

Ξεκινάει κι έχει ο ...καιρός γυρίσματα!

Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο που βρίσκεται σε αρκετό ύψος από το έδαφος. Την χρονική στιγμή $t_0=0$ δρα σ'αυτό δύναμη κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και μέτρο $F=14-2t$ (SI) με $0 \leq t \leq 7\text{s}$ ενώ την ίδια στιγμή αποσύρεται το επίπεδο.

1) Ένας μαθητής σε ερώτηση του δασκάλου ,πότε το σώμα ξεκινά, απάντησε την $t=2\text{s}$ που $F=W$. Σωστό ή λάθος και γιατί.

2) Τι είδους κινήσεις εκτελεί το σώμα, μέχρι να βρεθεί στο έδαφος;

3) Ποια χρονική στιγμή θα βρεθεί στο max ύψος;

4) Ποια χρονική στιγμή θα αποκτήσει τη max ταχύτητα κατά την άνοδο και ποιο το μέτρο της;

5) Αν από τη στιγμή που η F πάψει να ενεργεί ,το σώμα θα βρεθεί στο έδαφος σε 1s , ποιο το ύψος τη στιγμή που $F=0$;

6) Να αποδώσετε ποιοτικά τη μεταβολή της ταχύτητας και της μετατόπισης σε σχέση με το χρόνο ,από την $t=0$ μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο max ύψος.

Δίδεται: $g=10\text{m/s}^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1) Εδώ έχουμε τη δράση δύναμης μεταβλητού μέτρου και πρέπει να βρούμε την τιμή της δύναμης τη χρονική στιγμή $t=0$.

$$F = 14 - 2t \xrightarrow{t=0} F = 14\text{N} > mg = 10\text{N}$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι την $t=0$ η $F > W$ άρα η αντίδραση του εδάφους επιπέδου μηδενίζεται και απογειώνεται ξεκινά το σώμα. Λανθασμένη η απάντηση.

2) Η συνισταμένη δύναμη αμέσως μετά την απογείωση την εκκίνηση

είναι: $\Sigma F = F - mg \Rightarrow \Sigma F = 14 - 2t - 10 \Rightarrow \Sigma F = 4 - 2t$ (SI)

Το σώμα λοιπόν επιταχύνεται με επιτάχυνση :

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{4-2t}{1} \Rightarrow a = 4-2t \text{ (SI)}$$

της οποίας το μέτρο μειώνεται και

την $t=2s$ μηδενίζεται , ενώ για $t>2s$ παίρνει αρνητική τιμή .

Επομένως, θεωρώντας θετική την προς τα πάνω φορά:

Για : $0 \leq t < 2s$ ($a > 0$ ή $\dot{v} > 0$) το σώμα εκτελεί κίνηση επιτάχυνση με διαρκώς μικρότερη επιτάχυνση

$$\text{Για : } t = 2s \quad \alpha = 0$$

Για : $t > 2s$ ($\alpha < 0$, $\dot{v} > 0$) το σώμα εκτελεί κίνηση επιβράδυνση με διαρκώς μεγαλύτερη επιβράδυνση, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα στο max ύψος.

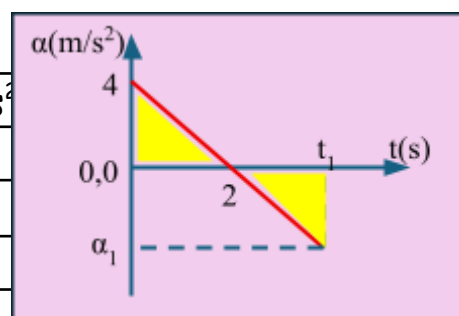
Αφού μηδενιστεί η ταχύτητα στο max ύψος και εφόσον $0 < F < W$ το σώμα θα αρχίσει να πέφτει επιταχυνόμενο με διαρκώς μεγαλύτερη επιτάχυνση $\alpha < g$, μέχρι η $F=0$ δηλαδή την $t=7s$ και μετά για όσο περιθώριο ύψους μένει θα κατεβαίνει με σταθερή $a=g$.

3) Λόγω του ότι η επιτ/νση είναι μεταβλητή δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις κινηματικής οπότε θα πάμε μέσω της γραφικής παράστασης $a=f(t)$ που αφ'ενός είναι γραμμική και αφ'ετέρου το περικλειόμενο εμβαδόν μεταξύ αυτής και του άξονα των t εκφράζει αριθμητικά την $\Delta v = v_T - v_a = 0 - 0 = 0$

Έστω t_1 η ζητούμενη χρονική στιγμή.

$$a = 4 - 2t$$

$t(s)$	$a(m/s^2)$
0	4
2	0
t_1	a_1



Αφού λοιπόν $\Delta v = 0$ πρέπει τα εμβαδά των δύο σκιασμένων ορθογωνίων τριγώνων να είναι ίσα.

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = \frac{1}{2} (t_1 - 2) a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{8}{t_1 - 2} \quad (1)$$

δύο οι άγνωστοι όμως, οπότε

χρησιμοποιούμε άλλη μία εξίσωση η οποία θα προκύψει από την ομοιότητα των ορθογωνίων που έχουν τις κατά κορυφή γωνίες ίσες. Έτσι:

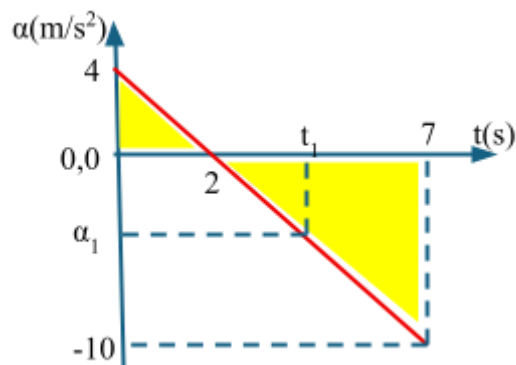
$$\frac{a_1}{4} = \frac{t_1 - 2}{2} \Rightarrow a_1 = 2(t_1 - 2) \xrightarrow{(1)} \frac{8}{t_1 - 2} = 2(t_1 - 2) \Rightarrow (t_1 - 2)^2 = 4 \xrightarrow{t_1 > 2}$$

$$t_1 - 2 = 2 \Rightarrow t_1 = 4s$$

4) Με βάση την περιγραφή των κινήσεων συμπεραίνουμε ότι την max ταχύτητα θα αποκτήσει το σώμα στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης δηλαδή την $t=2s$, οπότε από το παραπάνω διάγραμμα $a-t$, το εμβαδόν του πάνω ορθογωνίου εκφράζει αριθμητικά την Δv .

$$\Delta v = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \Rightarrow v_{\max} - 0 = 4 \Rightarrow v_{\max} = 4m/s$$

5) Πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που $F=0$ δηλαδή την $t=7s$ μέσω του σκιασμένου εμβαδού στο διπλανό διάγραμμα.



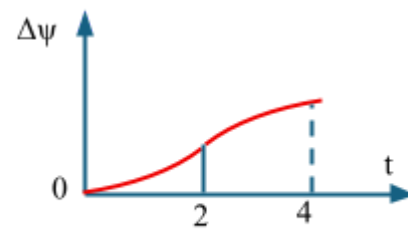
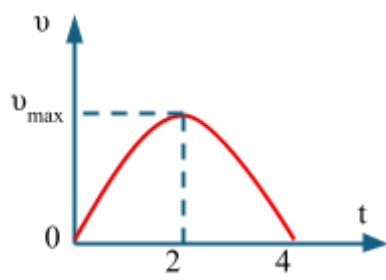
$$\Delta v = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 \Rightarrow v_1 - 0 = 4 - 25 \Rightarrow v_1 = -21m/s$$

Αφού το σώμα πλέον

πέφτει υπό την επίδραση μόνο του βάρους του θα ισχύει η σχέση:

$$\Delta \psi = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} g (\Delta t)^2 \xrightarrow{\Delta t=1} h = 21 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 \Rightarrow h = 26m$$

6)



Παντελεήμων Παπαδάκης

12/3/2026