominio.
- b) Las asíntotas.
- c) Los puntos de corte con los ejes.
- d) La función derivada, $f'(x)$
- e) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- f) Los máximos y mínimos. (0,5 puntos)

CUESTIÓN A3. Una caja contiene 90 bombillas de la marca 1, 75 de la marca 2, 150 de la marca 3 y 25 de la marca 4. El 4% de las bombillas de la marca 1, el 2% de las de la marca 2 y el 5% de la marca 3 son defectuosas. De la marca 4 no hay ninguna defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegir una bombilla al azar, sea defectuosa?

CUESTIÓN A4. En una muestra aleatoria de 100 individuos se ha obtenido para el peso una media de 70 kg. Se sabe que el peso en la población de la que procede la muestra sigue una distribución normal con una desviación típica de 10 kg. Obtener un intervalo de confianza al 95% para el peso medio de la población.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Sea el sistema de inecuaciones: $\{x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 10, x - y \leq 1$

a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones.

- b) Considerar la función $f(x, y) = 3x + 6y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor máximo de la función $f(x, y)$ en la región dada por el sistema.
 c) Considerar la función $g(x, y) = x + y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor mínimo de la función $g(x, y)$ en la región dada por el sistema.

CUESTIÓN B2. Calcular las derivadas de las siguientes funciones: a) $f(x) = e^{x^2+3}$ b) $g(x) = x \ln x$

CUESTIÓN B3. Hacer la representación gráfica de la curva $y = -x^2 - x + 2$ y calcular el área del recinto acotado limitado por dicha curva y el eje OX.

CUESTIÓN B4. Según un estudio realizado en la Unión Europea, la edad en que fallecen los individuos sigue una normal con media 81 años y desviación típica 6. En España se ha tomado una muestra aleatoria simple de 250 personas fallecidas y se ha obtenido una edad media de 83 años.

- a) Plantear un contraste de hipótesis unilateral para comprobar si con los datos de esa muestra es posible afirmar que la edad media de los fallecidos en España es mayor que en la Unión Europea.
 b) Determinar la región de aceptación de la hipótesis nula de ese contraste para un nivel de significación $\alpha = 0,025$.
 c) Con los datos de la muestra y usando el contraste de hipótesis del primer apartado, ¿qué conclusión se obtendría sobre la edad media de los fallecidos en España respecto de la Unión Europea para un nivel de significación $\alpha = 0,025$?

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = (a \ 1 \ 1 \ 0 \ 2 \ a \ a \ 0 \ 4)$

- a) Determine para qué valores del parámetro a el determinante de la matriz A es $|A| = 1$.
 b) Si es posible, calcule la inversa de la matriz A para el valor $a = 0$.

CUESTIÓN A.2: Considere el plano π dado por $3x - 2y + z = 1$.

- a) Determine si el plano π es perpendicular a la recta r dada por $r: \begin{cases} x + 3y + 3z = 0 \\ y + 2z = 1 \end{cases}$
 b) Determine si el plano π es paralelo a la recta s que pasa por los puntos $A(1, 0, 2)$ y $B(2, 1, 0)$.

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{x}{2} - \ln \ln(x^2 + 3)$, definida para todo valor real de x , se pide:

- a) Calcule, y simplifique en lo posible, la derivada $f'(x)$.
 b) Estudie los intervalos de crecimiento y los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$.

CUESTIÓN A.4: Calcule la integral indefinida $\int \frac{\ln \ln x}{x^3} dx$ utilizando el método de integración por partes

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1:

a) Discuta, en función del parámetro a , el siguiente sistema de ecuaciones (no hay que resolverlo):

$$\begin{cases} x - y + 2z = a \\ x - y + az = -1 \\ x + ay + (a + 1)z = -1 \end{cases}$$

b) Si es posible, resuélvalo para el valor de $a = -1$.

CUESTIÓN B.2: Considere los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ y $C(0, 0, 1)$.

- a) Calcule el área del triángulo determinado por los puntos A , B y C .
 b) Determine el ángulo formado por los lados AB y AC .

CUESTIÓN B.3: Calcule los siguientes límites: a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

CUESTIÓN B.4:

- a) Calcule los puntos de intersección de la recta $y = x$ y la curva de ecuación $y = \sqrt{x}$
 Represente gráficamente la región del plano limitada por las dos gráficas.
 b) Calcule el área de dicha región

AÑO 2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Discutir por el método de Gauss el sistema en función del parámetro a:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 2x - 2y = -a \\ -3x + 6y + az = 2a \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 2$

CUESTIÓN A2.

- a) Hallar las derivadas de las siguientes funciones: $f(x) = x \ln(x^2)$ $g(x) = \frac{e^x}{x+1}$

- b) Hallar las siguientes integrales: $\int_0^1 (-x^2 + 3x - 2) dx$ $\int e^{2x} dx$

CUESTIÓN A3. Una comarca está formada por tres poblaciones A, B y C. El 45% de los habitantes de A, el 48% de los habitantes de B y el 50% de los habitantes de C son hombres. Del total de habitantes de la comarca el 20% son de la población A, el 35% de B y el 45% de C. Se escoge al azar un habitante de la comarca, calcular la probabilidad de que sea hombre.

CUESTIÓN A4. En una universidad se toma al azar una muestra aleatoria de 500 estudiantes y se observa que 90 están matriculados en primer curso. Hallar el intervalo de confianza al 95% del porcentaje de estudiantes de esa universidad que están matriculados en primer curso.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. El aforo del recinto para un concierto es de 2000 espectadores. Se venden dos tipos de entradas, normal y superior y se quiere que el número de entradas superiores no supere al doble de entradas normales y que el número de entradas superiores menos el número de entradas normales no sea superior a 500. Si el precio de la entrada normal es de 10 € y la superior es de 15 €, ¿cuál es la composición de espectadores que proporciona mayores ingresos? ¿A cuánto ascenderán esos ingresos?

CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$, hallar:

- a) El dominio.
 b) Las asíntotas.
 c) Los puntos de corte con los ejes.
 d) La función derivada, $f'(x)$

- e) La integral $\int \frac{2x}{x^2 - 1} dx$

CUESTIÓN B3. Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que $p(A) = 0,2$, $p(B) = 0,7$ y $p(A \cup B) = 0,8$. Hallar $p(A \cap B)$.

CUESTIÓN B4. A partir de una encuesta realizada a 1500 personas de una población se obtiene que el gasto medio por persona en Navidad es de 630 euros con una desviación típica de 40 euros. Para un nivel de significación del 5%, hallar el intervalo de confianza para el gasto medio por persona de la población. ¿Cuál es dicho intervalo si el nivel de significación es del 1%?

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & a & 1 & 1 & 2 \\ - & a & a & 1 & 1 & \end{pmatrix}$

- a) Determine para qué valores del parámetro a la matriz A es regular.
- b) Si es posible, calcule la inversa de la matriz A para el valor $a = 0$.

CUESTIÓN A.2:

a) Determine la recta que pasa por el punto $P(1, -1, 2)$ y es perpendicular al plano

$$\pi: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 + \lambda + \mu \\ z = -3 + \mu \end{cases}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

b) Calcule la distancia del punto P al plano π .

CUESTIÓN A.3: Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$, se pide:

- a) Dominio de definición y puntos de corte con los ejes.
- b) Estudio de las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
- c) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos.

CUESTIÓN A.4:

a) Calcule la integral indefinida $\int x^2 \cos \cos(3x) dx$ utilizando el método de integración por partes.

b) Aplicando el apartado anterior, calcule la integral definida $\int_0^{\pi/3} x^2 \cos \cos(3x) dx$

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1:

a) Discuta, en función del parámetro a, el siguiente sistema de ecuaciones (no hay que resolverlo):

$$\begin{cases} ax - y + (a - 1)z = 2 \\ -x + ay + z = 2 \\ ax - y + az = 1 \end{cases}$$

b) Resuélvalo para el valor de $a = 2$.

CUESTIÓN B.2: Considere los puntos $A(2, 0, -2)$, $B(0, 2, -4)$ y $C(-1, 3, 1)$.

- a) Calcule el área del triángulo determinado por los puntos A, B y C.
- b) Calcule la ecuación del plano que contiene a los puntos A, B y C.

CUESTIÓN B.3: Calcule los siguientes límites: a) $\left(\frac{x^2 + 3}{x - 1} - \frac{x^2 + 1}{x + 1} \right)$ b) $\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^3 - 7x + 6}$

CUESTIÓN B.4: Calcule la integral indefinida $\int \frac{\cos \cos x}{1 - \sin^2 x} dx$ utilizando el cambio de variable $t = \sin x$.

AÑO 2018

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

- a) Hallar A^{-1} .
- b) Calcular AB
- c) Hallar B^t .

CUESTIÓN A2. En una empresa el ingreso y el coste producidos por la venta de un producto en función del número de unidades vendidas, x, vienen dados, respectivamente, por $I(x) = -2x^2 + 100x$ y $C(x) = 3x^2 - 250x + 4000$. Hallar el número de unidades que tiene que vender para obtener el beneficio máximo, teniendo en cuenta que el beneficio es el ingreso menos el coste.

Calcular dicho beneficio máximo.

CUESTIÓN A3. Dados dos sucesos A y B, se sabe que $p(A) = 0,4$ $p(A \cap B) = 0,1$ y $p(A \cup B) = 0,5$. Hallar $p(B)$ y $p(A/B)$

CUESTIÓN A4. En una muestra de 250 personas de una población, 90 son fumadores. Hallar un intervalo de confianza al 95% para la proporción de fumadores de la población.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Una empresa produce dos tipos de productos A y B, cuya producción se desarrolla en dos fases, la de fabricación y la de montaje. Cada unidad de producto tipo A requiere 3 minutos de fabricación y 2 minutos de montaje y cada unidad de producto tipo B requiere 2 minutos de fabricación y 4 minutos de montaje. El beneficio obtenido es de 80 euros por cada unidad de producto A y de 95 euros por cada unidad de B. Si solo se dispone diariamente de 4 horas para la fabricación y 4 horas para el montaje, hallar el número de unidades de producto de cada tipo que hay que producir para obtener el beneficio máximo.

CUESTIÓN B2. Hallar las derivadas de las funciones siguientes: a) $f(x) = \frac{e^{3x}}{-x^3 + 1}$ b)

$g(x) = \ln \ln x \sqrt{2x}$

CUESTIÓN B3. Hallar la integral $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 3x - 1) dx$

CUESTIÓN B4. Entre los estudiantes de una universidad, el 80% habla inglés, un 20% habla alemán y un 15% habla ambos idiomas.

- a) Si se selecciona al azar un estudiante de la universidad, ¿cuál es la probabilidad de que hable, al menos, uno de los dos idiomas?
- b) Si se selecciona al azar un estudiante de entre los que hablan inglés, ¿cuál es la probabilidad de que hable también alemán?
- c) Sean los sucesos A: “el estudiante habla inglés” y B: “el estudiante habla alemán”, ¿son los sucesos A y B independientes?

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 & -5 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Compruebe que ambas matrices son regulares (o invertibles) y calcule sus correspondientes matrices inversas.
- b) Determine la matriz X que cumple la ecuación $XA = B + B^T$, donde B^T es la matriz traspuesta de B.

CUESTIÓN A.2:

- a) Calcule la integral indefinida $\int e^{2x} \cos \cos x dx$ utilizando el método de integración por partes.
- b) Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = \pi/2$, y la gráfica de la función $f(x) = e^{2x} \cos x$.

CUESTIÓN A.3: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r: \begin{cases} x = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

- Compruebe que ambas rectas se cortan en un punto y calcule dicho punto.
- Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π que contiene a las rectas r y s .
- Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π' que es perpendicular al plano π y contiene a la recta r .

CUESTIÓN A.4: Un alumno va a clase en autobús el 75% de los días y el resto de los días va en coche. Cuando va en autobús llega tarde a clase el 25% de los días. Cuando va en coche llega puntual el 90% de los días.

- Calcule la probabilidad de que llegue puntual.
- Si un día llega tarde, ¿cuál es la probabilidad de que haya ido en autobús?

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y - 2z = 3 \\ 3x - y - 2z = 5 \\ x - z = a \end{cases}$$

- Determine para qué valores del parámetro a el sistema no tiene solución.
- ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema tiene solución única?
- Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

CUESTIÓN B.2:

- Descomponga el número 5 en dos sumandos positivos de manera que la suma de uno más el logaritmo (neperiano) del otro sea máxima.
- Calcule dicha suma máxima.

CUESTIÓN B.3: Considere el punto $P(2, 2, -1)$ y la recta r dada por la ecuación:

$$r: \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

- Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π que es perpendicular a la recta r y pasa por el punto P .
- Determine los puntos de corte del plano π con los 3 ejes coordenados, es decir, con las 3 rectas siguientes: *Eje OX*: $\{y = 0, z = 0\}$ *Eje OY*: $\{x = 0, z = 0\}$ *Eje OZ*: $\{x = 0, y = 0\}$
- Calcule el área del triángulo determinado por los 3 puntos del apartado b).

CUESTIÓN B.4: En una empresa hay 400 trabajadores, de los cuales 300 son menores de 45 años. Además, 250 trabajadores hablan inglés, de los cuales 50 son mayores de 45 años.

- Elegido un trabajador al azar, se pide:
 - ¿Cuál es la probabilidad de que no hable inglés?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 45 años y hable inglés?
- Si se elige un trabajador que habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que sea menor de 45 años?

AÑO 2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1.

- Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a :

$$\begin{cases} 3x - y - z = -1 \\ ax - 2y = 2 \\ x + 3y + z = 1 \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 2$.

- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, calcular AB

CUESTIÓN A2.

a) Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

i. $f(x) = \frac{\ln \ln(x+1)}{(x+1)}$

ii. $f(x) = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{x}}$

b) Hallar la integral $\int \frac{x}{x^2+3} dx$

CUESTIÓN A3. Dos jugadores de baloncesto está entrenando lanzando tiros libres. El jugador A encesta con una probabilidad de $7/12$ y el jugador B con una probabilidad $9/14$. Si ambos sucesos son independientes, calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- Ambos jugadores encestan.
- Solo el jugador A encesta.
- Al menos uno de los dos jugadores encesta.

CUESTIÓN A4. El tiempo, en años, de renovación de un ordenador portátil se puede aproximar mediante una distribución normal con desviación típica de 0,9 años. Se toma al azar a 900 usuarios, obteniendo una media muestral de 3,5 años. Hallar el intervalo de confianza al 95% para el tiempo medio de renovación de un ordenador portátil.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. De un problema de programación lineal se deducen las siguientes restricciones:

$$\{2x \leq 10 + y \quad 4x + 3y \geq 60 \quad y \leq 30 \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

- Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- Considere la función $f(x, y) = -2x + 3y$. Calcular, si existen, los puntos de la región factible que dan el mínimo y el máximo valor de esta función.

CUESTIÓN B2.

a) Dada la función $f(x) = \frac{3x+4}{x}$, hallar:

- El dominio de la función.
- Las asíntotas de la función.
- Los puntos de corte con los ejes.
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

b) Calcular la integral: $\int e^{2x} dx$

CUESTIÓN B3. En una bolsa tenemos 7 bolas rojas, 5 bolas blancas y 3 bolas negras.

Si elegimos una bola al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?
- ¿Cuál es la probabilidad de que NO sea roja?

CUESTIÓN B4. Se quiere estimar el sueldo medio de los conductores de trenes. Para ello se dispone de una muestra de 900 trabajadores y se obtiene un sueldo medio de 1690 euros con una desviación típica de 300 euros. Calcular, con un nivel de significación de 0,05, entre qué valores se encontrará el verdadero sueldo de los conductores de este tipo de vehículos. ¿Cuál es el error que se comete con esta estimación?

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = (-2 \ a \ 0 \ 0 \ 0 \ a \ 1 \ -1 \ 0)$

- a) Determine los valores del parámetro a para los que tiene solución la ecuación matricial $AX - A^t = A$, donde A^t es la matriz traspuesta de A .
- b) Resuelva la ecuación matricial $AX - A^t = A$ para el valor de $a = 1$.

CUESTIÓN A.2: Considere la función $f(x) = (-x^2 - 3x + 3)e^{-x}$ definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- a) Calcule la derivada de $f(x)$ y determine los puntos críticos de $f(x)$.
- b) Determine los máximos y los mínimos de $f(x)$.

CUESTIÓN A.3: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2} \quad y \quad s: \{x - 3y = 5 \ x - 3z = 8$$

- a) Compruebe que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- b) Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s .
- c) Calcule la distancia entre el plano y la recta s .

CUESTIÓN A.4: Un examen tipo test consta de 8 preguntas. Cada pregunta tiene 5 posibles respuestas, de las cuales solo 1 es correcta. Si se contesta al azar, determine:

- a) ¿Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de respuestas correctas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de fallar todas las respuestas?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen?

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + 2y + z = a \\ x + y - az = a \\ 2x + 3y + z = a \end{cases}$$

- a) Determine para qué valores del parámetro a el sistema tiene solución única (no hay que resolverlo).
- b) ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema no tiene solución?
- c) Determine para qué valor del parámetro a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.

CUESTIÓN B.2:

- a) Calcule la integral indefinida $\int x^2 \cos x \, dx$ utilizando el método de integración por partes.
- b) Determine la primitiva de la función $f(x) = x^2 \cos x$ que pasa por el punto de coordenadas $(\pi, 0)$.

CUESTIÓN B.3: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1} \quad y \quad s: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$$

- a) Compruebe que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- b) Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) de la perpendicular común a ambas rectas.
- c) Calcule la distancia entre las rectas r y s .

CUESTIÓN B.4: En una ciudad, el 35% de la población lleva gafas, el 20% tiene los ojos azules y el 10% lleva gafas y tiene los ojos azules.

- a) Si se elige una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que lleve gafas y no tenga los ojos azules?
- b) Si se elige una persona que tiene los ojos azules, ¿cuál es la probabilidad de que no lleve gafas?
- c) ¿Son independientes los sucesos "llevar gafas" y "tener los ojos azules"? ¿Por qué?

OPCIÓN A

CUESTIÓN A1. Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a:

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ x - y + 3z = 1 \\ -x - 2y + az = 0 \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 2$.

CUESTIÓN A2.

a) Hallar las derivadas de las siguientes funciones: i. $f(x) = \frac{\ln \ln(x+2)}{x^2}$ ii. $f(x) = x e^{x^2}$

b) Hallar las siguientes integrales: i. $\int_1^2 (x^2 - 2x + 5) dx$ ii. $\int \left(\frac{1}{x} + e^x\right) dx$

CUESTIÓN A3. Disponemos de una urna con 5 bolas blancas, 4 negras y 6 rojas. Extraemos dos bolas sucesivas (sin reemplazamientos). Calcular:

- La probabilidad de que las dos bolas sean blancas.
- La probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.
- La probabilidad de que las dos bolas sean de distinto color.

CUESTIÓN A4. El peso medio de los niños de una guardería se distribuye según una ley normal con desviación típica de 7,5 kg. En un estudio realizado a 25 niños se ha obtenido el intervalo de confianza, para el peso medio: (21,06 ; 26,94). Calcular el peso medio de los niños y el nivel de confianza para el que se ha construido dicho intervalo de confianza.

OPCIÓN B

CUESTIÓN B1. Se dispone de 600 gr de harina para fabricar dos tipos de magdalenas: de chocolate y de canela. Las de chocolate necesitan 40gr. para su elaboración y las de canela 30 gr. Se quiere hacer al menos 3 magdalenas de chocolate y al menos el doble de las de canela que de las de chocolate. Cada magdalena de chocolate proporciona un beneficio de 2 € y las de canela de 1 €.

- ¿Cuántas magdalenas se han de elaborar para que el beneficio sea máximo?
- ¿Cuál es el beneficio máximo?

CUESTIÓN B2.

a) Dada la función $f(x) = \frac{4x-1}{2x-2}$, hallar:

- El dominio de la función.
- Las asíntotas de la función.
- Los puntos de corte con los ejes.
- La función derivada, $f'(x)$

b) Calcular la integral: $\int \frac{dx}{2x-2}$

CUESTIÓN B3. El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 10% son economistas, no habiendo empleados con dos titulaciones. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 85% de los economistas también, mientras que de los no ingenieros y no economistas, solamente el 10% ocupa un cargo directivo.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar sea directivo?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar entre los directivos sea ingeniero?

CUESTIÓN B4. En un centro escolar se ha comprobado que la estatura de los estudiantes se distribuye según una ley normal con varianza de 169cm². Con una muestra de 81 escolares de esta población se ha obtenido una estatura media de 159cm. Determinar el error cometido, con una confianza del 95%, para la estatura media calculada.

MATEMÁTICAS

OPCIÓN A:

CUESTIÓN A.1: Considere la matriz $A = (1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$

- a) Calcule las potencias sucesivas A^2 , A^3 y A^4 .
 b) ¿Cuál será la expresión general de la potencia A^n para cualquier valor de $n \in \mathbb{N}$

CUESTIÓN A.2: De entre todos los triángulos rectángulos cuyos catetos tienen longitudes que suman 10 cm, determine las dimensiones de aquel cuya área es máxima.

¿Cuál es el valor de dicha área máxima?

CUESTIÓN A.3: Considere el plano $\pi: 2x - y + 2z = -4$ y la recta $r: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$

- a) Compruebe que el plano π es paralelo a la recta r .
 b) Calcule la distancia entre el plano π y la recta r .
 c) Calcule la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a la recta r y es paralelo al plano π

CUESTIÓN A.4: En un juego de dardos, la probabilidad de que un dardo dé en la diana es 0,35.

Si se tiran 6 dardos, determine:

- a) ¿Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de dardos que dan en la diana?
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que solo uno dé en la diana?
 c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno dé en la diana?

OPCIÓN B:

CUESTIÓN B.1: Manuel tiene dos cajas con monedas de 10, de 20 y de 50 céntimos.

En total tiene 260 monedas con un valor total de 87 euros. En la primera caja tiene monedas de 10 y de 20 céntimos, y en la segunda caja tiene únicamente monedas de 50 céntimos. Determine cuantas monedas hay de cada tipo sabiendo que hay el mismo número de monedas en las dos cajas.

CUESTIÓN B.2:

- a) Calcule la integral indefinida $\int \frac{\ln \ln x}{x^2} dx$ utilizando el método de integración por partes.
 b) Determine la primitiva de la función $f(x) = \frac{\ln \ln x}{x^2}$ que pasa por el punto de coordenadas (1, 1).

CUESTIÓN B.3: Considere el punto $P(1, 1, 1)$, el plano π dado por $x - 2y - z = 0$ y la recta r dada por

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$

- a) Calcule la ecuación del plano π' que pasa por el punto P y es paralelo al plano π .
 b) Calcule la ecuación del plano π'' que contiene a la recta r y pasa por el punto P .
 c) Calcule la ecuación continua de la recta obtenida como intersección de los planos π' y π'' .

CUESTIÓN B.4: Se tienen 2 bolsas con el siguiente contenido: la bolsa 1 tiene 4 bolas blancas y 3 bolas negras; la bolsa 2 tiene 2 bolas blancas y 5 bolas negras. Se lanza un dado. Si sale 1, 2, 3 ó 4, se saca una bola de la bolsa 1; si sale 5 ó 6, se saca una bola de la bolsa 2.

- a) Calcule la probabilidad de sacar una bola negra.
 b) Sabiendo que se ha sacado una bola negra, calcule la probabilidad de que sea de la bolsa 2.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

CUESTIÓN 1.

Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a:

$$\begin{cases} 2x + ay = 1 \\ -x + z = -1 \\ ax + y - z = 0 \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 1$.

CUESTIÓN 2. Sea el sistema de inecuaciones: $\{x + y \leq 3, y \geq 2x, x \geq 0, y \geq 0\}$

a) Representar gráficamente la región del plano S definido por el sistema de inecuaciones anterior y determine los vértices de dicha región.

b) Calcular los puntos de la región S donde la función $f(x, y) = x + 3y$ alcanza sus valores máximos y mínimos.

CUESTIÓN 3. Hallar las derivadas de las siguientes funciones: a) $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x}$ b)

$$f(x) = (x + 2)e^{x^2}$$

CUESTIÓN 4. Dada la función $f(x) = \frac{5x^2}{x^2 - x - 6}$, calcular:

a) El dominio.

b) Las asíntotas.

c) La función derivada, $f'(x)$

CUESTIÓN 5. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $f(x) = x^2 - 6x + 9$, el eje OX, la recta $x = 0$ y la recta $x = 1$, y hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

CUESTIÓN 6. Hallar las siguientes integrales: a) $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 3x - 1)dx$ b) $\int x^2 e^x dx$

CUESTIÓN 7. En una facultad se ha determinado que, de cada 100 estudiantes, 10 estudian Economía, 20 Marketing, y el resto estudian Administración y Dirección de Empresas.

Sabiendo que el 60% de los que estudian Economía, el 65% de los que estudian Marketing y el 45% de los que estudian Administración y Dirección de Empresas, son hombres.

a) Determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un estudiante, sea hombre.

b) Se ha elegido un estudiante y es hombre, calcular la probabilidad de que estudie Administración y Dirección de Empresas.

CUESTIÓN 8. Se disponen de tres cajas con bolas de colores. La primera contiene 10 bolas de las que hay 4 azules y 6 blancas. En la segunda hay 6 bolas: 1 azul y 5 blancas. Y en la tercera tenemos 8 bolas: 3 azules y 5 blancas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una bola al azar de cualquiera de las cajas sea azul?

b) Si cogemos una bola al azar y es azul, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la segunda caja?

MATEMÁTICAS

1: Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calcule las potencias A^2 , A^3 y A^{2021} .

b) Determine la matriz X que cumple la ecuación $AX + B^t = 2A$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B.

2: Considere el siguiente sistema de ecuaciones: $\{x + y + 2z = -1, y + z = 0, -x - 2y - z = 1\}$

a) Justifique, sin calcular la solución, que se trata de un sistema compatible determinado.

b) Calcule la solución del sistema y compruebe el resultado.

3: Considere la función $f(x) = \frac{2x^2 + x + 2}{x^2 + 1}$ definida para todo valor de x .

- a) Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus puntos críticos.
- b) Justifique si la función tiene algún máximo o mínimo y calcule sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

4:

a) Compruebe que $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

b) Calcule la integral indefinida $\int \frac{x^2}{x+1} dx$

c) Determine la primitiva de la función $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas $(0, -1)$.

5: Considere el punto $P(-3, 5, 0)$ y la recta r dada por $r: \{x = 1, 2y + z = 0$

- a) Calcule la ecuación del plano que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta r .
- b) Calcule la distancia del punto P a la recta r .

6: Considere los puntos $A(1, 0, -1)$, $B(0, 2, 1)$ y $C(0, 1, 0)$.

- a) Compruebe que están contenidos en un único plano y calcule la ecuación de dicho plano.
- b) Calcule el área del triángulo cuyos vértices son los puntos A , B y C .

7: El peso de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 75 kg y desviación típica 5 kg.

- a) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido a azar pese más de 80 kg.
- b) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar pese entre 65 y 90 kg.

8: Una fábrica tiene 3 máquinas que fabrican envases de aluminio. La máquina A produce el 45% del total de envases, la máquina B produce el 30% y la máquina C produce el 25%. Se ha comprobado que el 5% de los envases que produce la máquina A son defectuosos, el 4% de los que produce la máquina B son defectuosos, y el 2% de los que produce la máquina C son defectuosos.

- a) Calcule la probabilidad de que un envase elegido al azar sea defectuoso.
- b) Sabiendo que se ha sacado un envase que no es defectuoso, calcule la probabilidad de que haya sido producido por la máquina C .

AÑO 2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

CUESTIÓN 1.

Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a :

$$\begin{cases} x - 3y - z = 2 \\ x + 2y + z = 2 \\ ax - y - z = 3 \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 1$.

CUESTIÓN 2. Sea el sistema de inecuaciones: $\{2x + 3y \geq 4, 4x + 2y \leq 6, x \geq 0, 0 \leq y \leq 2$

- a) Representar gráficamente la región del plano S definido por el sistema de inecuaciones anterior y determine los vértices de dicha región.
- b) Calcular los puntos de la región S donde la función alcanza sus valores máximos y mínimos.

CUESTIÓN 3. Hallar las derivadas de las siguientes funciones: a) $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ b) $f(x) = (x - 1) \ln(x - 1)^2$.

CUESTIÓN 4. Dada la función $f(x) = \frac{3x}{1+x^2}$, calcular:

- a) El dominio y los puntos de corte con los ejes.
- b) Los intervalos en los que la función crece y en los que decrece.
- c) Hallar los máximos y los mínimos relativos

CUESTIÓN 5. Dada la función definida a trozos $f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & \text{si } x < 2 \\ ax^2 - 6x + 8a, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Hallar a para que la función sea continua en $x = 2$
- b) Para $a = 1$ hacer una representación gráfica de la función.

CUESTIÓN 6. Hallar las siguientes integrales: a) $\int_0^1 (e^{2x} - x^3 + 5) dx$ b) $\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx$

CUESTIÓN 7. Se sabe que el 35% de una población son licenciados y, de ellos, el 40% son hombres. Además, de la parte de la población que no son licenciados, el 55% son hombres.

- a) Calcular la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, sea hombre.
- b) Se ha elegido un individuo al azar, y es hombre; calcular la probabilidad de que sea licenciado.

CUESTIÓN 8. Se disponen de tres cajas con bolas de colores. La primera contiene 9 bolas de las que hay 3 azules y 6 blancas. En la segunda hay 7 bolas: 2 azul y 5 blancas. Y en la tercera tenemos 6 bolas: 2 azules y 4 blancas.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una bola al azar de cualquiera de las cajas sea blanca?
- b) Si cogemos una bola al azar y es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la segunda caja?

MATEMÁTICAS

1: Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- b) Resuelva la ecuación matricial $AX - B^T = A^2$, donde B^T denota la matriz traspuesta de B.

2: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a:

$$\begin{cases} y + z = 1 \\ x - y + az = 0 \\ ax + y + z = a + 1 \end{cases}$$

- a) Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- b) Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado.
- ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema sea incompatible?
- c) Resuélvalo para $a = 0$.

3: Considere la función $f(x) = x e^x$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- a) Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.
- b) Calcule la integral indefinida $\int x e^x dx$ utilizando el método de integración por partes.
- c) Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas (0, 0).

4: Considere la función $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$.

- a) Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Calcule la integral indefinida $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$
- c) Determine la primitiva de la función $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto de coordenadas (0, -2).

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2} \quad \text{y} \quad s: \{x = 1 \quad y - 2z = -8\}$$

- a) Justifique que ambas rectas se cortan en un punto (sin calcular el punto de corte).

Calcule el punto de corte.

b) Calcule el ángulo que forman.

c) Calcule la ecuación general (o implícita) del plano perpendicular a la recta s y que pasa por el punto $(1, 1, 1)$.

6: Considere los puntos $A(-1, 2, 2)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 0, 1)$.

a) Justifique que los tres puntos están contenidos en un único plano (sin calcular el plano).

Calcule la ecuación general (o implícita) de dicho plano.

b) Determine la ecuación continua de la recta perpendicular a dicho plano que pasa por el punto A .

c) Calcule el área del triángulo ABC .

7: La altura de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 5 cm.

a) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida más de 180 cm.

b) Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar mida entre 170 y 185 cm.

8: Un edificio tiene 3 ascensores de uso común. El ascensor A se utiliza el 35% de las ocasiones, el ascensor B se utiliza el 40% de las ocasiones y el ascensor C se utiliza el resto de las ocasiones.

Se ha comprobado que la probabilidad de que el ascensor A tenga una avería es del 0,05, mientras que la probabilidad de que la tenga el ascensor B es del 0,08 y de que la tenga el ascensor C es del 0,02.

a) Calcule la probabilidad de que se produzca una avería en alguno de los ascensores.

b) Sabiendo que se ha producido una avería, calcule la probabilidad de que haya sido en el ascensor A .

AÑO 2023

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

CUESTIÓN 1. Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -2x + 3y + z = 1 \\ -x + ay + 3z = 3 \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 2$

CUESTIÓN 2. Dado el programa lineal $\text{Máx } f(x, y) = 3x + y$, sujeto a:

$$\begin{cases} 2x + y \geq 6 \\ 2x + 5y \leq 30 \\ 2x - y \leq 6 \\ x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$$

a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.

b) Resuelva el programa lineal.

CUESTIÓN 3. Hallar las derivadas de las siguientes funciones: a) $f(x) = \frac{\ln \ln x}{x}$ b) $f(x) = x e^{x^2}$

CUESTIÓN 4. Dada la función $f(x) = \frac{2x+2}{x}$, hallar:

a) El dominio de la función.

b) Las asíntotas de la función.

c) Los puntos de corte con los ejes.

d) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

CUESTIÓN 5. Sea la función $f(x) = 2e^{-3x}$:

a) Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función que pasa por el punto $x = 0$

b) Calcúlese el área de la región limitada por la gráfica $f(x)$, las rectas $x = 0$ y $x = 1$ y el eje de abscisas.

CUESTIÓN 6. Hallar las siguientes integrales: a) $\int_0^1 (e^x - \frac{1}{x} + 4) dx$ b) $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x} dx$

CUESTIÓN 7. En una clase de 18 alumnos, hay 4 que destacan en matemáticas y otros 6 que destacan en física.

- a) Si se eligen de esa clase 2 alumnos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ambos destaquen en matemáticas?
- b) Si se eligen de esa clase 3 alumnos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno destaque ni en matemáticas ni en física?

CUESTIÓN 8. En un club social el 60% de los socios son hombres. Entre los socios, el 45% de los hombres juegan a las cartas, así como el 55% de las mujeres. Si elegimos un socio al azar:

- a) ¿cuál es la probabilidad de que de que juegue a las cartas?
- b) Sabiendo que juega a las cartas, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

MATEMÁTICAS

1: Tres amigos, Luis, Ángel y Josema, tienen ahorrado un total de 400 euros. Si Josema perdiera la cuarta parte de lo que tiene, tendría el triple de lo que tiene Luis.

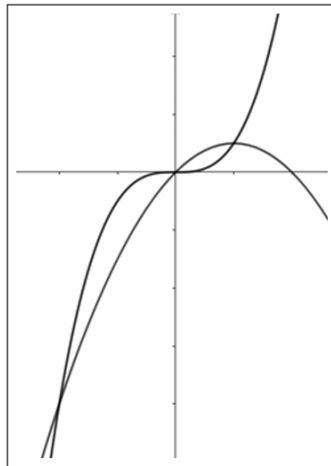
Además, la mitad de lo que tiene Luis es justamente la sexta parte de lo que tiene Ángel. Calcule cuánto dinero tiene ahorrado cada uno de ellos.

2: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 2 & & \end{pmatrix}$

- a) Calcule las potencias sucesivas A^2, A^3, A^4, A^5 y A^6 .
- b) Calcule A^{2023} .
- c) Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.

3: Descomponga el número 84 como suma de dos números positivos de tal manera que el producto de uno de ellos por el cuadrado del otro sea el mayor valor posible. ¿Cuál es dicho valor máximo?

4: Considere las funciones $f(x) = 2x - x^2$ y $g(x) = x^3$, cuya representación gráfica está esbozada en la figura adjunta.



- a) Calcule los tres puntos de corte de ambas funciones.
- b) Calcule el área total de los dos recintos limitados por ambas curvas.

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$$

- a) Justifique que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- b) Calcule la ecuación de la perpendicular común a ambas rectas.

6: Considere los puntos $A(-1, 2, 2)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 0, 1)$.

- a) Justifique que los tres puntos están contenidos en un único plano (sin calcular el plano). Calcule la ecuación general (o implícita) de dicho plano.

- b) Determine las coordenadas del cuarto vértice D del paralelogramo determinado por los vectores \vec{AB} y \vec{AC}
- c) Calcule el área de dicho paralelogramo.

7: En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal si es necesario. Se ha comprobado que el 10% de las piezas que produce una fábrica son defectuosas.

Si se eligen 9 piezas al azar, determine:

- a) ¿Qué distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de piezas defectuosas?
- b) Calcule la media y la desviación típica de esta distribución
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna pieza defectuosa?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que haya como mucho 2 piezas defectuosas?

8: En un club deportivo, el 30% de los miembros son aficionados al bádminton y el 50% son aficionados al pádel. Además, el 15% son aficionados a ambos deportes.

- a) ¿Son independientes los sucesos "ser aficionado al bádminton" y "ser aficionado al pádel"? ¿Por qué?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un miembro del club no sea aficionado al bádminton, pero sí lo sea al pádel?
- c) Si un miembro del club no es aficionado al bádminton, ¿cuál es la probabilidad de que sea aficionado al pádel?

AÑO 2024

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

CUESTIÓN 1. Discutir el sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a:

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ 2y + z = 1 + a \\ 2x + 4y + 2az = 0 \end{cases}$$

Resolverlo para $a = 1$.

CUESTIÓN 2. En un obrador se elaboran dos tipos de dulces distintos: A y B, siendo sus precios unitarios de 15 euros y 12 euros, respectivamente. Para elaborar un dulce del tipo A se necesitan 1/2 kilo de azúcar y 8 huevos, mientras que para los del tipo B se requieren 1 kilo de azúcar y 6 huevos.

En el obrador solo tienen 10 kilos de azúcar y 120 huevos. ¿Cuántos dulces deben elaborar de cada tipo para que el ingreso obtenido sea máximo? Razone la respuesta.

CUESTIÓN 3. Hallar las derivadas de las siguientes funciones: a) $f(x) = \frac{\sqrt{3x-2}}{x}$ b) $f(x) = \ln \ln \left(\frac{1}{x} \right)$

CUESTIÓN 4. Dada la función $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4}$, hallar:

- a) El dominio de la función.
- b) Las asíntotas de la función.
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.
- d) Los máximos y mínimos.

CUESTIÓN 5. Sea la función $f(x) = 2e^{x+1}$:

- a) Obtener la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función que pasa por el punto $x = -1$.
- b) Calcúlese el área de la región limitada por la gráfica de f , las rectas $x = 0$ y $x = 1$ y el eje de abscisas.

CUESTIÓN 6. Hallar las siguientes integrales: a) $\int_1^2 \left(e^{3x} - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$ b) $\int \frac{x^3 + 1}{x^4 + 4x} dx$

CUESTIÓN 7. En un taller mecánico el 70% de los coches que se reparan son del modelo A y el resto de un modelo B. Después de 6 meses, el 95% de los coches del modelo A no vuelven al taller mientras que del modelo B solo no vuelven el 80%. Si elegimos un coche al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que vuelva al taller antes de 6 meses?
- b) Si se observa que antes de los seis meses vuelve al taller, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo B?

CUESTIÓN 8. Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que $p(A) = 0,3$, $p(B) = 0,2$ y $p(A/B) = 0,5$. Calcular: a) $p(A \cap B)$ b) $p(A \cup B)$

MATEMÁTICAS

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ ax + y + 3z = a \\ x + ay + az = 1 \end{cases}$$

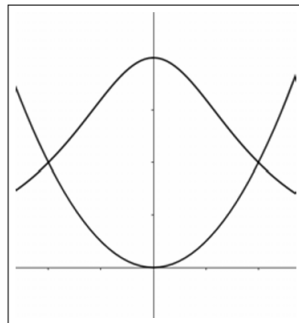
- a) Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- b) Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado. ¿Existe algún valor de a para el cual el sistema sea incompatible?
- c) Resuélvalo para $a = 0$.

2: Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- b) Resuelva la ecuación matricial $XA + B^2 = A^t$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A.

3: Descomponga el número 24 como suma de dos números positivos de tal manera que el producto de unos de ellos por el cubo del otro sea el mayor valor posible. ¿Cuál es dicho valor máximo?

4: Considere las funciones $f(x) = \frac{2}{1+x^2}$ y $g(x) = x^2$, cuya representación gráfica está esbozada en la figura adjunta.



- a) Calcule los dos puntos de corte de ambas funciones.
- b) Calcule el área del recinto limitado por ambas curvas.

5: Considere las rectas r y s dadas por las siguientes ecuaciones $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$ y

$s: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + z = 2 \end{cases}$

- a) Justifique que ambas rectas se cruzan en el espacio.
- b) Compruebe que el punto del origen $O(0, 0, 0)$ no está en ninguna de las dos rectas
- c) Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto del origen y corta a ambas rectas.

6: Considere los puntos $A(-1, 2, 2)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(4, 5, 2)$.

- a) Justifique que los tres puntos están alineados y calcule la ecuación de la recta que los contiene (en cualquiera de sus formas).
- b) Calcule la distancia del punto $P(1, 1, -1)$ a dicha recta.
- c) Calcule la ecuación general (o implícita) del plano que contiene a dicha recta y pasa por el punto $P(1, 1, -1)$

7: En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal si es necesario.

El coeficiente intelectual (CI) de los individuos de una población sigue una distribución normal de media 100 y desviación típica desconocida s . Se sabe que el 21,19% de ellos tiene un CI mayor que 110.

- Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga un CI mayor que 90.
- Calcule la desviación típica de esta distribución de probabilidad.
- Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga un CI menor que 80,625.

8: Se tienen 2 bolsas con el siguiente contenido: la bolsa A tiene 5 bolas blancas y 3 bolas negras; la bolsa B tiene 2 bolas blancas y 6 bolas negras. Se toma una baraja española de 40 cartas (10 oros, 10 copas, 10 bastos y 10 espadas) y se saca una carta al azar. Si sale oro se saca una bola de la bolsa A; si no sale oro, se saca una bola de la bolsa B.

- Calcule la probabilidad de que se saque una bola de la bolsa A y la probabilidad de que se saque una bola de la bolsa B.
- Calcule la probabilidad de sacar una bola negra.
- Sabiendo que se ha sacado una bola negra, calcule la probabilidad de que sea de la bolsa B

AÑO 2025

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

CUESTIÓN 1. En los tres másteres A, B y C que imparte una facultad hay matriculados 176 alumnos. Los matriculados en C son la cuarta parte de los matriculados en B y el número de alumnos de B menos el de alumnos de A es inferior en una unidad al doble de matriculados en C. Averiguar el número de alumnos matriculados en cada uno de los tres másteres.

CUESTIÓN 2. Sea el sistema de inecuaciones: $\{x \geq 0, y \geq 0, y \geq 3x, x + y \leq 4\}$

- Representar gráficamente el conjunto de soluciones.
- Considerar la función $f(x, y) = 2x + 3y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor mínimo de la función $f(x, y)$ en la región dada por el sistema.

CUESTIÓN 3. Dada la curva de ecuación $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$, calcular:

- El dominio de definición.
- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- Los máximos y los mínimos.

CUESTIÓN 4. Dada la función definida a trozos $f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & \text{si } x < 2 \\ ax^2 - 6x + 8a, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- Hallar a para que la función sea continua en $x = 2$.
- Para $a = 1$ hacer una representación gráfica de la función.

CUESTIÓN 5. Calcular las siguientes integrales: a) $\int_0^1 (x^2 - 2x + 3) dx$ b) $\int x e^x dx$

CUESTIÓN 6. Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, el eje OX, la recta $x = 1$ y la recta $x = 2$

CUESTIÓN 7. Se sabe que el 35% de una población son graduados y, de ellos, el 40% son hombres. Además, de la parte de la población que no son graduados, el 55% son hombres.

- Calcular la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, sea hombre.
- Se ha elegido un individuo al azar, y es hombre; calcular la probabilidad de que sea graduado.

CUESTIÓN 8. En una población se ha determinado que, de cada 100 usuarios de teléfonos móviles, 20 son clientes de la compañía A, 30 de la compañía B, y el resto, de la compañía C. Sabiendo que el 35% de los

clientes de A, el 40% de los de B y el 45% de los de C tienen sistema de prepago, determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un usuario de teléfono móvil, tenga sistema de prepago.

MATEMÁTICAS

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a:

$$\begin{cases} 2x + ay + 4z = 2 \\ ax + 2y + 6z = 0 \\ 4x + 2ay + 10z = 1 \end{cases}$$

- Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- [1,25 p.] Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado y para qué valores de a el sistema es incompatible.
- Resuélvalo para $a = 0$.

2: Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Compruebe que la matriz $A+B$ es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- Resuelva la ecuación matricial $AX + BX = B^2$.

3: Considere un rectángulo de lados x e y cuya diagonal mide $6\sqrt{2}$ centímetros.

- Demuestre que su perímetro viene dado por la expresión $f(x) = 2x + 2\sqrt{72 - x^2}$
- Calcule las dimensiones que debe tener dicho rectángulo para que su perímetro sea lo mayor posible. ¿Cuál es el valor de dicho perímetro máximo?

4: Considere la función $f(x) = x^2 e^x$.

- Calcule la integral indefinida $\int f(x) dx$
- Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x = 0$ y $x = 1$.

5: Considere la recta r y el plano π dados por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-1}{2} \quad \text{y} \quad \pi: 2x + 3y + 5z - 4 = 0$$

- Estudie su posición relativa.
- Encuentre la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

6: Considere el punto $P(5, -1, 6)$ y la recta $r: \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = 5 + \lambda \end{cases}$

- Calcule la ecuación del plano, π , que pasa por P y es perpendicular a r.
- Calcule la proyección ortogonal, P' , de P en r.
- Calcule la distancia de P a r.

7: Un examen tipo test consta de diez preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta.

- Si nos preguntamos por el número de preguntas contestadas correctamente por alguien que contesta al azar, ¿de qué tipo será la distribución de probabilidad? Calcule su media y su desviación típica.
- Diga cuál es la probabilidad de que conteste correctamente cuatro preguntas.
- Diga cuál es la probabilidad de que conteste bien al menos tres preguntas.
- Calcule, sin usar la tabla, la probabilidad de que conteste mal alguna pregunta. (Utilice ocho decimales).

8: Se sabe que en un pueblo el 50% de la población tiene coche, el 35% tiene moto y el 22% tiene coche y moto. Se elige a una persona al azar. Halle la probabilidad de que:

- Tenga coche o moto.
- No tenga ni coche ni moto.
- Sabiendo que tiene coche, que tenga moto.

- d) Sabiendo que tiene moto, que no tenga coche.
e) Que tenga solo uno de los dos.

AÑO 2026

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC SS

BLOQUE 1

CUESTIÓN 1. Discutir el siguiente sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a :
 $\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ 2x + ay - z = -1 \\ x - y = 1 \end{cases}$. Resolverlo para $a = 1$.

CUESTIÓN 2. Dadas las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Justifique que $(A - I)$ es una matriz regular.
b) Calcule $(A - I)^{-1}$.
c) Resuelva la ecuación matricial $AX - X = B + A$.

BLOQUE 2

CUESTIÓN 1. Sea el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 5, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0 \end{cases}$

- a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
b) Considere la función $f(x, y) = x + y$. Calcule, si existen, los puntos que dan el valor máximo valor de esta función en la región dada por el sistema.

CUESTIÓN 2. Sea el sistema de inecuaciones: $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ y \geq x \\ x \geq 1, \quad y \geq 2 \end{cases}$

- a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
b) Considere la función $f(x, y) = 2x + 3y$. Calcule, si existen, los puntos que dan el valor máximo valor de esta función en la región dada por el sistema.

BLOQUE 3

CUESTIÓN 1 Realiza:

a) Dada la función: $f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 1, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x^3, & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a.1) Calcule $f(x)$
a.2) Estudie la continuidad de $f(x)$. [1 punto]
a.3) Calcule $f(1)$. Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.
b) Represente gráficamente el recinto limitado por $y = x$ y la recta $y = 2x$. Calcule su área.

CUESTIÓN 2 Realiza:

a) Dada la función: $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$

- a.1) Determine su dominio.
a.2) Estudie la existencia de asíntotas.
a.3) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
a.4) Calcule el valor o valores de x donde la función tiene un punto mínimo o máximo. Calcule el valor de la función en dichos puntos.
b) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por $y = 4$, $y = x$, $x = 0$ y $x = 2$. Calcular su área.

BLOQUE 4

CUESTIÓN 1. Una bodega envasa vino blanco godello y vino blanco verdejo en la misma proporción. Por defectos en el proceso de envasado, algunas botellas de vino blanco godello salen con la etiqueta de vino blanco verdejo. Se sabe que el porcentaje de botellas de vino blanco godello que llevan vino de la

variedad godello es 82% y que el porcentaje de botellas de vino blanco verdejo que llevan vino de la variedad verdejo es 92%.

- Calcular la probabilidad de que una botella tomada al azar tenga el vino de la variedad que le corresponde.
- Si sabemos que una botella tomada al azar es defectuosa, calcular la probabilidad de que sea de la variedad verdejo.

CUESTIÓN 2. La superficie, en m^2 , de los pisos de nueva construcción en la zona norte de Murcia sigue una distribución normal con media μ desconocida y desviación igual a $20 m^2$.

- Si en una muestra de 225 pisos, la superficie media es $95 m^2$, calcula un intervalo de confianza con un 92% de confianza para la media de la superficie de los pisos de nueva construcción en la zona norte de Murcia.
- Si se quiere estimar la media poblacional μ con un error máximo de $2,5 m^2$ y con un nivel de confianza del 96%, ¿cuál será el tamaño muestral necesario?

MATEMÁTICAS

CUESTIÓN 1:

1A) Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - y + z = a \\ 3x + 2y - az = 4 \end{cases}$$

- Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado y para qué valores de a el sistema es incompatible.
- Resuélvalo para $a = 1$.

1B) Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

- Compruebe que la matriz $A + B$ es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- Resuelva la ecuación matricial $2A - AX = BX$.

CUESTIÓN 2:

2A) Se quiere construir un depósito cilíndrico sin tapa que debe tener volumen $500 m^3$. El material de la base cuesta 4 €/m^2 y el material lateral cuesta 2 €/m^2 . Sea r el radio de la base (en metros), h la altura del depósito (en metros).

- Compruebe que el coste total en función del radio es $C(r) = 4\pi r^2 + \frac{2000}{r}$
- Halle el valor de r que minimiza el coste.
- Calcule el valor de h que minimiza el coste.

2B) Considere la función $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$

- Calcule la integral indefinida $\int f(x)dx$
- Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x = 0$ y $x = 3$.

CUESTIÓN 3:

3A) Considere las rectas dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1} \quad \text{y} \quad s: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$$

- a) Estudie su posición relativa.
b) Encuentre la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a r y es perpendicular a s .

3B) Considere el cuadrilátero formado por los puntos del espacio de coordenadas $A(1, 0, 2)$, $B(3, 1, 4)$, $C(6, 3, 5)$ y $D(4, 2, 3)$, siendo los vértices B y D adyacentes a A .

- a) Compruebe que el cuadrilátero es un paralelogramo.
b) Calcule el área de dicho paralelogramo.
c) Calcule el punto de corte de las dos diagonales de dicho paralelogramo.

CUESTIÓN 4:

4A) Un estudio analiza el uso de una plataforma de música. Se sabe que el 70% de los usuarios utiliza la plataforma desde el móvil. El 30% la usa desde ordenador. El 40% de los que usan móvil tiene suscripción premium. El 20% de los que usan ordenador tiene suscripción premium.

- a) Calcule la probabilidad de que un usuario elegido al azar tenga suscripción premium.
b) Calcule la probabilidad de que un usuario use el móvil sabiendo que tiene suscripción premium.
c) Estudie si los sucesos “usar móvil” y “tener suscripción premium” son independientes.

4B) Un examen tipo test consta de ocho preguntas. Cada pregunta presenta cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta. Si se contesta a todas las preguntas al azar, calcule la probabilidad de:

- a) Acertar todas las preguntas. Dé el resultado con 8 decimales.
b) Fallar todas las preguntas. Dé el resultado con 4 decimales.
c) Acertar más de cuatro preguntas. Dé el resultado con 4 decimales