

**ДНЗ «Сумський центр професійно-технічної освіти
харчових технологій, торгівлі та ресторанного сервісу»**

Білан С.П.

Формування екологічної компетентності на уроках математики

Збірник задач з математики



Суми, 2025

Укладач: Білан С.П., викладач математики ДНЗ «Сумський центр професійно-технічної освіти харчових технологій, торгівлі та ресторанного сервісу».

Рецензент: Шерстюк Л.В. методист ДНЗ «Сумський центр професійно-технічної освіти харчових технологій, торгівлі та ресторанного сервісу».

Збірник задач з математики «Формування екологічної компетентності на уроках математики» укладений відповідно до навчальної програми з алгебри та початків аналізу і геометрії та спрямований на запровадження компетентнісного підходу у навчально-виховний процес, зокрема основних компетентностей у природничих науках і технологіях. Збірник містить задачі екологічного змісту та приклади їх розв'язання.

Формування екологічної компетентності на уроках математики — це чудовий спосіб показати учням практичне застосування математичних знань у реальному світі та сформувати відповідальне ставлення до навколишнього середовища.

Для здобувачів освіти та викладачів математики.

Екологічні проблеми виникли не сьогодні. Тому звертаючи увагу на екологію, людина намагається зберегти саму себе. Але без зміни свідомості всі грандіозні плани збереження природного середовища будуть марними.

Однією із наскрізних ліній освіти є екологічна безпека та сталий розвиток, тобто потреба в формуванні екологічної свідомості сьогодення. Це не тільки любов і дбайливе ставлення до живої природи, але почуття особистої відповідальності за те, що відбувається навкруги, потреба діяти.

Навчитись дбати про охорону навколишнього середовища допоможуть екологічні факти. Екологічне виховання – це організований і цілеспрямований процес формування системи наукових знань про природу і суспільство, поглядів і переконань, що забезпечують відповідальне ставлення школярів до природи, реальним показником якого є практичні дії учнів по відношенню до природного середовища, що відповідають нормам людської моральності.

Роль математики в екологічному вихованні полягає в тому, що методом доцільно дібраних задач, функціональних залежностей можна навчити учнів розуміти окремі екологічні поняття, прищепити навички раціонального використання природних ресурсів, розкрити роль математики у пізнанні найбільш загальних і фундаментальних законів природи, створити базу для формування наукового світогляду.

З метою формування екологічних знань на уроках математики слід формувати систему задач, яка розкриває питання: споживання і використання води в Україні, значення рослин у житті людини, скорочення лісових ресурсів та його наслідки, значення тварин у природі та в житті людини.

Формування екологічної компетентності на уроках математики — це чудовий спосіб показати учням практичне застосування математичних знань у реальному світі та сформувати відповідальне ставлення до навколишнього середовища.

Практичні задачі з математики для формування екологічної компетентності

Задача 1. Теплоізоляція вікон

Через старе вікно площею 2 м^2 втрачається 250 Вт тепла на годину.

Скільки електроенергії можна зекономити за 90 днів опалювального сезону, якщо замінити його на енергоефективне з втратою лише 50 Вт/м^2 на годину?

Задача 2. Тепловтрати будівель

Стіна будинку має форму прямокутника розміром $8 \text{ м} \times 3 \text{ м}$.

Через неутеплену стіну втрачається 75 Вт тепла на 1 м^2 щогодини.

- 1) Скільки тепла втрачається щодня через цю стіну?
 - 2) Скільки енергії (в $\text{кВт}\cdot\text{год}$) можна зберегти за 30 днів, якщо утеплити стіну, зменшивши втрати в 5 разів?
-

Задача 3. Використання світлодіодних ламп

Заміна 10 ламп розжарювання (60 Вт кожна) на LED-лампи (9 Вт) однакового світлового потоку. Якщо лампи працюють по 5 год/день, скільки $\text{кВт}\cdot\text{год}$ та коштів економії за рік (вартість $1 \text{ кВт}\cdot\text{год}$ $4,32$ грн.)?

Задача 4. Папір і дерева

Для виробництва 1 тони паперу потрібно приблизно 17 дерев.

Заклад освіти щороку використовує $360\,000$ аркушів формату A4 (1 аркуш ≈ 5 г).

Скільки дерев зберегли б учні, якби зменшили використання паперу на 30% ?

Задача 5. Очищення повітря деревами

Одне доросле дерево поглинає до 22 кг CO_2 на рік.

Скільки дерев потрібно посадити, щоб компенсувати викиди CO_2 від спалювання 1000 л бензину ($2,31 \text{ кг CO}_2$ на 1 л бензину)?

Задача 6. Водоспоживання у місті

У місті з населенням $250\,000$ людей середнє щоденне споживання води на 1 людину — 180 літрів.

Міська рада хоче зменшити споживання води на 15% за 3 роки.

- 1) Скільки води споживає місто щодня зараз?
 - 2) Скільки літрів води потрібно буде економити щодня, щоб досягти цілі?
 - 3) Скільки літрів води на день кожна людина повинна зекономити, щоб зменшити споживання води на 15% ?
-

Задача 7. Використання дощової води

Сім'я вирішила встановити систему збору дощової води для поливу саду.

Середня кількість опадів у їхньому регіоні — 60 мм на місяць.

Площа даху будинку — 80 м².

Скільки літрів води можна зібрати за місяць?

1 мм опадів = 1 л на 1 м².

Задача 8. Забруднення світового океану

Щорічно до Світового океану, потрапляє до 10млн т нафти. Визначте об'єм цього забруднювача і обчисліть скільки морської води позбавляється при цьому кисню, якщо один літр розливої нафти перекриває доступ кисню до 40 тис. л морської води.

Задача 9. Вуглецевий слід продуктів

1 кг яловичини в середньому створює 27 кг CO₂, а 1 кг квасолі — лише 2 кг CO₂.

Скільки кілограмів CO₂ зекономить родина, якщо замінить 5 кг м'яса квасолею щотижня протягом року?

Задача 10. Очищення повітря деревами

Одне доросле дерево поглинає до 22 кг CO₂ на рік.

Скільки дерев потрібно посадити, щоб компенсувати викиди CO₂ від спалювання 1000 л бензину (2,31 кг CO₂ на 1 л бензину)?

Задача 11. Сортування скла

Переробка 1 тони скла економить до 40% енергії в порівнянні з виробництвом нового. Підприємство переробило 25 т скла.

Скільки енергії було зекономлено, якщо на виробництво 1 т нового скла потрібно 600 кВт·год?

Задача 12. Переробка пластику

Один мешканець міста щомісяця використовує 3 кг пластикової упаковки.

Якщо 60% населення міста (250 000 осіб) почне сортувати сміття, скільки тон пластику буде зібрано щомісяця на переробку?

Задача 13. Зменшення пластикових пакетів

Супермаркет продає 2000 пакетів щодня.

Якщо 30% клієнтів відмовляться від пластику, скільки пакетів буде зекономлено за місяць (30 днів)?

Задача 14. Перевезення еко продукції

Фермер вирішив перейти на доставку еко продуктів велосипедом замість авто. Якщо авто викидає 200 г CO₂/км, а вело доставка — 0 г, то скільки тон CO₂ зекономиться за 100 доставок по 10 км в один бік (разом 20 км кожна)?

Задача 15. Площа зелених насаджень

У місті є 120 парків, середня площа одного — 1,5 га.

Який відсоток території займають парки, якщо загальна площа міста — 300 км²?

Задача 16. Лінійні функції та оптимізація витрат

Родина з 4 осіб відстежує своє щоденне споживання води. Вони виявили, що щодня кожен член родини:

- Приймає душ по 7 хвилин (з краном, який пропускає 12 л/хв).
- Змиває унітаз 5 разів (по 8 л за змив).
- Миє руки 8 разів (по 3 л за раз).
- Ще 50 літрів води на добу витрачається на миття посуду, приготування їжі та інші потреби родини.

а) Складіть функцію, що описує щоденне споживання води родиною (у літрах). б) Розрахуйте щомісячне споживання води (у м³) цією родиною. в) Якою буде щомісячна плата за воду? г) Родина вирішила економити воду. Якщо вони скоротять час душу до 5 хвилин, а унітаз замінять на модель з подвійним змивом (4 л та 8 л, припускаючи, що 75% змивів будуть по 4 л). На скільки гривень зменшиться їхня щомісячна плата за воду?

Задача 17. Прогресії та довгострокове планування

Муніципалітет міста Суми запроваджує програму з економії води, що передбачає зменшення споживання води на 2% щомісяця порівняно з попереднім місяцем. У січні середньомісячне споживання води на одного мешканця становило 3 м³.

а) Запишіть формулу, що описує середньомісячне споживання води на одного мешканця в n -му місяці року. б) Розрахуйте, скільки води (у м³) споживатиме один мешканець у липні. в) Знайдіть загальну кількість води (у м³), яку споживе один мешканець протягом перших шести місяців року. г) Якщо програма триватиме 5 років. Яким буде середньомісячне споживання води на одного мешканця через 5 років (60 місяців)? Обчисліть загальну суму, яку заощадить місто на воді за цей період, якщо в місті 250 000 мешканців і всі вони дотримуються програми.

Задача 18. Квадратичні функції та граничні умови

Продуктивність водопровідної системи в будинку може знижуватися через старі труби. Втрати води (у літрах за годину) внаслідок витоків можна змоделювати функцією $f(t)=0,01t^2+0.5t$, де t – вік труб у роках. Вартість втраченої води враховується за тарифом 35 грн/м³.

- а) Розрахуйте, скільки літрів води втрачається за добу, якщо трубам 5 років. б) Побудуйте графік функції втрат води за добу для віку труб від 0 до 20 років. в) Через скільки років втрати води сягнуть 50 літрів на добу? г) Якщо родина вирішить замінити труби, коли щомісячні втрати води (30 днів) перевищать 200 грн. Який максимальний вік труб вони можуть дозволити собі, перш ніж їх замінити?
-

Задача 19. Об'єм та площа поверхні – резервуари для води

Для збору дощової води на присадибній ділянці встановлено циліндричний резервуар. Висота резервуара становить 1.5 м, а діаметр основи – 1.2 м. Вода збирається з даху будинку, який має форму прямокутної трапеції з паралельними сторонами 8 м і 12 м, та висотою 6 м.

- а) Обчисліть об'єм резервуара у літрах. б) Знайдіть площу бічної поверхні резервуара. в) Який об'єм дощової води (у літрах) може зібрати резервуар, якщо він заповнюється на 80%? г) Якщо за один дощ випадає 10 мм опадів. Скільки дощів потрібно, щоб повністю заповнити резервуар? (Припустимо, що вся вода з даху збирається у резервуар).
-

Задача 20. Комбінації тіл – водонапірна вежа

Водонапірна вежа має форму циліндра, накритий конічним дахом. Висота циліндричної частини становить 15 м, а радіус основи – 4 м. Висота конічного даху – 3 м.

- а) Обчисліть об'єм води, яку може вмістити циліндрична частина вежі (у літрах). б) Знайдіть площу поверхні конічного даху. в) Якщо за добу водонапірна вежа постачає 50 м³ води для потреб населеного пункту. На скільки діб вистачить води, якщо вежа повністю заповнена? г) Для огляду та обслуговування навколо основи вежі прокладається доріжка шириною 1.5 м. Знайдіть площу цієї доріжки
-

Задача 21. Об'єм та площа поверхні – баки для води

Родина вирішила встановити накопичувальний бак для гарячої води, щоб зменшити витрати на її постійний підігрів. Бак має форму циліндра з висотою 1.2 м та радіусом основи 0.4 м. Для кращого збереження тепла, бак необхідно обгорнути теплоізоляційним матеріалом товщиною 5 см.

а) Обчисліть об'єм води, який може вмістити бак (у літрах). б) Знайдіть площу зовнішньої поверхні бака, яку необхідно ізолювати (враховуючи верхню та нижню основи). в) Якщо гаряча вода подається з центрального опалення, і вночі її вартість вдвічі дешевша. Родина використовує 200 літрів гарячої води на добу. Яка потенційна щомісячна економія (у гривнях), якщо вони наповнюватимуть бак виключно вночі? г) Обчисліть об'єм теплоізоляційного матеріалу, який знадобиться для обгортання бака. (Розгляньте бак як циліндр, вкладений в інший циліндр з товщиною ізоляції).

Задача 21. Функції та порівняльний аналіз

Родина розглядає три варіанти щоденних поїздок на роботу (відстань 20 км в один бік):

1. **Бензиновий автомобіль:** Витрата пального 9 л/100 км.
2. **Дизельний автомобіль:** Витрата пального 7 л/100 км.
3. **Електромобіль:** Споживання 16 кВт·год/100 км. Зарядка відбувається вночі за нічним тарифом (2.16 грн/кВт·год).

а) Складіть функцію щоденних витрат (у гривнях) для кожного виду транспорту залежно від пройденої відстані x (у км). б) Розрахуйте щомісячні витрати (22 робочих дні) та щомісячні викиди CO_2 (у кг) для кожного виду транспорту. в) Побудуйте графіки щомісячних витрат для всіх трьох видів транспорту. Визначте, після якої щомісячної відстані електромобіль стає найекономічнішим. г) Який вид транспорту є найбільш екологічним за прямими викидами CO_2 ? Обґрунтуйте.

Задача 22. Системи нерівностей та оптимізація перевезень

Логістична компанія планує перевезти 500 тонн вантажу на відстань 300 км. Для цього можна використовувати:

- **Великі вантажівки (дизельні):** Вантажопідйомність 20 тонн, витрата 25 л/100 км.
- **Середні вантажівки (бензинові):** Вантажопідйомність 10 тонн, витрата 15 л/100 км.
- Вартість оренди великої вантажівки: 5000 грн/рейс.
- Вартість оренди середньої вантажівки: 3000 грн/рейс.
- Загальний бюджет на паливо та оренду не повинен перевищувати 130 000 грн.

а) Скільки рейсів потрібно зробити кожним типом вантажівок для перевезення всього вантажу? б) Обчисліть загальні витрати на паливо та оренду для кожного

варіанту перевезення (використання лише великих або лише середніх вантажівок).
в) Обчисліть загальні викиди CO_2 (у кг) для кожного варіанту перевезення. г)
Запропонуйте комбінацію великих та середніх вантажівок, яка б дозволила
вкластися в бюджет та мінімізувати викиди CO_2 . Складіть систему нерівностей
для визначення можливих комбінацій.

Задача 23. Прогресії та інвестиції в екологію

Приватна особа вирішила замінити свій старий бензиновий автомобіль (витрата 10 л/100 км) на новий електромобіль (споживання 15 кВт·год/100 км).
Середньомісячний пробіг становить 1000 км. Вартість електромобіля на 150 000 грн дорожча, ніж аналогічного бензинового.

а) Розрахуйте щомісячну економію коштів на пальному/електроенергії, якщо зарядка електромобіля відбувається повністю вночі (нічний тариф). б) Скільки місяців знадобиться для того, щоб різниця у вартості автомобілів окупилася за рахунок економії на пальному? (Завдання на арифметичну прогресію, де щомісяця накопичується економія). в) Якщо викиди CO_2 зменшуються на 2.3 кг на кожен літр бензину, який не був спалений. Розрахуйте загальну кількість CO_2 (у тоннах), яку особа не викине в атмосферу за 5 років експлуатації електромобіля. г) Яким буде сумарний "екологічний бонус" (у вигляді не викинутих кг CO_2) за 10 років експлуатації електромобіля?

Задача 24. Вектори та відстані

На мапі міста, що має координати, точка А (парковка) знаходиться у (1;2;0), точка В (будинок) у (7;10;0), а точка С (віддалений офіс) у (12;5;0). Усі координати в кілометрах.

а) Обчисліть довжину маршруту від парковки до будинку, потім до офісу, і назад на парковку (трикутник АВС). б) Якщо автомобіль (бензиновий, 9 л/100 км) здійснює цю поїздку щотижня. Розрахуйте щотижневі витрати на пальне та викиди CO_2 . в) Знайдіть координати точки М – середини відрізка АВ. г) Якщо родина вирішить переїхати в точку М, чи зменшаться їхні витрати на поїздки до офісу? Обґрунтуйте, порівнюючи відстані.

Задача 25. Об'єм та площа поверхні – інфраструктура зарядних станцій

Для електромобілів необхідно будувати зарядні станції. Одна зарядна станція має форму куба з ребром 2 метри. Навколо неї для безпеки та естетики планується встановити огорожу.

а) Обчисліть об'єм однієї зарядної станції. б) Знайдіть площу поверхні куба, яку необхідно пофарбувати (усі 6 граней). в) Якщо на кожній такій станції є 4 зарядні порти, і кожен порт споживає 20 кВт. Скільки електроенергії (кВт·год) споживає станція за 1 годину безперервної роботи? г) Для безпеки, навколо станції встановлюють циліндричні стовпчики (діаметр основи 20 см, висота 1 м). Якщо стовпчики встановлюють по периметру квадратної ділянки розміром 2 м×2 м (на якій розміщена станція), з кроком 1 метр між центрами стовпчиків (включаючи кути). Скільки стовпчиків потрібно? Обчисліть їх загальний об'єм.

Задача 26. Функції та лінійне програмування

Родина щомісячно споживає електроенергію за однотарифним лічильником. Середньомісячне споживання електроенергії становить 250 кВт·год. Для зменшення витрат родина розглядає можливість встановлення двозонного лічильника. За статистикою, 30% спожитої електроенергії припадає на нічний час (з 23:00 до 7:00), а решта – на денний.

- а) Обчисліть щомісячну плату за електроенергію при однотарифному лічильнику. б) Розрахуйте, якою буде щомісячна плата при встановленні двозонного лічильника, якщо розподіл споживання залишиться таким самим. в) Побудуйте графік залежності щомісячної плати від відсотка електроенергії, спожитої в нічний час, для двозонного лічильника. Зробіть висновок, при якому відсотку споживання в нічний час встановлення двозонного лічильника стає вигідним, якщо врахувати вартість встановлення лічильника 2500 грн.

Задача 27. Прогресії та фінансові розрахунки

Родина вирішила замінити всі лампочки розжарювання на енергозберігаючі LED-лампи. Одна лампочка розжарювання потужністю 100 Вт працює в середньому 4 години на добу. Вартість однієї такої лампочки – 25 грн. LED-лампа потужністю 10 Вт забезпечує таку ж яскравість, її вартість – 80 грн, а термін служби у 10 разів довший, ніж у лампочки розжарювання.

- а) Розрахуйте річне споживання електроенергії однією лампочкою розжарювання. б) Розрахуйте річну економію коштів (у гривнях) від заміни однієї лампочки розжарювання на LED-лампу. в) Якщо в будинку 15 таких лампочок і родина замінює по 3 лампочки щомісяця (починаючи з першого місяця), утворюючи арифметичну прогресію кількості замінених ламп. Скільки місяців знадобиться, щоб повністю замінити всі лампочки? Якою буде загальна економія за рік після повної заміни всіх ламп, враховуючи вартість самих ламп?

Задача 28. Об'єм та площа поверхні

Для прокладання кабелів до електричного лічильника та домашніх приладів було вирішено використати спеціальні кабельні шахти, що мають форму прямокутного паралелепіпеда. Довжина однієї такої шахти становить 5 метрів, ширина – 10 см, а висота – 8 см.

- а) Обчисліть об'єм однієї кабельної шахти в кубічних метрах. б) Якщо для всіх кабелів у будинку потрібно прокласти 30 метрів таких шахт, який загальний об'єм простору вони займуть? в) Для теплоізоляції та захисту кабелів, зовнішню поверхню шахти (без торців) обклеюють спеціальним матеріалом. Яка площа поверхні однієї шахти (без торців) потребуватиме обклеювання? Яка загальна

Задача 29. Стереометрія та енергоефективність

Для забезпечення стабільного енергопостачання в будинку, розташованому у віддаленій місцевості, вирішено побудувати невелику дизельну електростанцію. Дизель-генератор розміщується у спеціальному контейнері, що має форму прямокутного паралелепіпеда з розмірами 3 м×2 м×2.5 м. Для зменшення шуму та теплових втрат стіни контейнера утеплюють мінеральною ватою товщиною 10 см.

а) Знайдіть об'єм контейнера. б) Обчисліть загальну площу зовнішньої поверхні контейнера, яку необхідно утеплити. в) Якщо 1 м³ мінеральної вати коштує 500 грн, а коефіцієнт теплопровідності мінеральної вати $\lambda=0.04\text{м}\cdot\text{КВт}$. Якщо температура всередині контейнера підтримується на рівні 20°C, а зовнішня температура становить 0°C, розрахуйте теплові втрати через стіни контейнера за 1 годину (приблизно).

Задача 30. Об'єм та площа поверхні

Для зменшення тепловтрат та, відповідно, економії електроенергії на опалення, господар приватного будинку вирішив утеплити горище. Горище має форму прямокутного паралелепіпеда з розмірами: довжина 12 м, ширина 8 м, висота 2.5 м. Для утеплення використовується мінеральна вата товщиною 20 см.

а) Обчисліть об'єм повітря на горищі. б) Знайдіть загальну площу поверхні горища (стеля, 4 стіни), яку потрібно утеплити. в) Який об'єм мінеральної вати (у м³) знадобиться для утеплення всіх цих поверхонь? г) Якщо 1 м³ мінеральної вати коштує 700 грн, а роботи з утеплення коштують 150 грн за 1 м² площі поверхні. Обчисліть загальну вартість утеплення горища.

Задача 31. Циліндри та конуси, оптимізація форми

Нагрівальний елемент електричного бойлера має циліндричну форму. Довжина циліндра (висота) становить 50 см, а діаметр основи – 6 см. Для ефективного нагріву води, нагрівальний елемент має бути занурений у воду.

а) Обчисліть об'єм нагрівального елемента. б) Знайдіть площу бічної поверхні нагрівального елемента. в) Для ефективнішого теплообміну та зменшення втрат енергії, інженери пропонують змінити форму нагрівального елемента на конічну (з таким самим об'ємом), з висотою, що дорівнює висоті циліндра. Знайдіть радіус основи такого конуса. г) Яка з форм (циліндр чи конус) буде мати меншу площу бічної поверхні (що контактує з водою), якщо об'єм залишається незмінним? Обґрунтуйте. (Це може бути завдання на порівняння, без конкретних числових розрахунків, лише на формули).

Задача 32. Прогресії та планування бюджету

Підприємство вирішило поетапно замінити 500 лампочок розжарювання (60 Вт кожна) на LED-лампи (8 Вт кожна) у своїх офісних приміщеннях. Заміна відбувається за таким принципом: у перший місяць замінюють 50 ламп, а кожного наступного місяця – на 5 ламп більше, ніж попереднього. Кожна лампочка працює в середньому 8 годин на добу.

а) Скільки місяців знадобиться, щоб повністю замінити всі лампи? (Завдання на арифметичну прогресію). б) Розрахуйте щомісячну економію коштів на електроенергії, починаючи з першого місяця заміни і до повного переходу на LED-освітлення. Представте це як послідовність чисел. в) Знайдіть загальну суму, яку підприємство сплатить за електроенергію за 6 місяців, якщо до початку заміни щомісячні витрати на освітлення становили 4200 грн.

Приклади виконання практичних задач з математики для формування екологічної компетентності

1. Теплоізоляція вікон

Умова задачі:

Через старе вікно площею 2 м^2 втрачається 250 Вт тепла на годину.

Скільки електроенергії можна зекономити за 90 днів опалювального сезону, якщо замінити його на енергоефективне з втратою лише 50 Вт/м^2 на годину?

Мета та екологічна компетентність:

Пояснення важливості енергоефективності у побуті на прикладі реальних розрахунків.

Розв'язання:

Старе: $250 \times 24 \times 90 = 540\,000 \text{ Вт}\cdot\text{год} = 540 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

Нове: $50 \times 24 \times 90 = 108\,000 \text{ Вт}\cdot\text{год} = 108 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

Економія: $540 - 108 = 432 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

2. Тепловтрати будівель

Умова задачі:

Стіна будинку має форму прямокутника розміром 8 м х 3 м.

Через неутеплену стіну втрачається 75 Вт тепла на 1 м² щогодини.

1) Скільки тепла втрачається щодня через цю стіну?

2) Скільки енергії (в кВт·год) можна зберегти за 30 днів, якщо утеплити стіну, зменшивши втрати в 5 разів?

Мета та екологічна компетентність:

Пояснення важливості енергоефективності у побуті на прикладі реальних розрахунків.

Розв'язання:

Площа стіни: $8 \times 3 = 24 \text{ м}^2$

Втрати на годину: $75 \times 24 = 1800 \text{ Вт}$

За добу: $1800 \times 24 = 43\,200 \text{ Вт}\cdot\text{год} = 43.2 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

Утеплена стіна: втрати зменшуються в 5 разів: $43.2 / 5 = 8.64 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

Економія на добу: $43.2 - 8.64 = 34.56 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

За 30 днів: $34.56 \times 30 \approx 1036.8 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

3. Використання світлодіодних ламп

Умова задачі:

Заміна 10 ламп розжарювання (60 Вт кожна) на LED-лампи (9 Вт) однакового світлового потоку. Якщо лампи працюють по 5 год/день, скільки кВт·год та коштів економії за рік (вартість 1 кВт·год 4,32 грн.)?

Мета та екологічна компетентність:

Формування економічної та енергетичної екосвідомості через побутову математику.

Розв'язання:

$(60 - 9) \times 10 = 510 \text{ Вт}$ економії на годину

$510 \times 5 \times 365 = 930\,750 \text{ Вт}\cdot\text{год} = 930,75 \text{ кВт}\cdot\text{год}$

$930,75 \times 4,32 = 4020,84 \text{ грн.}$

Отже, економія — понад 930 кВт·год/рік та 4020,84 грн на рік

4. Папір і дерева

Умова задачі:

Для виробництва 1 тони паперу потрібно приблизно 17 дерев.

Навчальний заклад щороку використовує 360 000 аркушів формату А4 (1 аркуш \approx

5 г).

Скільки дерев зберегли б учні, якби зменшили використання паперу на 30%?

Мета та екологічна компетентність:

Формування екологічного мислення через аналіз ефективного використання навчальних засобів та впливу на навколишнє середовище.

Розв'язання:

Маса паперу: $360\,000 \times 5\text{ г} = 1\,800\,000\text{ г} = 1,8\text{ т}$

30% від 1.8 т = 0,54 т

Кількість дерев: $0.54 \times 17 \approx 9,18$ дерев

Отже, зберегли б приблизно 9 дерев.

5. Очищення повітря деревами

Умова задачі:

Одне доросле дерево поглинає до 22 кг CO₂ на рік.

Скільки дерев потрібно посадити, щоб компенсувати викиди CO₂ від спалювання 1000 л бензину (2,31 кг CO₂ на 1 л бензину)?

Мета та екологічна компетентність:

Формування відповідальності за вуглецевий слід та розуміння ролі дерев у екосистемі.

Розв'язання:

$1000 \times 2,31 = 2310$ кг CO₂

$2310 / 22 \approx 105$ дерев

6. Водоспоживання у місті

Умова задачі:

У місті з населенням 250 000 людей середнє щоденне споживання води на 1 людину — 180 літрів.

Міська рада хоче зменшити споживання води на 15% за 3 роки.

1) Скільки води споживає місто щодня зараз?

2) Скільки літрів води потрібно буде економити щодня, щоб досягти цілі?

3) Скільки літрів води на день кожна людина повинна зекономити, щоб зменшити споживання води на 15%?

Мета та екологічна компетентність:

Формування усвідомлення ефективного використання водних ресурсів через математичний аналіз.

Розв'язання:

1) Загальне щоденне споживання: $250\,000 \times 180 = 45\,000\,000$ літрів

2) 15% від 45 000 000 = 6 750 000 літрів

3) $6\,750\,000 / 250\,000 = 27$ літрів

Кожен мешканець має зекономити щодня щонайменше 27 літрів.

7. Використання дощової води

Умова задачі:

Сім'я вирішила встановити систему збору дощової води для поливу саду.

Середня кількість опадів у їхньому регіоні — 60 мм на місяць.

Площа даху будинку — 80 м^2 .

Скільки літрів води можна зібрати за місяць?

$1 \text{ мм опадів} = 1 \text{ л на } 1 \text{ м}^2$.

Мета та екологічна компетентність:

Формування усвідомлення ефективного використання водних ресурсів через математичний аналіз.

Розв'язання:

$$60 \text{ мм} \times 80 \text{ м}^2 = 4800 \text{ л}$$

Сім'я може зібрати до 4800 літрів води щомісяця для повторного використання.

8. Забруднення світового океану

Умова задачі:

Щорічно до Світового океану, потрапляє до 10млн т нафти. Визначте об'єм цього забруднювача і обчисліть скільки морської води позбавляється при цьому кисню, якщо один літр розливої нафти перекриває доступ кисню до 40 тис. л морської води.

Мета та екологічна компетентність:

Формування уявлення про масштаби забруднення світового океану та розуміння ролі води у екосистемі.

Розв'язання:

$$10\,000\,000\,000 \text{ кг} : 800 \text{ кг/м}^3 = 12\,500\,000 \text{ м}^3 \text{ (нафти)}$$

$$12\,500\,000 \text{ м}^3 \times 1000 \text{ л/м}^3 \times 40\,000 \text{ л} = 500\,000\,000\,000\,000 \text{ л} = 500\,000\,000\,000 \text{ м}^3 = 5 \times 10^{11} \text{ м}^3 =$$

$$= 5,1 \times 10^{11} \text{ тон морської води}$$

9. Вуглецевий слід продуктів

Умова задачі:

1 кг яловичини в середньому створює 27 кг CO_2 , а 1 кг квасолі — лише 2 кг CO_2 . Скільки кілограмів CO_2 зекономить родина, якщо замінить 5 кг м'яса квасолею щотижня протягом року?

Мета та екологічна компетентність:

Формування екологічного мислення через аналіз харчових звичок та впливу на навколишнє середовище.

Розв'язання:

$$(27 - 2) \times 5 = 125 \text{ кг на тиждень}$$

$$125 \times 52 = 6500 \text{ кг } \text{CO}_2 \text{ щороку}$$

Отже, родина зменшить викиди CO_2 на 6,5 тон на рік.

10. Очищення повітря деревами

Умова задачі:

Одне доросле дерево поглинає до 22 кг CO_2 на рік.

Скільки дерев потрібно посадити, щоб компенсувати викиди CO_2 від спалювання 1000 л бензину (2,31 кг CO_2 на 1 л бензину)?

Мета та екологічна компетентність:

Формування відповідальності за вуглецевий слід та розуміння ролі дерев у екосистемі.

Розв'язання:

$$1000 \times 2.31 = 2310 \text{ кг CO}_2$$

$$2310 / 22 \approx 105 \text{ дерев}$$

11. Сортування скла

Умова задачі:

Переробка 1 тони скла економить до 40% енергії в порівнянні з виробництвом нового. Підприємство переробило 25 т скла.

Скільки енергії було зекономлено, якщо на виробництво 1 т нового скла потрібно 600 кВт·год?

Мета та екологічна компетентність:

Розвиток здатності учнів оцінювати вплив промислових процесів на енергозбереження.

Розв'язання:

$$600 \times 40\% = 240 \text{ кВт·год зекономлено на кожній тонні}$$

$$240 \times 25 = 6000 \text{ кВт·год}$$

12. Переробка пластику

Умова задачі:

Один мешканець міста щомісяця використовує 3 кг пластикової упаковки.

Якщо 60% населення міста (250 000 осіб) почне сортувати сміття, скільки тон пластику буде зібрано щомісяця на переробку?

Мета та екологічна компетентність:

Розвиток навичок статистичного мислення та оцінювання масштабів впливу побутових звичок на довкілля.

Розв'язання:

$$250\,000 \times 60\% = 150\,000 \text{ осіб}$$

$$150\,000 \times 3 \text{ кг} = 450\,000 \text{ кг} = 450 \text{ т}$$

Отже, щомісячно можна зібрати до 450 тон пластику.

13. Зменшення пластикових пакетів

Умова задачі:

Супермаркет продає 2000 пакетів щодня.

Якщо 30% клієнтів відмовляться від пластику, скільки пакетів буде зекономлено за місяць (30 днів)?

Мета та екологічна компетентність:

Навчання учнів оцінювати вплив споживання одноразових речей на навколишнє середовище.

Розв'язання:

$$2000 \times 30\% = 600 \text{ пакетів/день}$$

$$600 \times 30 = 18\,000 \text{ пакетів/місяць}$$

14. Перевезення еко продукції

Умова задачі:

Фермер вирішив перейти на доставку еко продуктів велосипедом замість авто. Якщо авто викидає 200 г CO₂/км, а вело доставка — 0 г, то скільки тон CO₂ зекономиться за 100 доставок по 10 км в один бік (разом 20 км кожна)?

Мета та екологічна компетентність:

Розвиток аналітичного мислення для вибору більш сталих транспортних рішень.

Розв'язання:

$$100 \times 20 \text{ км} = 2000 \text{ км}$$

$$2000 \times 200 \text{ г} = 400\,000 \text{ г} = 400 \text{ кг} = 0,4 \text{ т}$$

Отже, фермер зменшить викиди на 0,4 тони CO₂.

15. Площа зелених насаджень

Умова задачі:

У місті є 120 парків, середня площа одного — 1,5 га.

Який відсоток території займають парки, якщо загальна площа міста — 300 км²?

Мета та екологічна компетентність:

Формування просторового уявлення про роль зелених зон у містах.

Розв'язання:

$$120 \times 1,5 = 180 \text{ га} = 1,8 \text{ км}^2$$

$$(1,8 / 300) \times 100 \approx 0,6\%$$

Отже, зелені насадження займають приблизно 0.6% площі міста.

Задача 16. Лінійні функції та оптимізація витрат

Родина з 4 осіб відстежує своє щоденне споживання води. Вони виявили, що щодня кожен член родини:

- Приймає душ по 7 хвилин (з краном, який пропускає 12 л/хв).
- Змиває унітаз 5 разів (по 8 л за змив).
- Миє руки 8 разів (по 3 л за раз).
- Ще 50 літрів води на добу витрачається на миття посуду, приготування їжі та інші потреби родини.

а) Складіть функцію, що описує щоденне споживання води родиною (у літрах). б) Розрахуйте щомісячне споживання води (у м³) цією родиною. в) Якою буде щомісячна плата за воду? г) Родина вирішила економити воду. Якщо вони скоротять час душу до 5 хвилин, а унітаз замінять на модель з подвійним змивом (4 л та 8 л, припускаючи, що 75% змивів будуть по 4 л). На скільки гривень зменшиться їхня щомісячна плата за воду?

Розв'язання:

а) Функція щоденного споживання води родиною (в літрах)

Для кожного члена родини:

- Душ:

$$7 \text{ хв} \times 12 \text{ л/хв} = 84 \text{ л/день}$$

- **Унітаз:**
5 змивів×8 л=40 л/день

- **Миття рук:**
8 разів×3 л=24 л/день

Разом на 1 особу:

$$84+40+24=148 \text{ л/день}$$

На 4 осіб:

$$148 \times 4 = 592 \text{ л/день}$$

Інші потреби родини (миття посуду, приготування їжі тощо):

- 50 л/день (загалом на родину)

Загальна функція:

$$F_{\text{щодня}} = 4 \cdot (84 + 40 + 24) + 50 = 592 + 50 = 642 \text{ л/день}$$

б) Щомісячне споживання (у м³)

$$642 \text{ л/день} \times 30 \text{ днів} = 19260 \text{ л} = 19.26 \text{ м}^3$$

в) Щомісячна плата за воду

$$19.26 \text{ м}^3 \times 35 \text{ грн/м}^3 = 674.1 \text{ грн}$$

г) Економія:

Зміни:

- **Душ:**
5 хв замість 7
 $5 \times 12 = 60 \text{ л/день/особу} \Rightarrow 60 \times 4 = 240 \text{ л/день (вся родина)}$
- **Унітаз:**
5 змивів на день, 75% по 4 л, 25% по 8 л
 $(0.75 \times 4 + 0.25 \times 8) = 5 \text{ л/змив} \Rightarrow 5 \times 5 = 25 \text{ л/особу/день} \Rightarrow 25 \times 4 = 100 \text{ л/день (родина)}$
- **Миття рук:** не змінилось (24 л/особу/день → 96 л/день родина)
- **Інше:** 50 л/день (без змін)

Загальне нове споживання:

$$240(\text{душ}) + 100(\text{унітаз}) + 96(\text{руки}) + 50(\text{інше}) = 486 \text{ л/день}$$

Щомісячно:

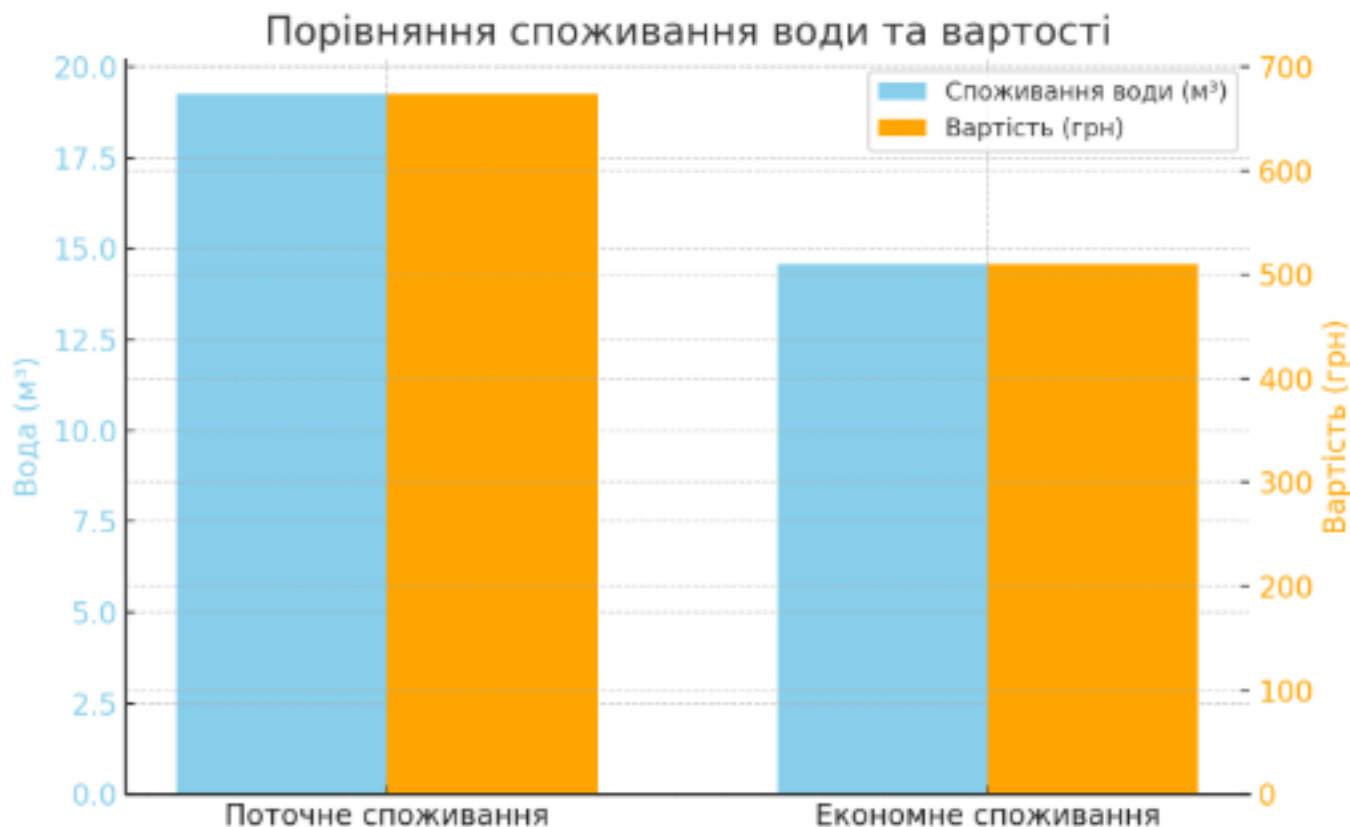
$$486 \times 30 = 14580 \text{ л} = 14.58 \text{ м}^3$$

Нова плата:

$$14.58 \times 35 = 510.3 \text{ грн}$$

Економія:

$$674.1 - 510.3 = 163.8 \text{ грн}$$



Задача 17. Прогресії та довгострокове планування

Муніципалітет міста Суми запроваджує програму з економії води, що передбачає зменшення споживання води на 2% щомісяця порівняно з попереднім місяцем. У січні середньомісячне споживання води на одного мешканця становило 3 м³.

а) Запишіть формулу, що описує середньомісячне споживання води на одного мешканця в n -му місяці року. б) Розрахуйте, скільки води (у м³) споживатиме один мешканець у липні. в) Знайдіть загальну кількість води (у м³), яку споживе один мешканець протягом перших шести місяців року. г) Якщо програма триватиме 5 років. Яким буде середньомісячне споживання води на одного мешканця через 5 років (60 місяців)? Обчисліть загальну суму, яку заощадить місто на воді за цей період, якщо в місті 250 000 мешканців і всі вони дотримуються програми.

Розв'язання:

Розглянемо задачу покроково. Маємо справу з **геометричною прогресією**, оскільки споживання води зменшується на **2% щомісяця**, тобто множиться на 0.98.

а) Формула для середньомісячного споживання в n -му місяці

Нехай:

- $a_1 = 3 \text{ м}^3$ — споживання у січні,
- $q = 0.98$ — знаменник геометричної прогресії (щораз зменшується на 2%),
- a_n — споживання в n -му місяці.

Формула:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 0.98^{n-1}$$

б) Споживання в липні (7-й місяць)

$$a_7 = 3 \cdot 0,98^6 \approx 3 \cdot 0,88584 \approx 2,6575 \text{ м}^3$$

Відповідь:Приблизно **2,66 м³** у липні.**в) Загальна кількість води за перші 6 місяців**

Це сума перших 6 членів геометричної прогресії:

$$S_6 = 1 \cdot \frac{1-q^6}{1-q} = 3 \cdot \frac{1-0,98^6}{1-0,98}$$

$$0,98^6 \approx 0,88584$$

$$S_6 \approx 3 \cdot \frac{1-0,88584}{0,02} = 3 \cdot \frac{0,11416}{0,02} = 17,124$$

Відповідь:Приблизно **17,12 м³** за перші 6 місяців.**г) Середньомісячне споживання через 5 років (60 місяців)**

$$a_{60} = 3 \cdot 0,98^{59}$$

Обчислимо:

$$0,98^{59} \approx 0,3021$$

$$a_{60} \approx 3 \cdot 0,3021 \approx 0,9063 \text{ м}^3$$

Відповідь:Через 5 років один мешканець споживатиме приблизно **0,91 м³** води на місяць.**Загальна економія за 5 років****1. Скільки води було б без програми:**

Протягом 5 років (60 місяців), якби споживання не змінювалося:

$$3 \cdot 60 = 180 \text{ м}^3$$

2. Скільки буде з програмою:

Сума перших 60 членів геометричної прогресії:

$$S_{60} = 3 \cdot \frac{1-0,98^{60}}{1-0,98}$$

$$0,98^{60} \approx 0,296$$

$$S_{60} \approx 3 \cdot \frac{1-0,296}{0,02} = 3 \cdot \frac{0,704}{0,02} = 3 \cdot 35,2 = 105,6 \text{ м}^3$$

3. Заощаджена вода одним мешканцем:

$$180 - 105,6 = 74,4 \text{ м}^3$$

4. Заощаджено води всім містом (250 000 мешканців):

$$74,4 \cdot 250\,000 = 18,600,000 \text{ м}^3$$

✓ Відповідь:

$$\text{а) } a_n = 3 \cdot 0,98^{n-1}$$

$$\text{б) У липні } \approx 2,66 \text{ м}^3$$

в) За 6 місяців $\approx 17.12 \text{ м}^3$

г) через 5 років: $0.91 \text{ м}^3 / \text{міс}$, заощаджено за 5 років: 18.6 млн м^3

Задача 19. Об'єм та площа поверхні – резервуари для води

Для збору дощової води на присадибній ділянці встановлено циліндричний резервуар. Висота резервуара становить 1.5 м, а діаметр основи – 1.2 м. Вода збирається з даху будинку, який має форму прямокутної трапеції з паралельними сторонами 8 м і 12 м, та висотою 6 м.

а) Обчисліть об'єм резервуара у літрах. б) Знайдіть площу бічної поверхні резервуара. в) Який об'єм дощової води (у літрах) може зібрати резервуар, якщо він заповнюється на 80%? г) Якщо за один дощ випадає 10 мм опадів. Скільки дощів потрібно, щоб повністю заповнити резервуар? (Припустимо, що вся вода з даху збирається у резервуар).

а) Обчислимо об'єм резервуара у літрах

Резервуар має форму **циліндра**. Формула об'єму:

$$V = \pi r^2 h$$

Дано:

- Висота $h = 1.5 \text{ м}$
- Діаметр основи $d = 1.2 \text{ м} \rightarrow$ радіус $r = 1.2/2 = 0.6 \text{ м}$

$$V = \pi \cdot (0.6)^2 \cdot 1.5 = \pi \cdot 0.36 \cdot 1.5 = \pi \cdot 0.54 \approx 3.1416 \cdot 0.54 \approx 1.6965 \text{ м}^3$$

Переведемо в **літри** ($1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ л}$):

$$V \approx 1.6965 \cdot 1000 = 1696.5 \text{ л}$$

б) Знайдемо площу бічної поверхні резервуара

Формула площі бічної поверхні циліндра:

$$S_{\text{бічна}} = 2\pi r h; S = 2 \cdot \pi \cdot 0.6 \cdot 1.5 = 2 \cdot 3.1416 \cdot 0.9 \approx 5.6549 \text{ м}^2 \approx 5.65 \text{ м}^2$$

в) Об'єм дощової води, якщо резервуар заповнений на 80%

$$0.8 \cdot 1696.5 = 1357.2 \text{ л}$$

г) Скільки дощів потрібно, щоб повністю заповнити резервуар (при 10 мм опадів)

1. Знаходимо площу даху

Дах — **прямокутна трапеція**, формула площі:

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

де:

- $a = 8 \text{ м}$
- $b = 12 \text{ м}$
- $h = 6 \text{ м}$

$$S = \frac{8+12}{2} \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60 \text{ м}^2$$

2. Обчислимо, скільки води збирається за один дощ

10 мм = **0.01 м** опадів.

Об'єм води:

$$V=60 \cdot 0.01=0.6 \text{ м}^3=600 \text{ л}$$

3. Скільки таких дощів потрібно, щоб зібрати повну бочку води (1696.5 л):

$$1696.5/600 \approx 2.83$$

Необхідно 3 дощі, щоб повністю заповнити резервуар.

✓ Відповідь:

а) Об'єм резервуара: 1696.5 л

б) Бічна площа: 5.65 м²

в) Об'єм при 80% заповненні: 1357.2 л

г) Для повного заповнення потрібно: 3 дощі по 10 мм