

## РОЗДІЛ 2. ОСНОВИ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ТА ПРОЕКЦІЙНЕ КРЕСЛЕННЯ

### Тема 4. Методи проектування.

Проекційне креслення вивчає способи побудови на площині зображення предметів, що мають три виміри. За допомогою цих зображень студент повинен вміти відтворити форму предмета, його величину і положення.

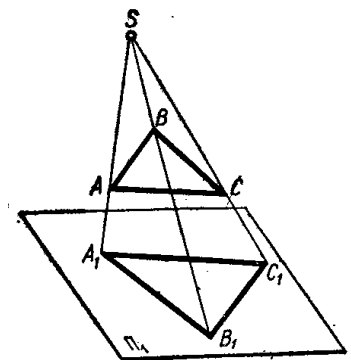
Перед тим, хто вивчає курс креслення, стоїть принаймні дві основні задачі:

1. Навчитися за певними законами будувати креслення різних предметів.
2. Уміти читати креслення будь-якого виробу або деталі.

Для побудови зображень предметів користуються методом проектування, тобто відкинутим його зображенням на площину.

*Отже проекція – це зображення предмета (відкинуте) на площину за допомогою проєктуючих променів. Спроєктувати предмет – це означає зобразити його на площині.*

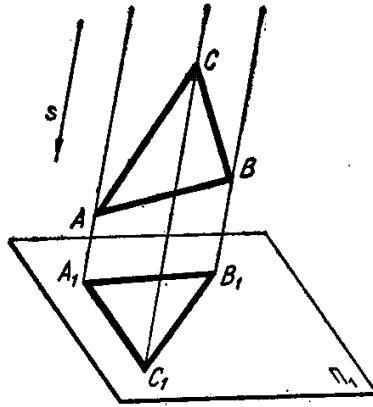
Проекції поділяють на центральні і паралельні. Ідею центрального проектування видно з рис. Точка  $S$ , з якої виходять проєктуючі промені, називається *центром проєкції*. Площина  $\Pi_1$ , на яку проєктується предмет, називається *площиною проєкцій*. Проектований трикутник  $ABC$  називається *оригіналом*.



Щоб спроєктувати трикутник, треба з центра проєкції  $S$  проєктуючі промені через вершини трикутника  $ABC$  до перетину з площиною проєкцій  $\Pi_1$ . Точки перетину  $A_1, B_1, C_1$ , називаються *центральною проєкцією вершин  $A, B, C$* , а спроєктований трикутник  $A_1B_1C_1$  – *центральною проєкцією трикутника  $ABC$* .

Недоліком центрального проектування являється те, що ми не можемо зафіксувати дійсну величину нашого предмета – тому центральні проєкції застосовують в архітектурно-будівельній справі, у малюванні тощо.

У кресленні користуються методом паралельного проектування. Умовна точка  $S$  знаходиться в нескінченному просторі і тому проєктуючі промені також умовно вважаються паралельними і перпендикулярними до площини  $\Pi_1$ , а отримана проєкція трикутника  $A_1B_1C_1$  є паралельною проєкцією трикутника  $ABC$ .



### Питання для самоконтролю.

1. У чому полягає суть центрального проектування?
2. У чому полягає суть паралельного проектування?
3. На які види поділяють паралельні проекції?

## Тема 5. Точка та пряма.

### План.

1. Проектування точки на три площини проекцій.
2. Комплексне креслення точки.
3. Виміри і координати точки.
4. Побудова проекцій точки за її координатами.
5. Різні положення точок у просторі відносно площин проекцій.
6. Побудова третьої проекції точки за двома її проекціями.
7. Читання комплексного креслення точки.
8. Проектування прямої на три площини проекцій.
9. Положення прямої відносно площин проекцій.
10. Пряма і точка.
11. Взаємне розташування прямих у просторі.

### 1. Проектування точки на три площини проекцій.

Точка – основний геометричний елемент лінії і площини, тому, навчившись проектувати точку ми зможемо проектувати любий предмет.

Одна прямокутна проекція точки не визначає її положення в просторі тому що на одному перпендикулярі може знаходитись безліч точок і щоб мати повну уяву про них необхідно мати дві або три площини проекцій. Скористаємось трьома взаємно перпендикулярними площинами, що утворюють прямий тригранний кут (рис. 147 а). Тут  $\Pi_1$  – горизонтальна,  $\Pi_2$  – фронтальна і  $\Pi_3$  – профільна площини проекцій. Розмістимо в просторі тригранного кута точку А (рис. 147 б) і побудуємо її проекції на площини  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$ . Для цього з точки А проведемо проектуючі промені  $AA_1$ ,  $AA_2$ ,  $AA_3$ . На

перетині цих перпендикулярів дістанемо  $A_1$  – горизонтальна,  $A_2$  – фронтальна,  $A_3$  – профільна проєкції точки  $A$ .

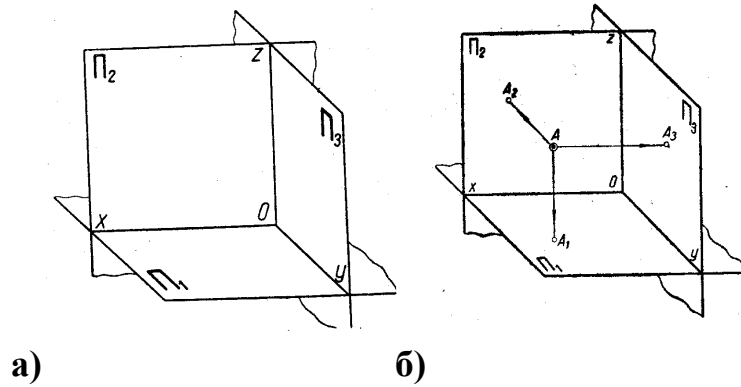


Рис. 147

## 2. Комплексне креслення точки.

Від просторового зображення точки переходять до плоского або комплексного креслення, яке утворюється в наслідок обертання площин проєкцій навколо осей, вважаючи тригранний кут розщепленим по осі  $O_y$  і залишаючи нерухомою площину  $\Pi_2$ , площину  $\Pi_1$  повертають на  $90^\circ$  вниз навколо осі  $O_x$ , а площину  $\Pi_3$  на  $90^\circ$  навколо осі  $O_z$  (рис. 148 а). Таким чином утвориться плоске креслення разом з побудованими на них проєкціями  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ - називається комплексним кресленням. Для побудови профільної проєкції  $A_3$  використовують постійну лінію  $K$ , яка проводиться під кутом  $45^\circ$  (рис.148 б).

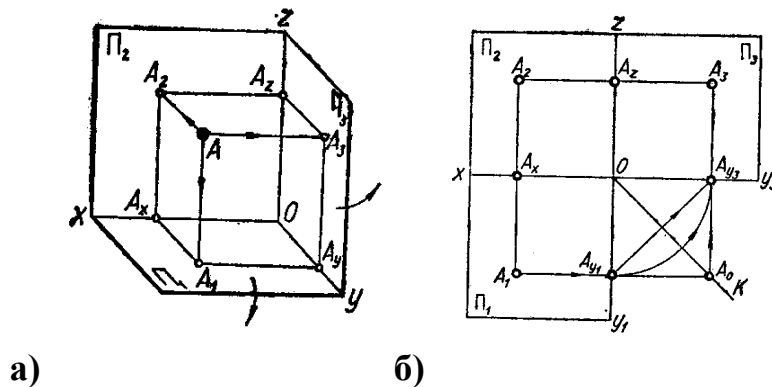
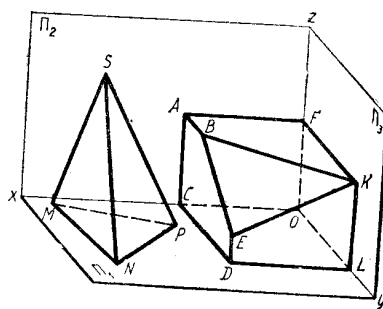


Рис. 148

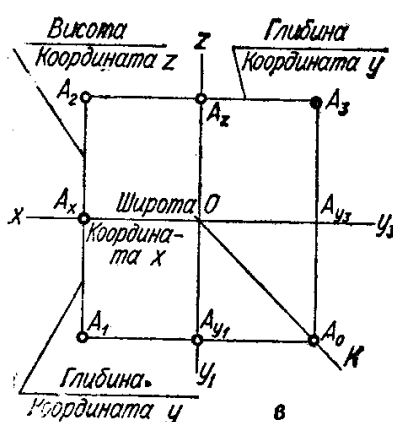
## 3. Виміри і координати точки.

У просторі є безліч точок, що займають різне положення відносно площин  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$ . Наприклад піраміда і зрізаний паралелепіпед (рис. 149), які мають 13 вершин, кожна із цих точок займає своє положення, яке буде характеризуватись трьома вимірами.



**Рис. 149**

1. **Висота** - це відстань від осі X вгору по осі Z.
2. **Ширина** - це відстань від центра осей по осі X.
3. **Глибина** - це відстань від фронтальної площини проєкцій вниз по осі Y (рис. 150).



**Рис. 150**

#### 4. Побудова проєкцій точки за її координатами.

Дуже часто виявляється зручним задавати положення точки в просторі її прямокутними координатами. Розглянемо на прикладі, побудову проєкцій точки за її координатами. Задано точку A (25, 15, 20), тобто координата  $x=25$  мм,  $y=15$  мм,  $z=20$  мм. Треба побудувати комплексне креслення точки A в системі трьох площин проєкцій.

Проводять осі  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ . Від центра осей по осі  $Ox$  відкладають координату  $x = 25$  мм. і через знайдену точку  $A_x$  проводять вертикальну лінію зв'язку. На цій лінії вниз від  $A_x$  відкладають координату  $y = 15$  мм і дістають горизонтальну проєкцію  $A_1$ , а вгору відкладають координату  $z = 20$  мм і дістають фронтальну проєкцію  $A_2$ . Профільну проєкцію точки A, можна знайти за допомогою постійної лінії K або за допомогою циркуля як показано на рис. 148 б.

#### 5. Різні положення точок у просторі відносно площин проєкцій.

Якщо ми розглянемо рис. 149, де піраміда і зрізаний паралелепіпед своїми основами лежать на горизонтальній площині проєкцій  $\Pi_1$ , тоді точки їхніх вершин займають різні положення. Одні з них розміщені в просторі, другі безпосередньо лежать на площинах проєкцій на осях тощо.

Отже точки, які доведеться проектувати можуть займати вісім основних положень.

1. **Точка розташована в просторі (рис. 151).** Тоді вона задана трьома координатами жодна з них не дорівнює нулю. Проекції такої точки будуть знаходитись на відповідних площинах проекцій.

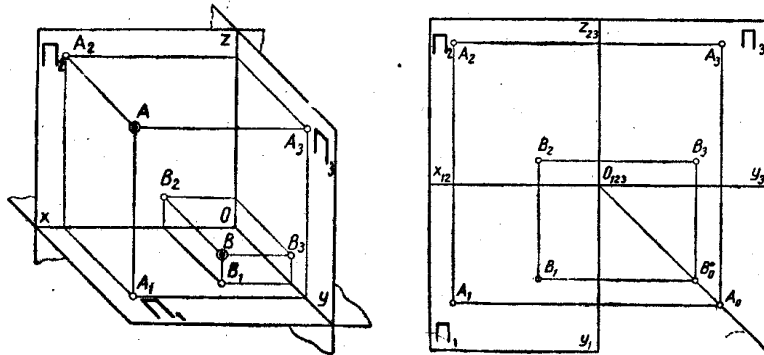


Рис. 151

2. **Точка лежить на одній із площин проекцій -  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  (рис. 152).** У цьому випадку одна із координат дорівнює нулю. В залежності, яка із координат дорівнює нулю точка може лежати на площині  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ . З рис. 152 видно, що для точки A координата  $z = 0$ . Тоді горизонтальна проекція  $A_1$  співпадає із самою точкою, фронтальна проекція  $A_2$  знаходиться на осі  $x$ , а профільна проекція  $A_3$  на осі  $y$ . (Самостійно розгляньте і поясніть положення точок B і C).

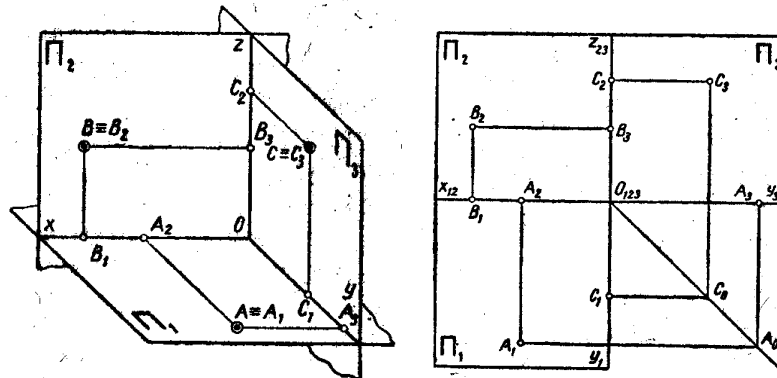


Рис. 152

3. **Точка лежить на одній із осей -  $O_x, O_y, O_z$  (рис. 153).** Тоді дві її координати дорівнюють нулю.

З рис. 153 видно, що координати  $y$  і  $z$  точки A дорівнюють нулю. Тоді точка A знаходиться на осі  $x$  і її горизонтальна і фронтальна проекції збігаються з точкою, а профільна проекція знаходиться в центрі координат. (Самостійно розгляньте і поясніть положення точок B і C).

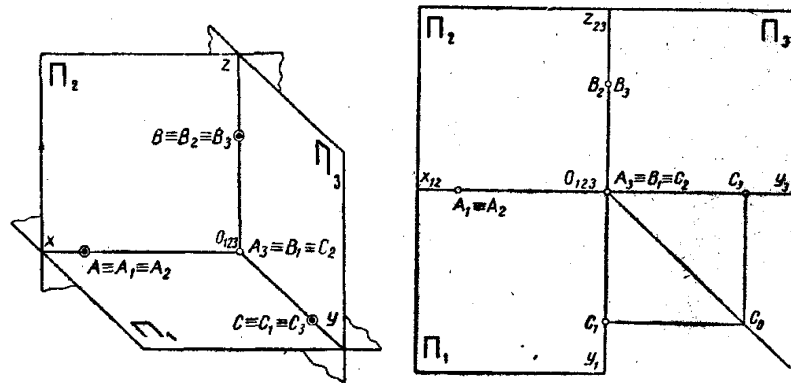


Рис. 153

### 6. Побудова третьої проекції точки за двома її проекціями.

Побудова третьої проекції точки за двома відомими, найчастіша умова рішення задач у кресленні. Це можна зробити трьома способами:

#### 1. Проекційний спосіб (рис. 154).

Із фронтальної проекції  $A_2$  проводять горизонтальну лінію зв'язку. З горизонтальної проекції  $A_1$  опускають перпендикуляр на вісь  $O_y$ , дістають точку  $A_{y1}$  і за допомогою циркуля або рівнобедреного трикутника знаходять точку  $O_{y3}$  положення точки  $A_{y3}$ . З цієї точки проводять вертикальну лінію зв'язку до перетину з горизонтальною лінією, проведеною з  $A_2$ . Точка  $A_3$  і буде профільною проекцією точки  $A$ .

#### 2. Координатний спосіб (рис. 155).

Із фронтальної проекції  $A_2$  проводять горизонтальну лінію зв'язку. Вимірюють циркулем відстань від проекції  $A_1$  до осі  $O_x$  (глибину точки, або координату  $y$ ) і відкладають цей відрізок на лінії зв'язку праворуч від точки  $A_2$ . Дістають профільну проекцію  $A_3$ .

#### 3. Спосіб з використанням постійної прямої креслення (рис. 156).

З центра координат під кутом  $45^\circ$  проводимо постійну лінію креслення  $K$  фронтальної проекції  $A_2$  проводять горизонтальну лінію зв'язку. З горизонтальної проекції  $A_1$  проводять горизонтальну лінію зв'язку до перетину в точці  $A_0$  з постійною прямою  $K$ , тобто з бісектрисою кута  $y_1O_{y3}$ . З точки  $A_0$  проводять вертикальну лінію зв'язку до перетину з лінією, проведеною з фронтальної проекції  $A_2$ .

EMBED  
CorelPhotoPaint.Image.9  
Рис. 154

EMBED  
CorelPhotoPaint.Image.9  
Рис. 155

EMBED  
CorelPhotoPaint.Image  
.9 Рис. 156

*Перевагу слід надавати другому і третьому способам, які потребують меншої кількості ліній побудови.*

### **7. Читання комплексного креслення точки.**

До читання можна включити розв'язання таких завдань:

- а) знаходження третьої проекції за двома заданими;
- б) визначення координат і положення точки відносно площин;
- в) побудова аксонометричного зображення точки за комплексним кресленням;
- г) аналіз взаємного розташування кількох точок відносно площин проекцій;

EMBED  
CorelPhotoPaint.Imag  
e.9  
Рис. 157

На рис.157 задано проекції точок А і В. Ці точки розташовані в просторі, бо жодна з координат не дорівнює нулю. З рисунка бачимо, що широта точки А більша за широту точки В, бо відрізок  $OA_x$  більший за відрізок  $OB_x$ . Отже точка А лежить далі від площини проекцій  $\Pi_3$ , ніж точка В. Глибина точок А і В однакова, бо координати у (відрізки  $A_1A_x$  і  $B_1B_x$ ) рівні. Звідси випливає, що ці точки однаково віддалені від площини проекцій  $\Pi_2$ . Висота точок різна. Точка В лежить вище від площини проекцій  $\Pi_1$  на величину  $B_2B_0$ .

### **Проектування прямої лінії.**

#### **8. Проектування прямої на три площини проекцій.**

*Пряма в просторі безмежна. Обмежену частину прямої називають відрізком.*

Проектування прямої зводиться до побудови проекцій будь-яких двох її точок, бо дві точки в просторі повністю визначають положення прямої в просторі.

- Коли з крайніх точок відрізка АВ розташованого в просторі опустити перпендикуляри на площину  $\Pi_1$  і з'єднаємо однойменні проекції прямою лінією то отримаємо *горизонтальну проекцію* відрізка АВ. Опустивши перпендикуляри на площину  $\Pi_2$  і відповідно з'єднаємо їх між собою отримаємо *фронтальну проекцію* відрізка АВ. Для побудови третьої проекції прямої за двома відомими можна використати ті самі способи, що й для побудови третьої проекції точки (рис.154-156)

#### **9. Положення прямої відносно площин проекцій.**

На рис.158 зображено паралелепіпед із зрізаною передньою верхньою вершиною і довільну трикутну піраміду. Ребра паралелепіпеда і піраміди займають різні положення в просторі відносно площин проекцій. Щоб

будувати і читати креслення, треба вміти аналізувати різні положення прямої в просторі.

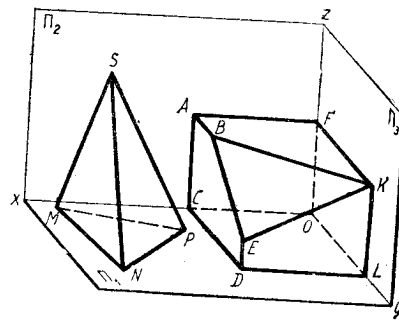


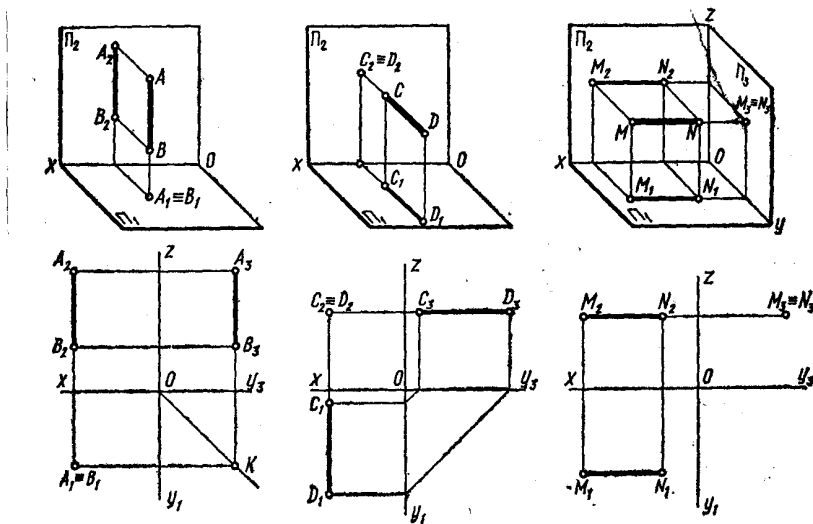
Рис. 158

Відносно площин проєкцій пряма може займати безліч положень. Ці положення можна систематизувати і розділити на прямі **окремого** і **загального** положення.

**Прямі окремого** положення поділяються на проєктуючі прямі і прямі рівня.

*Проектуючою прямою називають пряму, яка перпендикулярна до однієї площини проєкцій і паралельна до двох інших*

На рис.159 а пряма АВ перпендикулярна до горизонтальної площини проєкцій і називається *горизонтально проектуючою прямою*, пряма CD (рис.159 б) перпендикулярна до фронтальної площини проєкцій і називається *фронтально проектуючою*, пряма MN (рис. 159 в) перпендикулярна до профільної площини проєкцій і називається *профільно проектуючою* прямою.



а)

б)

в)

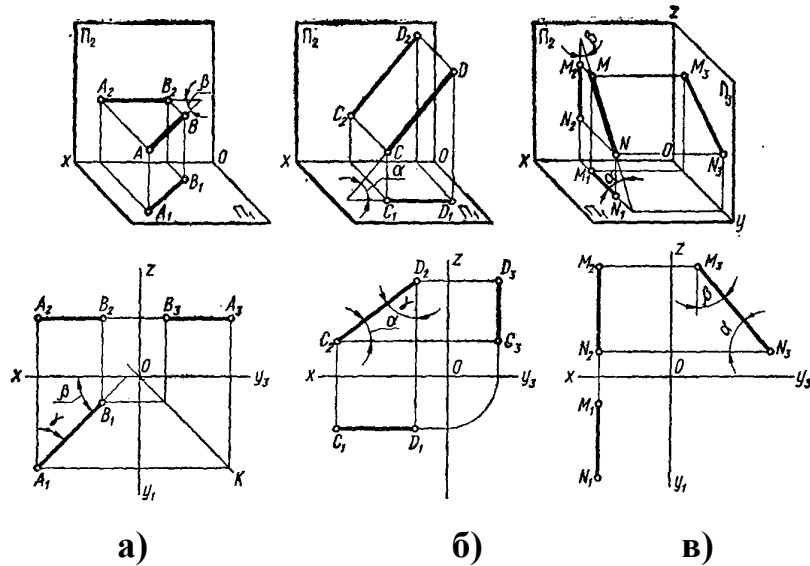
Рис. 159

### Основні властивості проектуючої прямої.

*На одну із площин проєкцій проектуюча пряма проєктується в точку, а на дві інших у вигляді відрізків, які займають вертикальне або горизонтальне положення і величина яких дорівнює натуральній величині відрізка прямої.*

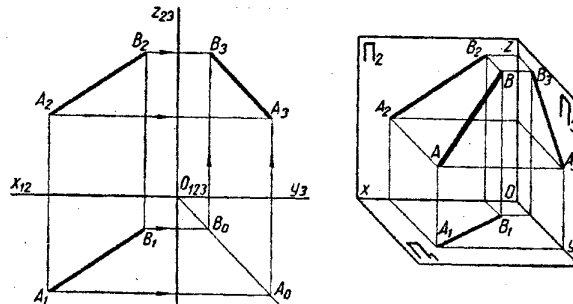
**Прямими рівня** називають прямі, паралельні одні із площин проєкцій.

Пряма АВ (рис. 160 а) паралельна до горизонтальної площини проєкцій і називається *горизонтальною прямою*, пряма CD (рис. 160 б) паралельна фронтальній площині проєкцій і називається *фронтальною прямою*, пряма MN (рис. 160 в) паралельна профільній площині проєкцій і називається *профільною прямою*.



**Рис. 160**

**Прямую загального положення** називають прямою, розташовану похило до всіх площин проєкцій (рис. 161).



**Рис. 161**

Жодна проєкція цієї прямої не може бути паралельною осям проєкцій або перпендикулярною до них і не зображується в натуральну величину.

## 10. Пряма і точка.

Якщо точка лежить на прямій, то її проєкції лежать на одно іменних проєкціях прямої і на спільній лінії зв'язку.

Розгляньте і проаналізуйте положення точки С відносно прямої АВ (рис. 162).

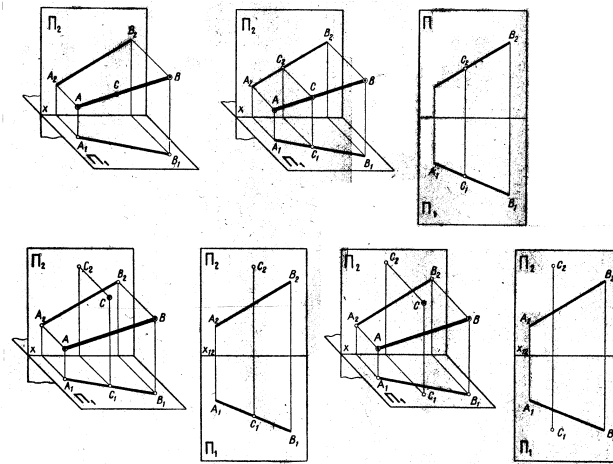


Рис. 162

### 11. Взаємне розташування прямих у просторі.

Дві прямі в просторі одна відносно одної можуть бути взаємно паралельні, перетинатись і бути мимобіжними.

#### Паралельні прямі.

Якщо, прямі в просторі паралельні, то їх однойменні проекції, на будь-яку площину, також є паралельними.

Так однойменні проекції паралельних прямих загального положення (рис. 163) паралельні між собою, тобто  $A_1B_1 \parallel C_1D_1$ ,  $A_2B_2 \parallel C_2D_2$

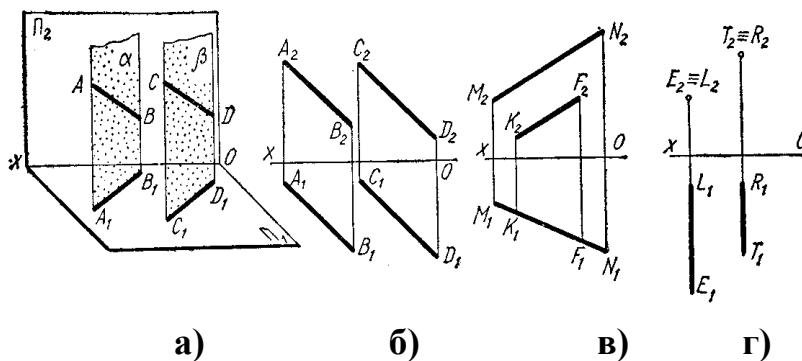


Рис. 163

#### Прямі, що перетинаються.

Якщо прямі в просторі перетинаються, то на комплексному кресленні їх однойменні проекції перетинаються і точки перетину лежать на одній лінії зв'язку (рис. 164).

Точка перетину на горизонтальній проекції  $K_1$  лежить на одному перпендикулярі з точкою  $K_2$  на фронтальній проекції.

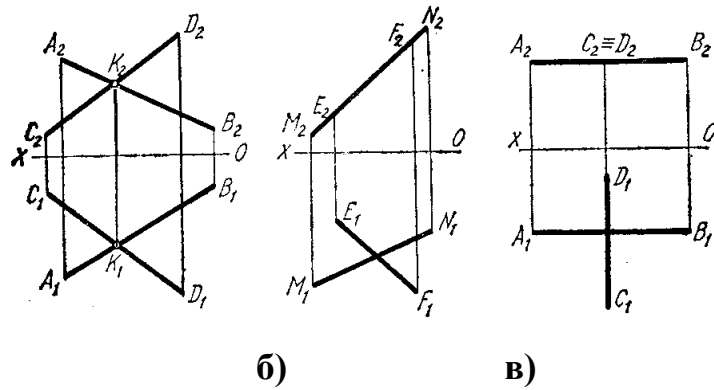


Рис. 164

### Мимобіжні прямі.

Якщо дві прямі в просторі не паралельні і не перетинаються, то такі прямі називаються мимобіжними (рис. 165).

Точки перетину однойменних проєкцій цих прямих не лежать на одній лінії проєкційного зв'язку.

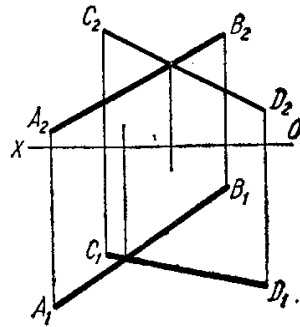


Рис. 165

### Питання для самоконтролю.

1. Як називають і як позначають три основні площини проєкцій?
2. Як позначають осі проєкцій?
3. Які виміри, або координати, має точка, що лежить в просторі? Що лежить на площині проєкцій  $\Pi_3$ ? Що лежить на осі проєкцій  $O_y$ ?
4. Якими способами можна побудувати третю проєкцію точки за двома її відомими?
5. Які способи знаходження третьої проєкції прямої ви знаєте?
6. Основні властивості проєктуючої прямої.
7. Основні властивості прямої рівня.
8. Яке взаємне положення можуть займати дві прямі в просторі?

## Тема 6. Проектування площини.

### План.

1. Зображення площини на комплексному кресленні.
2. Положення площини відносно площин проекцій.
3. Пряма і точка, що лежать у площині.
4. Головні лінії площини.
5. Взаємне розташування площин.
6. Пряма паралельна площині.
7. Перетин прямої з площиною.

### 1. Зображення площини на комплексному кресленні.

З елементарної геометрії відомо, що *через будь-які три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину і притому тільки одну.* Отже на комплексному кресленні площину можна зобразити проекціями геометричних елементів, що повністю визначають її положення в просторі, а саме:

- а) трьох точок, що не лежать на одній прямій (рис. 166 а)
- б) прямої і точки, розташованої поза нею (рис. 166 б)
- в) двох прямих, що перетинаються (рис. 166 в)
- г) двох паралельних прямих (рис. 166 г)
- д) трикутника, або іншої геометричної фігури (рис. 166 д)

З рисунків бачимо, що від одного виду зображення площини легко перейти до іншого. Так, щоб перейти від зображення площини прямою і точкою до зображення її трикутником, треба тільки сполучити точку з кінцями відрізка прямої.

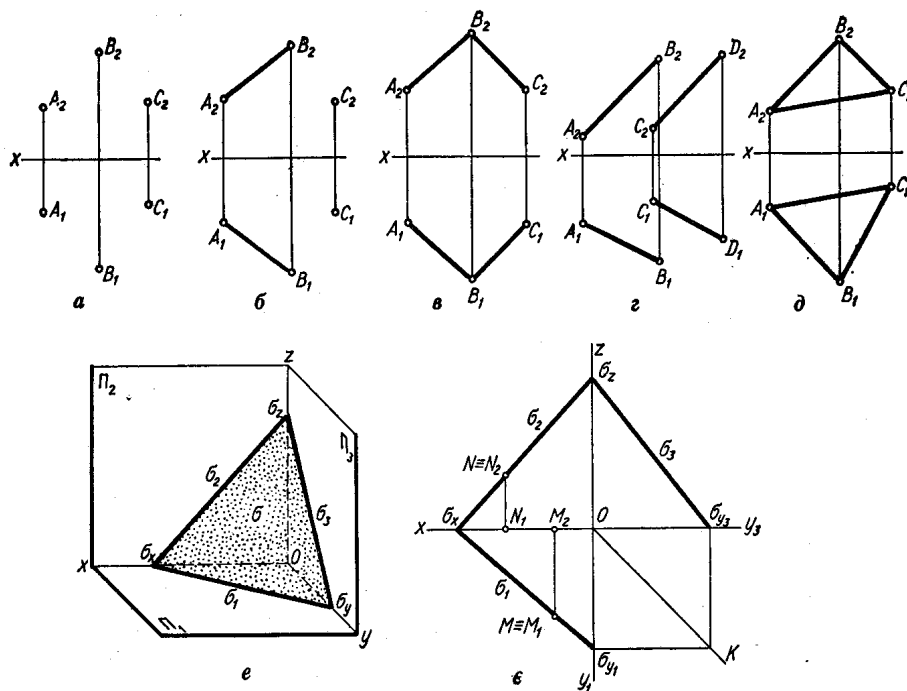


Рис. 166

Розглянемо ще один спосіб зображення площини - спосіб слідів (рис. 166 е, є).

Лінію перетину площини з площиною проєкцій називають слідом площини. З рисунка видно, що перетин площини з горизонтальною площиною проєкцій утворює горизонтальний слід, з фронтальною фронтальний і профільною профільний слід.

## 2. Положення площин в просторі відносно площин проєкцій.

Щоб навчитися читати креслення і будувати зображення складних технічних деталей треба вміти аналізувати різні положення площин в просторі (рис.167).

За розташуванням в просторі розрізняють *площини окремого і загального положення*.

*Площини окремого положення* поділяють на *площини рівня і проєктуючі*.

*Площина рівня* паралельна одній або перпендикулярна до двох інших площин проєкцій.

Розрізняють три види площин рівня: *горизонтальну*, тобто паралельну площині  $\Pi_1$  (рис.168 а) *фронтальну*, паралельну площині  $\Pi_2$  (рис. 168 б) і *профільну* паралельну площині  $\Pi_3$  (рис.168 в).

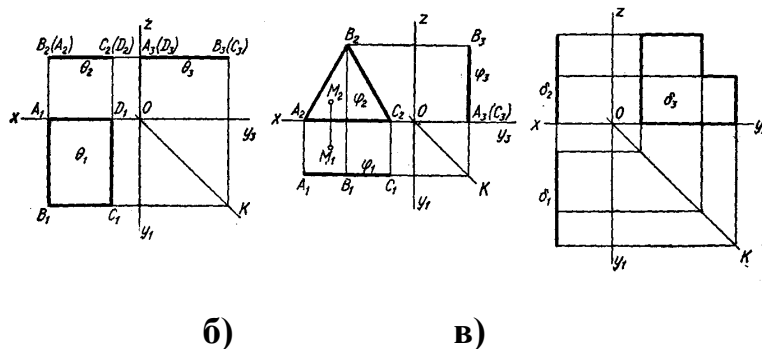


Рис. 168

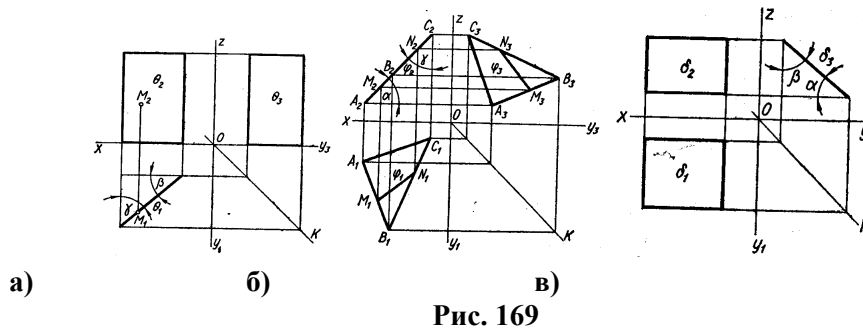
### Основні властивості площин рівня:

- Довільна фігура, що лежить в площині рівня, проєкується в натуральну величину на ту площину проєкцій, якій ця площина рівня паралельна. На дві інші площини проєкцій фігура проєкується відрізками прямих, які займають вертикальне або горизонтальне положення.
- Сліди-проєкції площин рівня мають збиральну властивість, тобто точки які належать площині лежать на слідах-проєкціях цієї площини.

### Проекуючі площини.

Проекуючою називається площина, перпендикулярна до однієї з площин проєкцій.

Розрізняють три види проектуючих площин: горизонтально проектуючу, тобто перпендикулярну до площини  $\Pi_1$  (рис.169а), фронтально проектуючу - перпендикулярну до площини  $\Pi_2$  (рис. 169 б) і профільно проектуючу - перпендикулярну до площини  $\Pi_3$  (рис. 169 в).



### Основні властивості проектуючих площин.

- Проекуюча площина зображується прямою лінією на цих площинах проєкцій, до яких вона перпендикулярна.
- Сліди-проєкції мають збиральну властивість. Якщо точка або пряма належить площині то їх проєкції будуть лежати на слідах проєкціях цієї площини.
- Проекуючу площину можна задати лише одним слідом проєкцією.
- За комплексним кресленням можна визначити кути нахилу проектуючої площини до площин проєкцій.

### 3. Прямі й точки, що лежать у площині.

#### 4. Головні лінії площини.

Пряма лежить у площині, якщо вона проходить через дві точки, що належать цій площині (рис. 170 а), або через одну її точку паралельно іншій прямій, проведеній на площині (рис.170б).

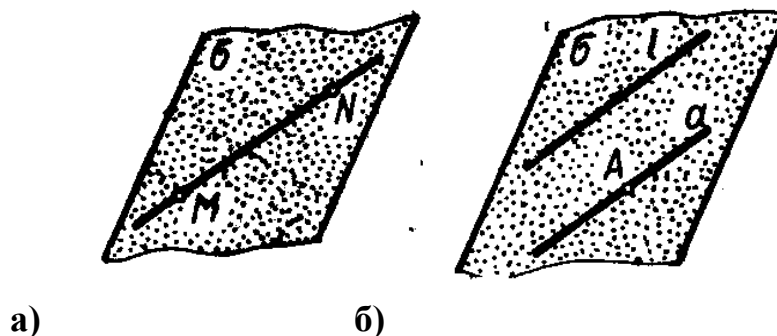


Рис. 170

**Головні лінії площини це фронталь і горизонталь площини.**

*Горизонталь площини – лінія, яка належить цій площині і розташована паралельно горизонтальній площині проєкцій..*

*Фронталь площини – лінія, яка належить цій площині і розташована паралельно фронтальній площині проєкцій..*

**Задача** – побудувати горизонталь  $h$  в площині, яка задана двома прямими  $AB$ , що перетинаються (рис. 180 а). Побудову починаємо з фронтальної площини проєкцій, де через проєкції прямих  $A_2, B_2$  паралельно осі “ $x$ ” проводимо фронтальну проєкцію горизонталі  $h_2$ . Ця проєкція перетне проєкції прямих в точках  $C_2, D_2$  знайдемо горизонтальну проєкцію цих точок  $C_1, D_1$  з’єднаємо їх між собою і отримаємо горизонтальну проєкцію горизонталі  $h$ .

*Самостійно проаналізувати ( рис. 180 б) і провести побудову фронталі.*

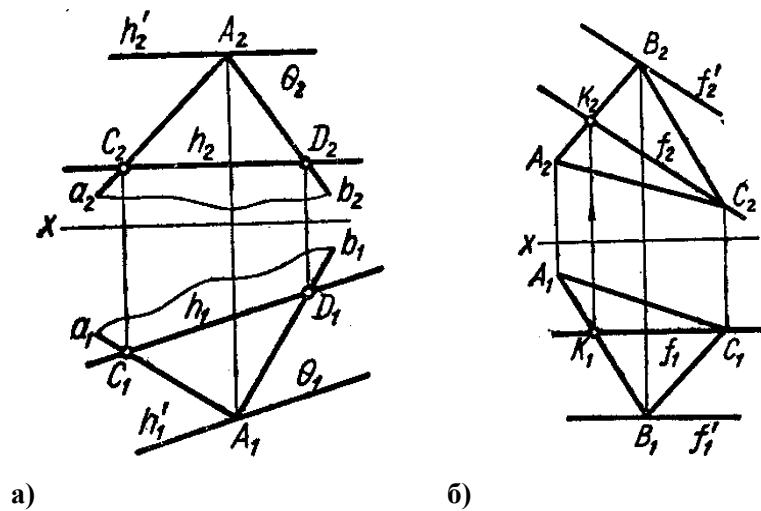


Рис. 180

### 5. Взаємне розташування площин.

Дві площини в просторі можуть бути між собою паралельними, або перетинатися.

**Паралельні площини.**

*Площини паралельні, якщо дві пересічні прямі однієї з них відповідно паралельні двом пересічним прямим другої (рис. 181 а).*

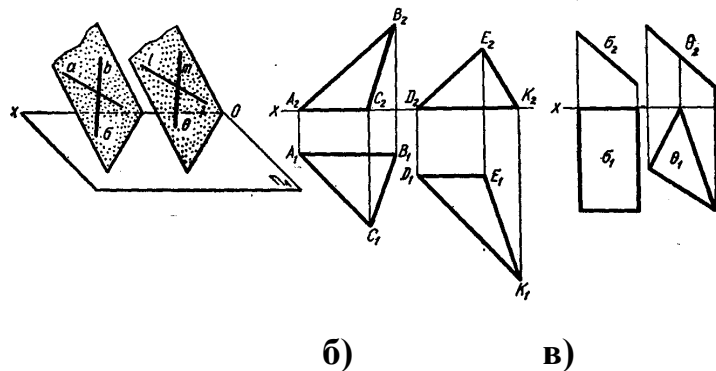


Рис. 181

Трикутник ABC і DEK (рис. 181 б) паралельні між собою, бо сторони AB і AC одного трикутника відповідно паралельні сторонам DE і DK другого. Треті сторони BC і EK цих трикутників можуть бути і непаралельні.

*Площини окремого положення паралельні тоді, коли паралельні їх сліди однойменні сліди-проекції.*

На рис. 181 в - зображено паралельні фронтально проектуючі площини, а рис. 181 а - горизонтально проектуючі площини.

### Площини, що перетинаються.

Розглянемо малюнок і комплексне креслення трикутної призми (рис. 182), яка складається із п'яти площин - три у вигляді прямокутника, це бічні грані призми. Верхня і нижня основа призми проектується у вигляді трикутника. Усі ці площини перетинаються між собою. Бічні грані призми займають горизонтально проектуюче положення, тобто перпендикулярні до площини  $\Pi_1$ . Лінією їх перетину буде пряма АВ, яка також перпендикулярна до площини  $\Pi_1$ . Верхня і нижня основа це фронтально проектуючі площини, проекції їх це прямі, які збігаються із слідами цих площин. Звідси можна зробити висновки:

- дві площини перпендикулярні до якої-небудь площини проекції перетинаються по прямій, яка також перпендикулярна до тієї самої площини проекції.
- дві площини перпендикулярні до різних площин проекцій перетинаються по прямій, проекції якої збігаються із слідами-проекціями площини.

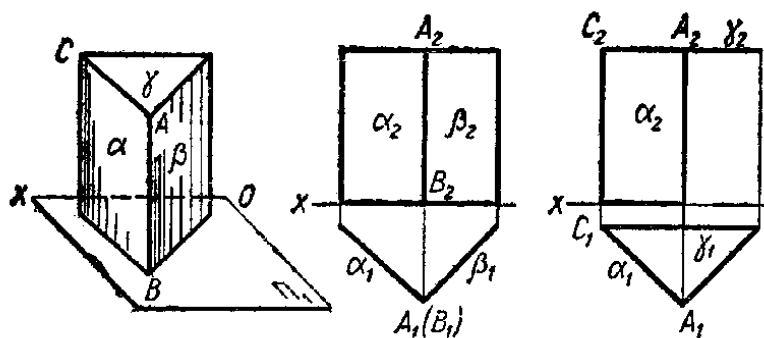


Рис. 182

### 6. Пряма паралельна площині.

Пряма може лежати в площині, бути їй паралельною, перетинатися з нею, або бути до неї перпендикулярною.

*Коли пряма паралельна будь-якій прямій, розміщеній на площині, то вона паралельна самій площині (рис. 183 а). Отже, якщо через точку в просторі треба провести пряму, паралельну площині, то спочатку в цій площині намічають яку-небудь пряму, а потім через задану точку проводять другу пряму, паралельну першій (рис. 183 б).*

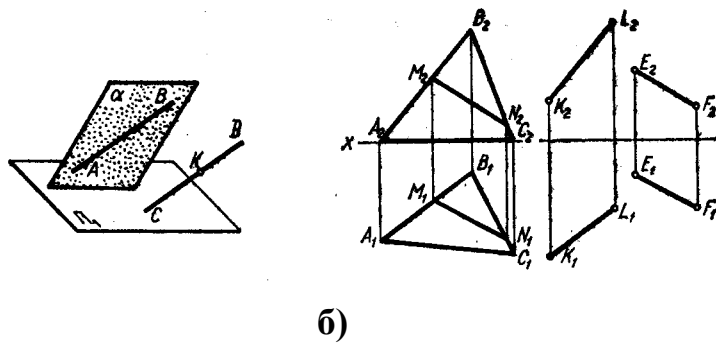


Рис. 183

### 7. Перетин прямої з площиною.

Спочатку розглянемо перетин прямої з площиною окремого положення. Пряма АВ (рис. 184) перетинає горизонтально проєктуючу площину  $\alpha$ . Горизонтальна проєкція  $K_1$  точки перетину лежить на перетині проєкцій  $A_1B_1$  із слідом проєкцією  $\alpha_1$  площини. Провівши з точки  $K_1$  вертикальну лінію зв'язку до перетину з проєкцією  $A_2B_2$  знайдемо фронтальну проєкцію точки  $K_2$ . Отже, якщо пряма перетинає проєктуючу площину, то відповідна проєкція точки перетину лежить на перетині сліду-проєкції площини з однойменною проєкцією прямої.

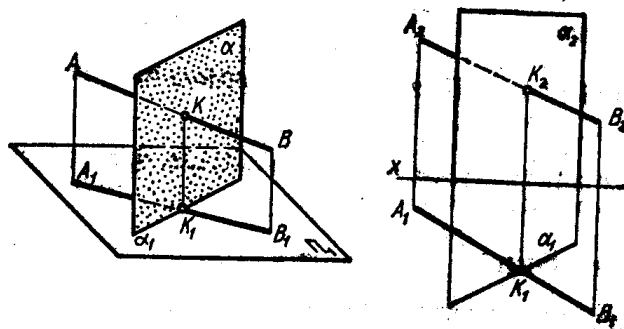


Рис. 184

### Завдання для самоконтролю.

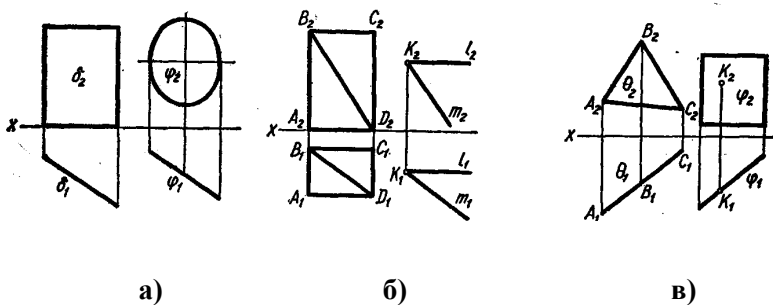


Рис. 185

### Задача.

Щоб побудувати через задану точку  $K$  площину, паралельну площині прямокутника  $ABCD$  (рис. 185 б) досить через точку  $K$  провести прямі  $l$  і  $m$ , відповідно паралельні стороні  $BC$  і діагоналі  $BD$  прямокутника.

### Вправа.

Поясніть, як через точку К (рис. 185 в) проведено площину, паралельну площині АВС.

## Тема 7. Аксонометричні проєкції.

### План.

1. Суть і основні положення аксонометричного проєктування.
2. Прямокутна ізометрія.
3. Прямокутна симетрія.
4. Умовності і нанесення розмірів в аксонометрії.

#### 1. Суть і основні положення аксонометричного проєктування.

Комплексні ортогональні проєкції, мають перевагу в тому, що вони проєктуються на площини проєкцій до яких вони паралельні в натуральну величину. Тому їх просто виконувати і легко визначати розміри при виготовленні деталі. Проте комплексні креслення не мають достатньої наочності і тому потрібно мати просторову уяву, щоб відтворити справжню форму деталі. Аксонометричні проєкції порівняно мають істотну перевагу в наочності це видно з приведеного рисунка, на якому показано комплексне креслення і аксонометричне зображення кронштейна (рис. 186).

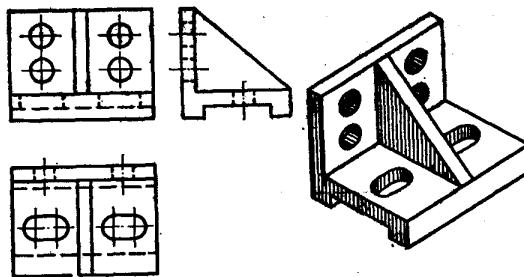


Рис. 186

*Слово “аксонометрія” означає вимірювання по осях.*

При аксонометричному проєктуванні ми не маємо натурального зображення предмету, тому що осі розташовані під різними кутами і його зображення буде більше або менше від натурального. Для визначення дійсного зображення необхідно визначити коефіцієнт спотворення на даній осі.

*Відношення довжини аксонометричної проєкції відрізка координатної осі до довжини самого відрізка цієї осі в натурі називають коефіцієнтом спотворення.*

При побудові аксонометричних проєкцій проєктуючі промені можуть бути перпендикулярними або не перпендикулярними до площини аксонометричних проєкцій. У першому випадку вони називаються *прямокутними* аксонометричними проєкціями, а в другому – *косокутними*.

Якщо всі три коефіцієнти спотворення рівні між собою, то така аксонометрія називається *ізометричною* або *ізометрія*. Аксонометрія при двох рівних коефіцієнтах спотворення і третьому, що не дорівнює їм, називається *диметричною* або *диметрія*.

Існують і інші види аксонометричних проєкцій, з якими ви можете ознайомитись в підручнику “Креслення” А. М. Хаскін.

## 2. Прямокутна ізометрія.

Прямокутну ізометрію, або скорочено, ізометрію, широко використовують у практиці креслення. В ізометричній прямокутній проєкції аксонометричні осі  $O'x'$ ,  $O'y'$ ,  $O'z'$  утворюють одна з одною кути  $120^\circ$ , а коефіцієнти спотворення по всіх трьох осях однакові і дорівнюють 0,82. На рис. 187 показано побудову осей прямокутної ізометрії різними методами.

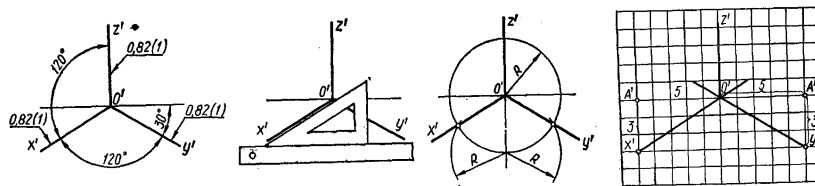


Рис. 187

Так як найпростіша модель або деталь складається з певної кількості плоских геометричних фігур, то ми спочатку навчимося будувати їх аксонометричне зображення.

### Побудова ізометричної проєкції багатокутників

Оскільки плоска фігура має два виміри, то в побудові її аксонометричної проєкції використовують дві осі залежно від того, якій площині проєкцій фігура паралельна. При паралельності площині  $\Pi_1$  використовують осі  $x$  і  $y$ , при паралельності площині  $\Pi_2$  -  $x$  і  $z$ , при паралельності площині  $\Pi_3$  - осі  $y$  і  $z$ .

*Розглянемо побудову в ізометрії правильного шестикутника.*

Допустимо, що шестикутник розміщений паралельно площині  $\Pi_2$  (рис. 104 а, б). Коли плоска фігура має дві взаємно перпендикулярні осі симетрії, то їх доцільно взяти за осі координат. Будуємо осі  $O'x'$  і  $O'z'$  і відкладаємо по осі  $O'x'$  вліво і вправо від точки  $O'$  відрізки  $O'A' = OA$  і  $O'D' = OD$ . По осі  $O'z'$  угору і вниз від точки  $O'$  відкладаємо відрізки  $O'1' = O1$  і  $O'2' = O2$ . Через знайдені точки  $1'$  і  $2'$  відкладаємо половину довжини сторони шестикутника  $1'B' = 1B = 25:2\text{мм}$ . Сполучивши побудовані вершини шестикутника дістанемо його ізометричну проєкцію  $A'B'C'D'E'F'$ . Аналогічним способом, як показано на (рис. 188 ) будуємо ізометрію цього ж шестикутника, який паралельний площинам проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_3$ .

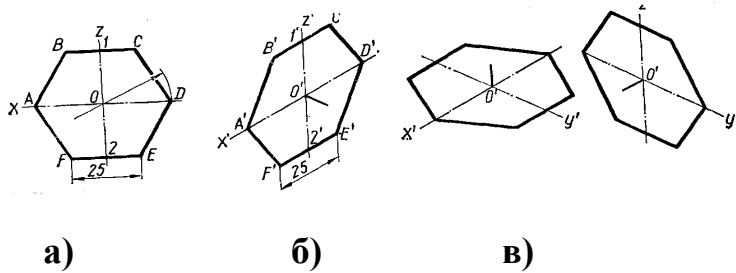


Рис. 188

### Побудова ізометричної проєкції кола.

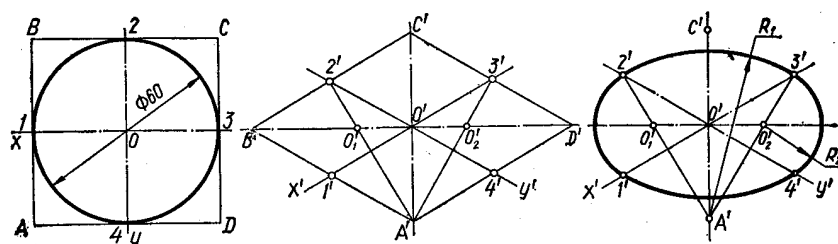
Ізометричними проєкціями кіл, розташованих у площинах проєкцій або в площинах паралельних їм, є еліпси з однаковим співвідношенням осей (рис. 189). Великі осі цих еліпсів дорівнюють  $1,22d$ , а малі  $0,71d$ , де  $d$  - діаметр зображуваного кола. Напрямок осей еліпсів залежить від положення проєктованого кола. Є таке правило: *в прямокутній аксонометрії велика вісь еліпса завжди перпендикулярна до тієї аксонометричної осі, якої немає в даній площині проєкції, а мала збігається з цією віссю або паралельна їй.*

EMBED MSPhotoEd.3  
Рис. 189

Наприклад коло лежить у горизонтальній площині проєкції, проєкується в еліпс, велика вісь якого перпендикулярна до осі  $O'z'$ , а мала збігається з нею.

В практиці, як правило еліпс замінюється чотирьох центровим овалом, що значно спрощує побудову. Є два способи побудови овалів, що наближено замінюють ізометричну проєкцію кіл.

**1-й спосіб** (рис. 190 а-в) Будуємо аксонометричні осі  $O'x'$  і  $O'y'$  і відкладаємо від них від точки  $O'$  відрізки, що дорівнюють радіусу заданого кола, тобто 30мм. Через знайдені точки  $1' 2' 3' 4'$  проводимо лінії паралельні осям  $O'x'$  і  $O'y'$ , і дістанемо ромб  $A'B'C'D'$ , який є ізометричною проєкцією квадрата, описаного навколо цього кола. Вершини ромба, які лежать на короткій діагоналі, є центрами для проведення великих дуг овалу. Проводимо велику діагональ ромба  $B'D'$  і сполучаємо вершину  $A'$  із точками  $2'$  і  $3'$ . Перетин цих ліній з великою діагоналлю ромба визначають два інших центри овалу -  $O'_1$  і  $O'_2$ . Із центрів  $A'$  і  $C'$  креслимо великі дуги овалу радіусом  $R_1 = A'2'$ , а з центрів  $O'_1$  і  $O'_2$  - малі дуги радіусом  $R_2 = O'_23'$ . На цьому рисунку побудовано ізометричну проєкцію кола, яке лежить у площині проєкцій  $\Pi_1$ .



a) б) в)  
Рис. 190

На рис. 191 а - цим способом побудовано ізометричну проекцію кола, яке лежить у площині  $\Pi_2$ , а на рис. 191 б - у площині  $\Pi_3$ .

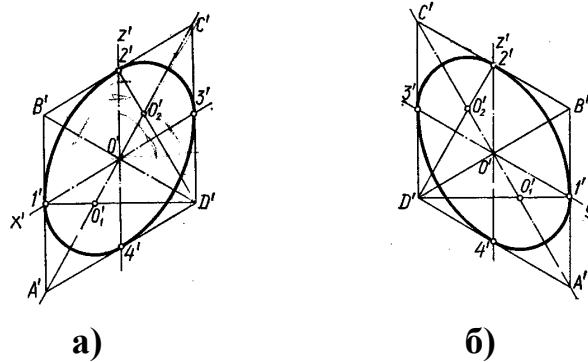


Рис. 191

**2-й спосіб** полягає в тому, що ми спочатку вираховуємо довжину великої і малої осі овалу будуюмо два кола діаметром АВ (велика вісь) і CD (мала вісь), а потім знаходимо центри і точки спряжень, проводимо побудову (рис. 192).

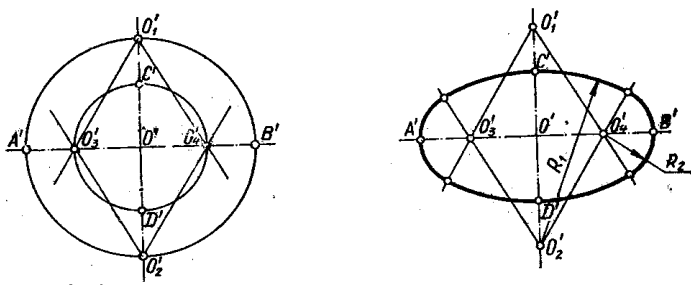


Рис. 192

### Побудова ізометричних проекцій геометричних тіл і деталей.

При побудові ізометричних проекцій геометричних тіл, геометричне тіло умовно розбивають на плоскі геометричні фігури і проводять їх побудову. А побудову ізометричних проекцій деталей проводять за принципом розбивки деталі на прості геометричні тіла (рис. 193) і проводять їх побудову.

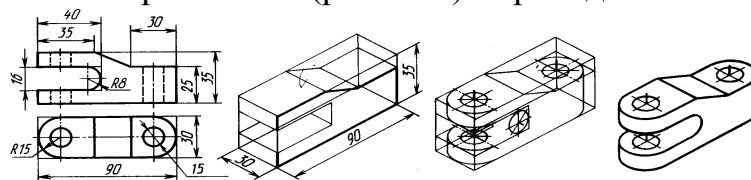


Рис. 193

Для виявлення внутрішньої будови деталі застосовують виріз її 1/4 частини. Розрізи в

аксонометричних проєкціях можна будувати двома способами.

**Перший спосіб.** Спочатку будують в тонких лініях аксонометричну проєкцію, а потім виконують виріз, направляючи дві січні площини по осях  $x$  і  $y$  (рис. 194), витирають частину зображення, після чого заштриховують розріз і наводять зображення основною суцільною лінією.

**Другий спосіб.** Спочатку будують аксонометричні проєкції фігур перерізу, а потім докреслюють частини зображення предмета, які розташовані за січними площинами (рис. 195).

Другий спосіб спрощує і звільняє креслення від лишніх ліній побудови.

Лінії штриховки перерізу в аксонометричних проєкціях наносять під кутом  $60^\circ$  до горизонтальної прямої або паралельно їй.

### 3. Прямокутна диметрія.

*Прямокутною диметрією називається аксонометрична проєкція з однаковими показниками спотворення по двох осях.*

За ГОСТом у кресленні застосовують прямокутну диметрію, в якій вісь  $O'z'$  розміщена вертикально, вісь  $O'x'$  нахилена під кутом  $7^\circ 10'$ , а вісь  $O'y'$  - під кутом  $41^\circ 25'$  до горизонтального напрямку. Коефіцієнт спотворення по осях  $x'$  і  $z'$  дорівнює 0,94, а по осі  $y'$  - 0,47. За стандартом застосовують так звану збільшену диметрію з коефіцієнтами  $p = r = 1$  і  $q = 0,5$ , тобто по осях  $x'$  і  $z'$  або по напрямках, їм паралельних, відкладають справжні розміри, а по осі  $y'$  розміри скорочують удвоє. Величина зображення при цьому дорівнює  $1/0,94 \approx 1,06$ .

Для побудови осей диметрії використовують два способи:

**1-й спосіб.** За допомогою транспортира або відкладанням однакових відрізків по горизонтальних і вертикальних прямих (рис. 196).

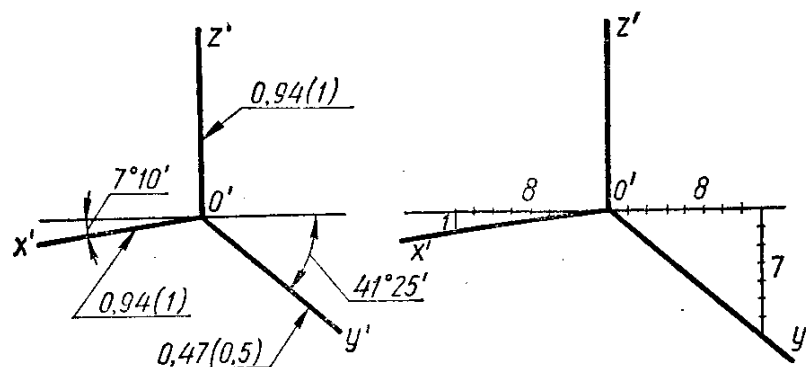


Рис. 196

**2-й спосіб.** За допомогою циркуля (рис. 197), відкладаємо на вертикалі від точки  $O'$  у гору два відрізки однакової довжини, а вниз - один такий відрізок. З точки  $O'$  радіусом  $R_1 = O'A'$  проводимо

дугу кола до перетину в точці  $B'$  з дугою, переведемо з центра  $A'$  радіусом  $R_2 = A'D'$ . Пряма  $O'B'$  - це напрям аксонометричної осі  $x'$ . Третю дугу радіусом  $R_3 = B'A'$  проводимо з центра  $B'$  до перетину з дугою радіуса  $R_2$  в точці  $C'$ . Пряма  $O'C'$  - пряма осі  $y'$  диметрії.

### Побудова диметричних проєкцій багатокутників.

Побудова диметричних проєкцій багатокутників, які показані на рис. 198, проводиться так само, як і в ізометрії тільки розміри по осі  $y'$  зменшуються в два рази.

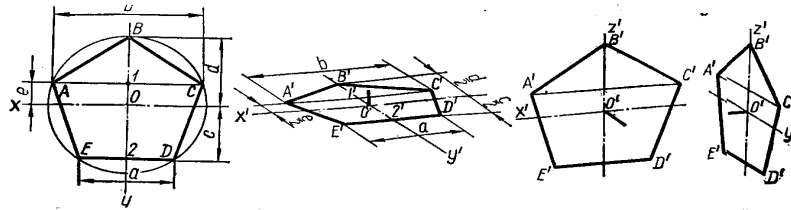


Рис. 198

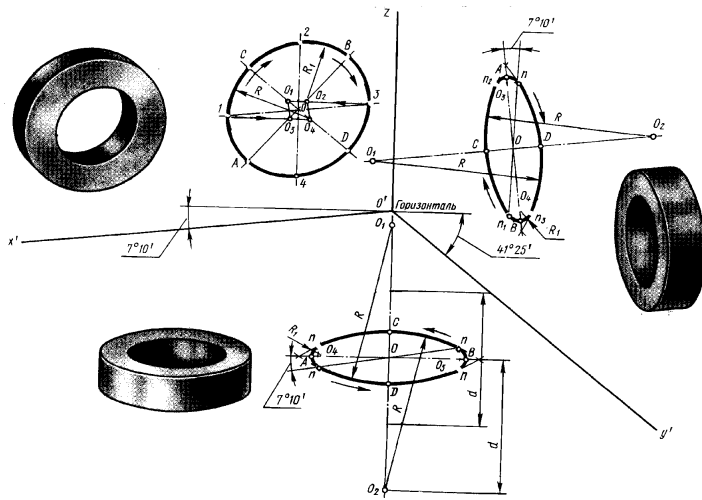
### Побудова кола в диметрії.

Диметричною проєкцією кіл є еліпс, який на практиці замінюється в чотирьох центровий овал. Велика вісь цих овалів у всі площинах проєкцій є однакою, вона дорівнює  $1,06d$ . Величина малої осі є різна для площин  $\Pi_1$  і  $\Pi_3$  вона становить  $0,35d$ , а для площини  $\Pi_2$   $0,95d$ . Правило розташування цих осей таке, як і в ізометрії (рис. 199).

EMBED MSPhotoEd.3

Рис. 199

Розглянемо побудову овалу, що замінює проєкцію кола, розміщеного в площинах  $\Pi_1$  і  $\Pi_3$  (рис. 200). Через точку  $O$  - початок аксонометричних осей - проводимо дві взаємно перпендикулярні прямі і відкладаємо на горизонтальній прямій величину великої осі  $A'B' = 1,06d$ , а на вертикальній - величину малої осі  $C'D' = 0,35d$ . З центра  $O$  будуюмо коло заданого діаметра, з цього центра вгору і вниз відкладаємо величину діаметра кола і отримуємо точки  $O_1$  і  $O_2$  - центри для радіуса великої дуги  $R_1 = O_1D$ ,  $R_2 = O_2C$ . Будуюмо ці дуги до перетину з колом в цих місцях отримуємо точки  $n$ . Центри  $O_1$  і  $O_2$  з'єднуємо з точкою  $n$  і на великій осі  $AB$  отримуємо центри  $O_3$   $O_4$  з цих центрів радіусом  $R_1 = O_3n$  і  $R_2 = O_4n$ , проводимо малу дугу овалу.



**Рис. 200**

Побудова овалу в площині  $P_3$ .

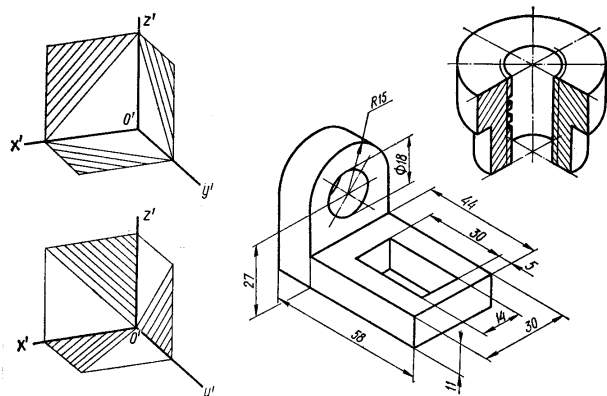
Через точку  $O$  проводимо осі паралельні осям  $x$  і  $z$ . Із центра  $O$  будемо коло заданого діаметру, яке перетне осі в точках 1, 2, 3, 4. З точок 1 і 3 по напрямку стрілок проводимо горизонтальні лінії до перетину з осями  $AB$  і  $CD$ . Отримаємо центри  $O_1 O_2 O_3 O_4$

#### 4. Умовності і нанесення розмірів в аксонометрії.

Лінії штриховки розрізів і перерізів в аксонометричних проекціях наносять паралельно одній з діагоналей проекцій квадратів, які лежать у відповідних координатних площинах і сторони яких паралельні аксонометричним осям (рис. 201 а). На відміну від комплексних проекцій, в аксонометрії штрихують у розрізах і перерізах ребра жорсткості, спиці маховиків, коліс та інші подібні елементи.

При нанесенні розмірів виносні лінії проводять паралельно аксонометричним осям, а розмірні - паралельно вимірювальному відрізку (рис. 201 б).

Різьбу в аксонометричних проекціях зображують тонкою суцільною лінією. Якщо потрібно, частково показують профіль різьби (рис. 201 в).



**а)**

**б)**

**Рис. 201**

### Питання для самоконтролю.

1. У чому перевага аксонометричних проєкцій порівняно з комплексними?
2. Як класифікуються аксонометричні проєкції?
3. Способи побудови осей прямокутної ізометрії.
4. Способи побудови осей прямокутної диметрії.
5. Правило розташування великої і малої осі овалу в аксонометричних проєкціях.
6. Як зображується різьба в аксонометричних проєкціях?

## Тема 8. Поверхні та тіла.

### План.

1. Загальні положення.
2. Призма.
3. Піраміда.
4. Циліндр.
5. Конус.
6. Куля (сфера).

### 1. Загальні положення.

Щоб накреслити складну технічну деталь, треба навчитись будувати проєкції простих геометричних тіл, з яких складаються деталі – призми, циліндрів, конусів тощо.

Зобразити і прочитати креслення геометричного тіла означає:

1. Вміти за розмірами побудувати його проєкції.
2. Вміти визначити ребра, грані, вершини, твірні тощо.
3. Проаналізувати їх розташування відносно площин проєкцій.
4. Показати видимі і не видимі його елементи на кожній із проєкцій.
5. Знаходити проєкції точок, що лежать на поверхні тіла.
6. Проставляти розміри.

### 2. Призма.

*Призмою називається многогранник, що утворюється перерізом призматичної поверхні двома паралельними площинами.*

Основні елементи призми зображені на рис. 202.

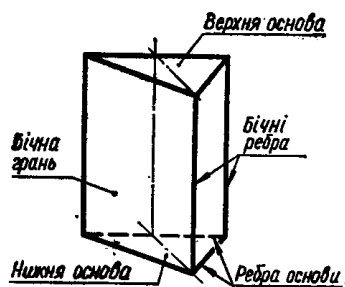


Рис. 202

Призми бувають правильні, якщо в основі лежить правильний багатокутник і не правильні, якщо в основі лежить неправильний багатокутник.

Призма називається прямою, ребра якої перпендикулярні до основи (рис.203 б, в) і похила, коли вони не перпендикулярні (рис. 203 а).

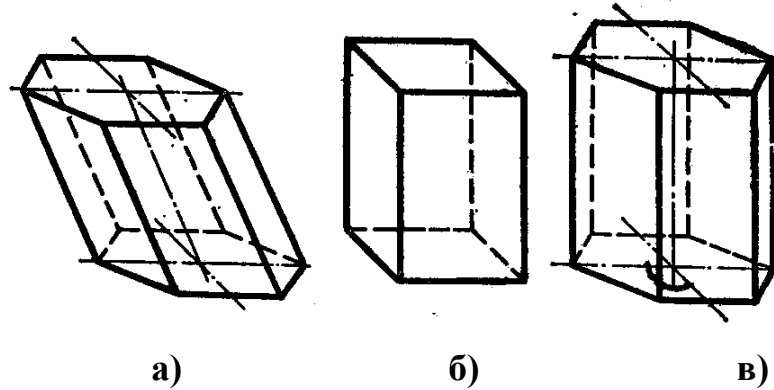


Рис. 203

**Побудова проєкцій призми на комплексному кресленні (рис. 204).**

Треба побудувати три проєкції правильної трикутної призми, що стоїть на площині  $\Pi_1$ , основа вписана в коло діаметром 50 мм, висота 48мм.

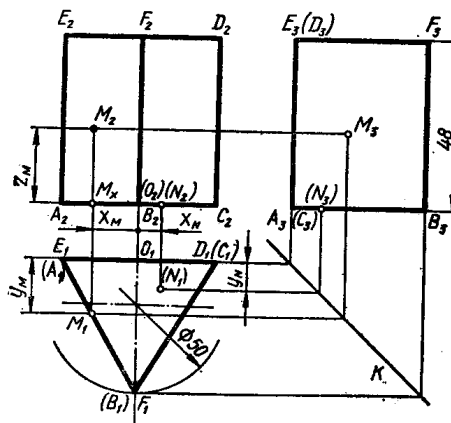


Рис. 204

На площину  $\Pi_1$  призма проєктується рівностороннім трикутником, який є проєкцією нижньої і верхньої основи. Сторони трикутника є проєкціями бічних граней.

На площину  $\Pi_2$  призма проєктується у вигляді прямокутника, величина якого дорівнює грані паралельній площині  $\Pi_2$ , а висота 48 мм (з умови). Переднє ребро проєктується в пряму лінію, яка ділить прямокутник на дві рівні частини.

На площину  $\Pi_3$  призма проєктується у вигляді прямокутника. Величина якого буде меншою за натуральну величину бічної грані призми. Профільна проєкція призми побудована за допомогою постійної лінії К.

**Визначення проєкцій точок, що лежать на поверхнях призми.**

На рис. 204 задано проєкцію  $M_2$  точки, яка лежить на лівій бічній грані призми. Ця грань перпендикулярна до площини  $\Pi_1$  і проєктується на неї

відрізком  $A_1 B_1$ . Отже горизонтальна проекція  $M_1$  точки лежить на цьому відрізку. Проекцію  $M_3$  знайдено за допомогою постійної лінії  $K$ . На цьому самому рисунку побудовано фронтальну проекцію невидимої точки  $N$ , яка лежить на нижній основі призми. Побудова зрозуміла з креслення.

### Побудова аксонометричного зображення призми:

1. Проводять осі прямокутної диметрії і будують зображення нижньої основи призми (рис. 205 а). Відкладають по осі  $x$  відрізки  $O'A'$  і  $O'C'$ , що дорівнюють відповідно  $O_1A_1$  і  $O_1C_1$  по осі  $y$  відкладають половину висоти основи дістають вершину  $B'$ . Сполучаючи точки  $A', B', C'$ , дістають зображення нижньої основи.
2. З вершин основи проводять прямі паралельні осі  $z$  (рис. 205 б) і відкладають на них відрізки, що дорівнюють висоті призми.
3. З'єднавши ці точки отримаємо верхню основу і аксонометричне зображення призми (рис. 205 в)

На аксонометричне зображення переносять зображення точок  $M$  і  $N$ . Роблять це способом координат. Цю побудову чітко видно з рис. 205 в.

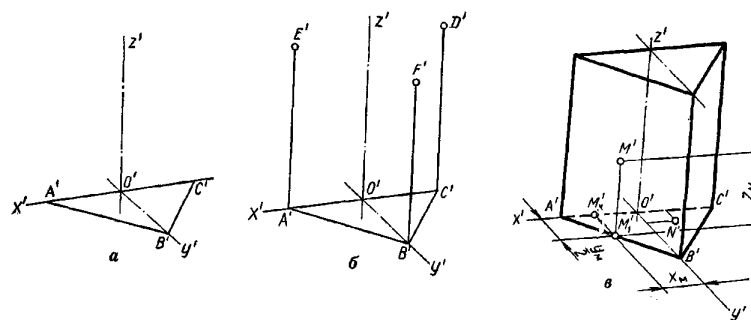


Рис. 205

### 3. Піраміда.

Пірамідою називається многогранник одна грань якого (основа) є многокутник, а бічні грані – трикутники, що мають спільну точку – вершину піраміди іди.

Основні елементи піраміди показані на рис. 206.

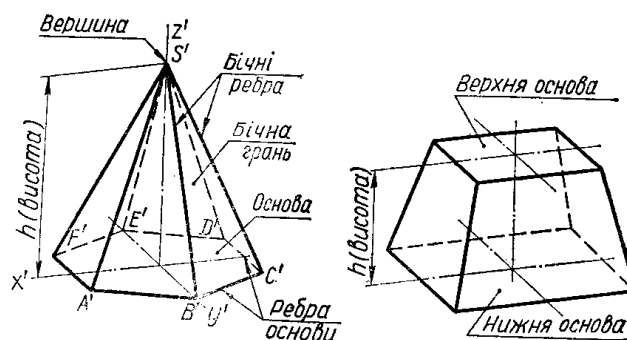
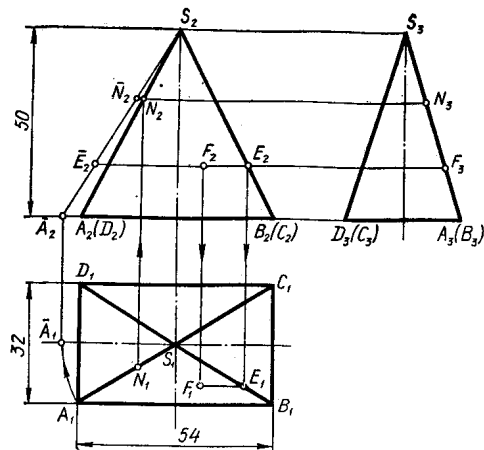


Рис. 206

### Побудова проєкцій піраміди на комплексному кресленні.

Треба побудувати три проєкції піраміди, в основі якої лежить прямокутник із сторонами 32 мм, 54 мм і висотою 50 мм (рис. 207).



**Рис. 207**

Горизонтальна проекція піраміди є прямокутником, поділеним діагоналями на трикутники. За формою і розмірами цей прямокутник дорівнює основі піраміди. Трикутники є проекціями бічних граней піраміди. Трикутник  $A_2S_2B_2$  є проекцією передньої видимої грані піраміди. На площині  $\Pi_3$  піраміда зображується також трикутником з основою 32 мм і висотою 50 мм. Трикутник  $D_3S_3A_3$  є проекцією лівої бічної грані.

**Визначення проекцій точок, що лежать на поверхні піраміди.**

На рис. 207 задано горизонтальну проекцію  $N_1$  точки, яка лежить на ребрі  $AS$ . Виходячи з умови, що точка лежить на прямій, коли її проекції лежать на однойменних проекціях цієї прямої, проводять вертикальну і горизонтальну лінії зв'язку і знаходять фронтальну  $N_2$  і профільну  $N_3$  проекції.

Задано також фронтальну проекцію  $F_2$  точки, яка лежить на передній грані  $ASB$ . Горизонтальну проекцію  $F_1$  можна знайти двома способами. Перший полягає в тому, що використовують збиральні властивості грані  $ASB$ . На площині  $\Pi_3$  ця грань зобразиться відрізком  $A_3S_3$ . Провівши з  $F_2$  лінію зв'язку, знаходять профільну проекцію  $F_3$  і за двома проекціями визначають горизонтальну проекцію  $F_1$ . При другому способі через задану точку в площині грані  $ASB$  проводять допоміжну пряму (рис.207). Фронтальна проекція  $F_2E_2$  цієї прямої проведена паралельно  $A_2B_2$ , тому її горизонтальна її проекція  $F_1E_1$  піде паралельно  $A_1B_1$ . Опустивши з  $F_2$  лінію зв'язку до перетину з  $E_1F_1$ , знаходять горизонтальну проекцію  $F_1$  точки  $F$ .

**Побудова аксонометричного зображення піраміди.**

На рис. 208 піраміду побудовано в прямокутній диметрії. Проводять аксонометричні осі  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Побудову починають з основи піраміди, відкладаючи по осі  $x$  довжину прямокутника, тобто 54 мм, а по осі  $y$  – половину ширини прямокутника, тобто 16 мм. Основа піраміди зобразиться у вигляді паралелограма. З точки  $O$  по осі  $z$  відкладають висоту піраміди (50 мм) і знайдену проекцію  $S$  вершини сполучають з вершинами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , основи. Невидимі ребра

наводять штриховою лінією. Для зображення в диметрії точок  $N$  і  $F$  використовують правило пропорційного ділення відрізка. З точки  $S'$  під довільним кутом проводять, пряму, на якій відкладають відповідно відрізки  $S'N_0 = S_2N_2$  і  $N_0A_0 = N_2A_2$ . Точку  $A_0$  сполучають з  $A'$ , а з точки  $N_0$  проводять пряму  $N_0N'$ , паралельну  $A_0A'$ . Точка  $N'$  шукана проекція точки. Аналогічно знаходять точку  $E'$ . З точки  $E'$  проводять пряму  $E'F'$  паралельну  $A'B'$  і відкладають відрізок  $E'F' = E_1F_1$ .

#### 4. Циліндр.

*Циліндром називається тіло, обмежене циліндричною поверхнею і двома паралельними площинами (основами).*

Основні елементи циліндра показані на рис. 209.

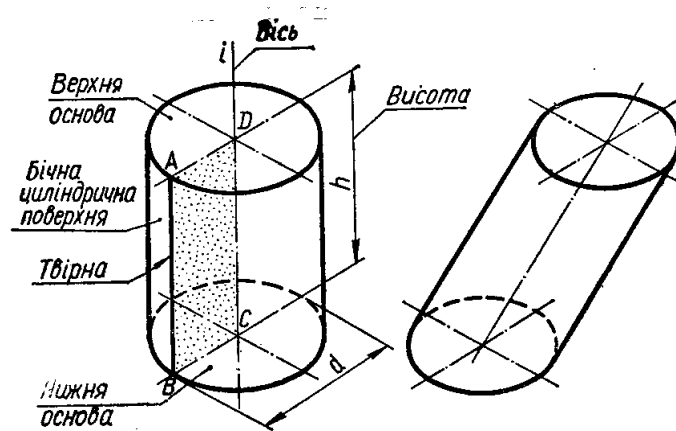


Рис. 209

### Побудова проєкцій циліндра на комплексному кресленні.

Треба побудувати проєкції прямого кругового циліндра, діаметр основи якого дорівнює 40 мм, а висота 50 мм. Вісь циліндра перпендикулярна до площини  $\Pi_1$  (рис. 210).

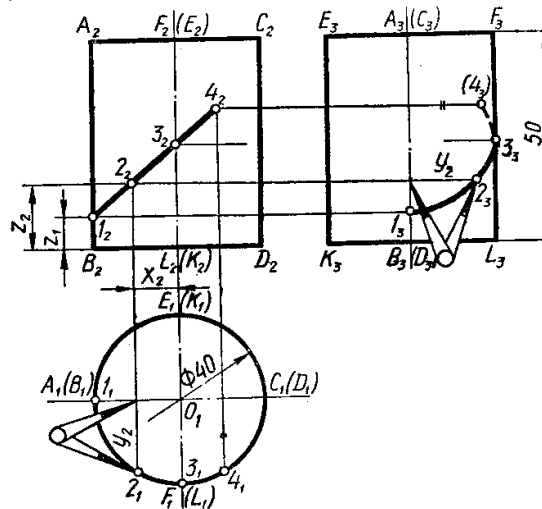


Рис. 210

На горизонтальну площину циліндр проєктується у вигляді круга діаметром 40 мм, на площини  $\Pi_2$  і  $\Pi_3$  – у вигляді прямокутників, висота яких дорівнює висоті циліндра (50 мм), а ширина – діаметру основи (40 мм).

### Знаходження проєкцій точок, що лежать на поверхні циліндра.

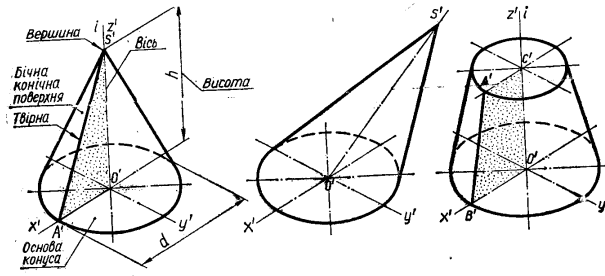
Замість однієї точки побудуємо проєкцію лінії, що лежить на бічній поверхні циліндра. Беремо на цій лінії ряд точок (рис.210). Характерними є крайні точки 1, 4 і точки 1, 3, що лежать на обрисних твірних. Точка 2 – проміжна, або випадкова. Горизонтальні проєкції всіх цих точок збігаються з проєкцією поверхні циліндра (з колом), що обмежує основу циліндра. Координатним способом знаходять профільні проєкції цих точок і сполучають їх плавною кривою. Частина кривої  $3_3 4_3$  буде не видимою, бо вона лежить на не видимій половині циліндра – за обрисною твірною.

### Побудова аксонометричного зображення циліндра.

На рис. 211 циліндр зображено в прямокутній ізометрії. Проводять аксонометричні осі  $x$ ,  $y$ ,  $z$  і будують зображення нижньої основи циліндра. Коло проєктується в еліпс, який замінюється овалом. З точки  $O$  по осі  $z$  відкладають висоту циліндра і будують верхню основу циліндра. Проводять дотичні до кінців великих осей овалів і дістають зображення циліндра в ізометрії. Побудову проєкцій точок на аксонометричному зображенні проводять, відкладаючи координату  $x$  до перетину з овалом нижньої основи і координату  $z$ . З'єднуємо точки плавною кривою.

## 5. Конус.

Конусом називається тіло, обмежене конічною бічною поверхнею і площиною, що перерізає всі його твірні.



а) б) в) Рис. 212

Усі елементи конуса показані на рис. 212.

У залежності від положення осі, конус буває прямий (рис.212 а,в) і похилий (рис. 212 б).

Зрізаний конус це конус утворений обертанням прямокутної трапеції навколо бічної сторони перпендикулярної до основи (рис. 212 в).

### Побудова проєкцій конуса на комплексному кресленні.

Треба побудувати проєкції прямого кругового конуса, діаметр і висота – 50 мм, а вісь конуса перпендикулярна до площини  $\Pi_1$  (рис. 213).

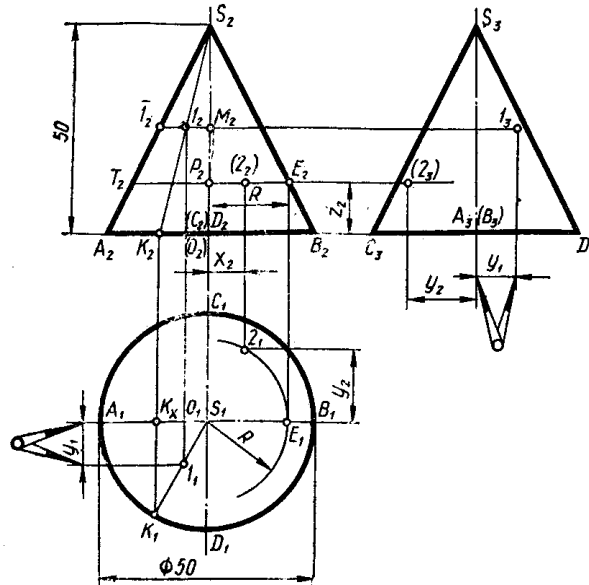


Рис. 213

На горизонтальну площину проєкцій конус проєктується у вигляді круга діаметром 50 мм, центр якого є проєкцією вершини конуса. На площинах  $\Pi_2$  і  $\Pi_3$  конус зобразиться рівнобедреним трикутником, основа якого дорівнює діаметру кола (50мм), а висота – висоті конуса (50 мм).

### Знаходження проєкцій точок, що лежать на поверхні конуса.

Для цього використовують твірні або кола, що лежать на поверхні конуса. Наприклад треба знайти горизонтальну і профільну проєкцію точки 1, якщо відома її фронтальна проєкція  $1_2$  (рис. 213). Через  $S_2$  і  $1_2$  проводять фронтальну проєкцію  $S_2 K_2$  твірної конуса. Знаходять її горизонтальну проєкцію  $S_1 K_1$  і на перетині цієї проєкції з лінією зв'язку, проведеною з  $1_2$ ,

знаходять шукану проекцію  $1_1$ . За координатою  $y_1$  цієї точки визначають профільну проекцію  $1_3$ .

Горизонтальну проекцію точки 2 знайдено іншим способом. Через точку  $2_2$  будують на конусі допоміжне коло. На фронтальній проекції це коло має вигляд горизонтальної прямої. Діаметр його визначається відрізком  $E_2 T_2$ , розміщеним між крайніми твірними конуса. Вимірявши радіус  $R$ , будують цим радіусом коло на площині  $\Pi_1$ . Перетин лінії зв'язку, проведеної з точки  $2_2$ , з допоміжним колом дає нам горизонтальну проекцію  $2_1$ . Профільну проекцію  $2_3$  знаходять координатним способом.

### **Побудова ізометричного зображення конуса.**

Проводять осі прямокутної ізометрії, на яких будують зображення основи конуса (рис. 214). З центра  $O$  по осі  $Z$  відкладають висоту конуса із знайденої точки  $S$  проводять дотичні до основи.

Щоб знайти ізометричну проекцію точки 1, відкладають по осі  $x$  відрізок  $OK_x = O_1K_x$  з точки  $K_x$  проводять пряму, паралельну осі  $y$ . Знайдену точку  $K$  сполучають із вершиною  $S$ . Пряма  $SK$  – твірна, на якій лежить точка 1. По осі  $z$  відкладають відрізок  $OM = O_2 M_2$  з точки  $M$  проводять пряму паралельну відрізку  $OK$  до перетину з твірною  $SK$ , на якій отримаємо точку 1. Точка 2 знайдена координатним способом.

EMBED MSPhotoEd.3  
Рис. 214

## **6. Куля (сфера).**

Тіло, яке утвориться від обертання півкола навколо діаметра називається кулею, а поверхня, яка утворилась від обертання півкола називається сферою. На рис. 215 приведено основні елементи кулі.

EMBED MSPhotoEd.3  
Рис. 215

### **Побудова проєкцій кулі.**

На всі три площини проєкцій куля проєктується у вигляді кіл, діаметри яких дорівнюють діаметру великого кола кулі (рис. 216)

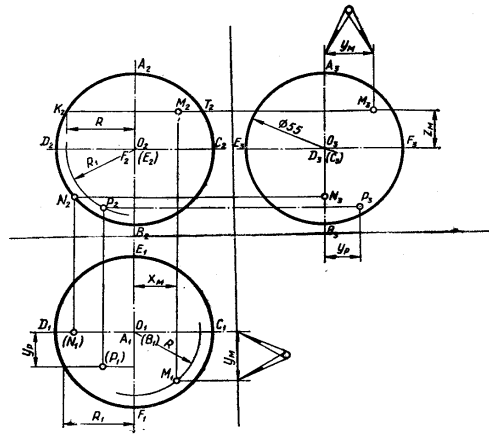


Рис. 216

### Побудова проєкцій точок на поверхні кулі.

На рис. 216 задано фронтальну проєкцію  $M_2$  точки  $M$ . Щоб знайти дві інші її проєкції, через задану проєкцію  $M_2$  проводять фронтально проєктуючу площину, яка перетне кулю в точках  $K_2 T_2$ . Половина цього відрізка являється радіусом кола, яке проєктується на горизонтальну площину проєкцій. Опущений перпендикуляр з  $M_2$  дає нам горизонтальну проєкцію  $M_1$ . Профільну проєкцію знаходять координатним способом.

Самостійно розгляньте і поясніть знаходження точок  $N$  і  $P$ , що лежать на поверхні кулі.

### Побудова ізометричного зображення кулі.

Куля в ізометрії проєктується у вигляді кола (рис. 217). Діаметр цього кола дорівнює великій осі овалу. Щоб зображення кулі мало більшу наочність виконують зображення трьох кіл у трьох площинах проєкцій. На рис. 217 частину кулі вирізано. Точку  $M$  побудовано координатним способом.

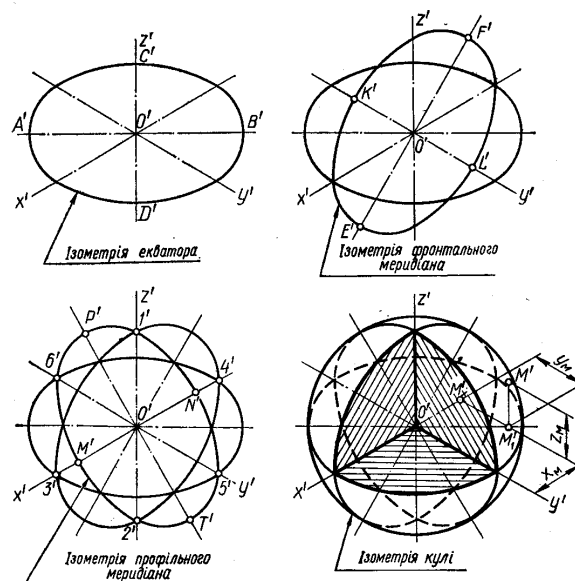


Рис. 217

Питання для самоконтролю.

1. Що називається призмою і як поділяють призми? Назвіть основні елементи призми.
2. Побудувати комплексне креслення шестикутної призми.
3. Дати аналіз комплексного креслення призми.
4. Визначити проєкції точок, що лежать на поверхні призми.
5. Яке тіло називається циліндром? Назвіть основні елементи циліндра.
6. Побудувати ізометричне зображення циліндра.
7. Побудувати комплексне креслення конуса.
8. Визначити проєкції точок, що лежать на поверхні конуса.

## **Тема 9. Перетин геометричних тіл площинами.**

### **План.**

1. **Загальні положення.**
2. **Перетин призми і піраміди.**
3. **Перетин циліндра.**
4. **Перетин конуса.**

#### **1. Загальні положення.**

При перерізі многогранника площиною утворюється многокутник, який лежить у січній площині. Вершини многокутника – це точки перетину ребер многокутника, а сторони – лінії перетину його граней із січною площиною.

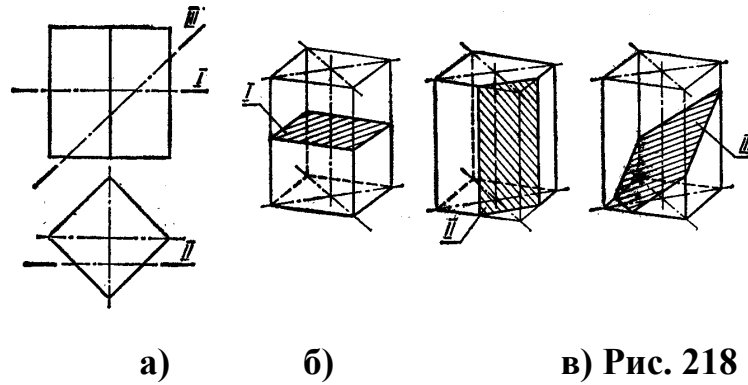
Кожна задача на переріз геометричного тіла площиною складається з розв'язання комплексу таких питань:

- а) побудова проєкцій фігури перерізу.
- б) визначення натуральної величини фігури перерізу.
- в) побудова розгортки зрізаного тіла.
- г) побудова аксонометричного зображення.

#### **2. Перетин призми і піраміди.**

Залежно від січної площини в перерізі призми можуть утворитися такі фігури:

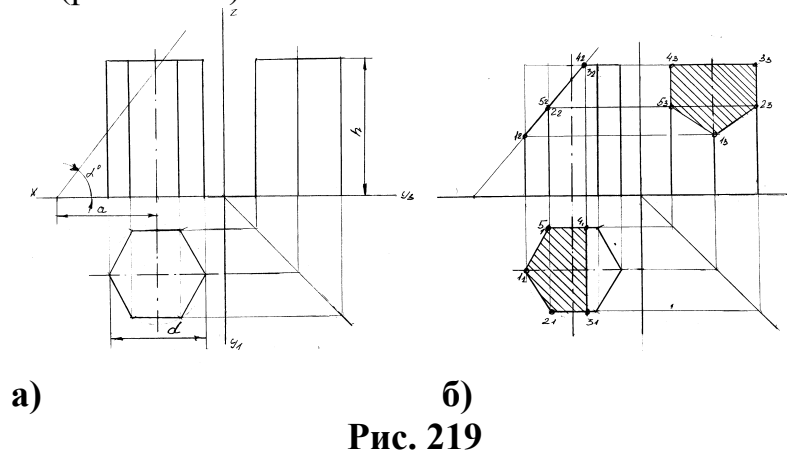
- а) многокутник, паралельний і рівний основі, якщо січна площина паралельна основі (рис. 218 а).
- б) прямокутник при прямій призмі або паралелограм при похилій, якщо площина паралельна ребрам призми (рис. 218 б).
- в) многокутник, не рівний і не подібний до основи, якщо січна площина нахилена до ребер призми (рис. 218 в).



**“Перетин призми площиною.”**

**Графічна послідовність виконання завдання:**

1. Згідно вихідних даних варіанту побудувати комплексне креслення правильної шестикутної призми з фронтально проектуючою січною площиною (рис. 219 а).
2. Щоб побудувати комплексне креслення зрізаної призми, необхідно на фронтальній проекції позначити точки перетину січної площини з ребрами призми. Знайти горизонтальну і профільну проекцію цих точок. З'єднавши проекції цих точок отримаємо фігури перерізу призми, які слід заштрихувати (рис. 219 б).



**Рис. 219**

3. Для побудови розгортки необхідна натуральна величина фігури перерізу, яку знаходимо способом заміни площин проекцій. Площину  $\Pi_2$  замінюють на площину  $\Pi_4$ . Вісь  $x_1$  нової системи  $\Pi_2 / \Pi_4$  проводять паралельно фронтальній проекції фігури перерізу. З точок  $1_2; 2_2; 3_2; 4_2; 5_2$ ; проводять перпендикуляри до осі  $x_1$ . Точки  $1_4; 2_4; 3_4; 4_4; 5_4$ ; будують відложивши координати у проекції точок  $1_1; 2_1; 3_1; 4_1; 5_1$ . З'єднують проекції точок  $1_4; 2_4; 3_4; 4_4; 5_4$ ; окреслена фігура – натуральна величина перерізу (рис. 220).

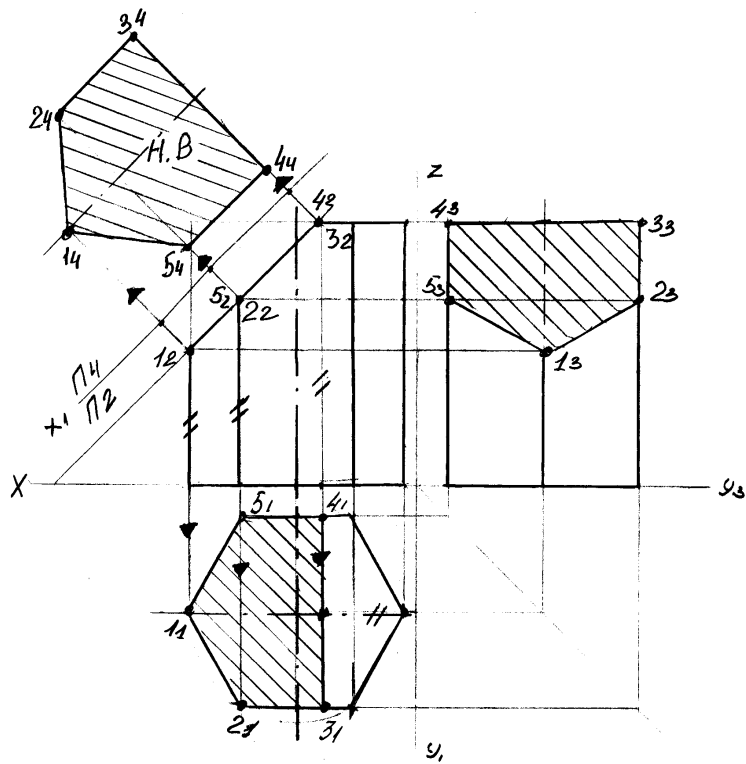


Рис. 220

4. Розгортка бічної поверхні шестикутної призми це шість прямокутників, висота яких дорівнює висоті призми, а ширина сторони її основи. На ребрах розгортки призми відкладають точки 1, 2, 3, 4, 5, узявши їх висоти з фронтальної проекції призми, тобто  $1 = z_{12}$ ;  $2 = z_{22}$ ; ..... і т. д. До лінії перерізу добудовують натуральну величину перерізу і частину не зрізаної верхньої основи нижня основа призми залишається без змін. Лінії згину розгортки зображують штрих - пунктирною з двома крапками (рис. 221).

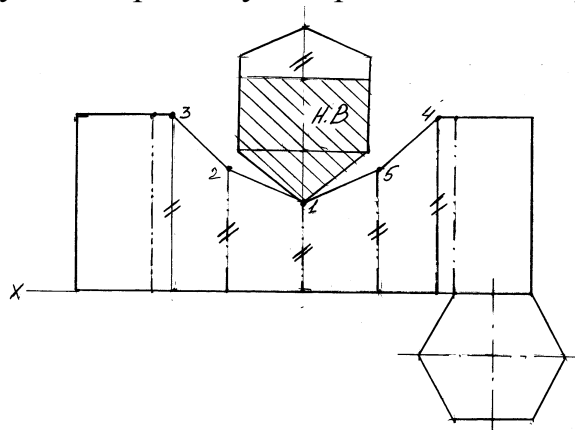


Рис. 221

5. Аксонометричне зображення призми будують в прямокутній ізометрії. Будують осі, на яких відкладають нижню основу призми – правильний шестикутник. З вершин шестикутника ставлять перпендикуляри, на яких відкладають точки  $1 = z_1$ ; .....  $5 = z_5$ ; і т. д. Зєднавши ці точки отримаємо аксонометричне зображення зрізаної призми (рис. 222).

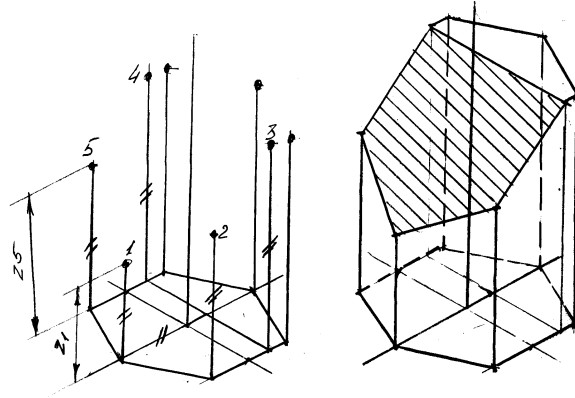


Рис. 222

**“Перетин піраміди площиною.”**

**Графічна послідовність виконання завдання:**

1. Задано правильну чотирикутну піраміду. Діаметр кола, в яке вписаний правильний чотирикутник дорівнює  $d$ , висота піраміди дорівнює  $h$ . Піраміда зрізана фронтально проектуючою площиною  $\alpha$  (рис. 223 а).
2. Побудова проєкцій фігури перерізу. Слід фронтально проектуючої площини перетнеться з ребрами піраміди в точках  $1_2; 2_2; 3_2; 4_2$ . Знаходимо горизонтальну і профільну проєкцію цих точок. Пряма ламана лінія окреслить фігуру перерізу на горизонтальній і профільній проєкціях піраміди. Натуральну величину цієї фігури знаходимо методом заміни площин проєкцій (рис. 223 б).

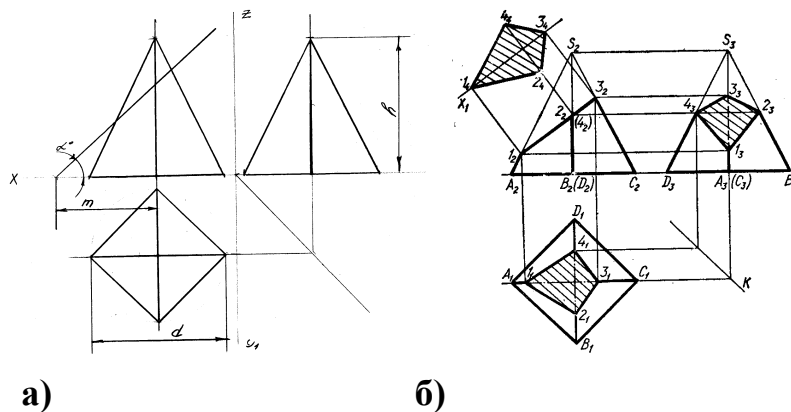
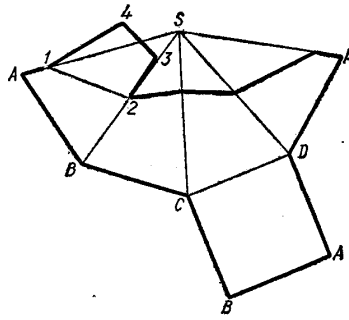


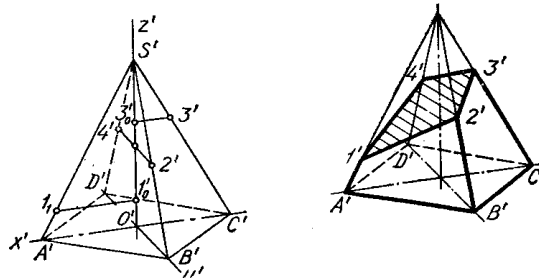
Рис. 223

3. Розгортка піраміди. Спочатку будують повну розгортку бічної поверхні. Для цього з точки  $S$  радіусом  $R = S_2A_2$  проводимо дугу, на якій відкладають величину ребер основи  $AB=A_1B_1; BC = B_1C_1; \dots$  Точки  $A, B, C, D$ , з'єднуємо з вершиною  $S$  отримуємо бічні ребра піраміди, на яких відкладаємо точки  $1 = A_2 1_2; 2 = B_2 2_2; 3 = C_2 3_2; 4 = D_2 4_2$ . Натуральну величину фігури переріз добудовуємо одним із способів побудови подібних багатокутників. Нижня основа піраміди залишається незмінною (рис. 224).



**Рис. 224**

4. Побудова аксонометричного зображення виконуємо в прямокутній диметрії. На осях  $x$ -  $y$  будуємо нижню основу піраміди по осі  $z$  відкладають її висоту з'єднуємо ребра основи з висотою  $S$ . На ребрах піраміди координатним способом відкладають точки 1; 2; 3; 4 (рис. 225 а). З'єднуємо ці точки замкненою ламаною лінією. Наводимо видимі елементи основною суцільною лінією, невидимі штриховою (рис 225 б).



а)

б)

**Рис. 225**

### 3. Перетин циліндра.

У перерізі прямого кругового циліндра площиною можуть утворитися такі фігури:

- а) прямокутник, якщо площина перерізу паралельна осі циліндра (рис. 226 а);
- б) коло, якщо площина перпендикулярна до осі (рис. 226 б);
- в) еліпс, якщо площина нахилена до осі (рис. 226 в), причому еліпс буде повний, якщо площина перетинає всі твірні циліндра, і неповний, якщо площина перетинає одну або обидві основи циліндра.

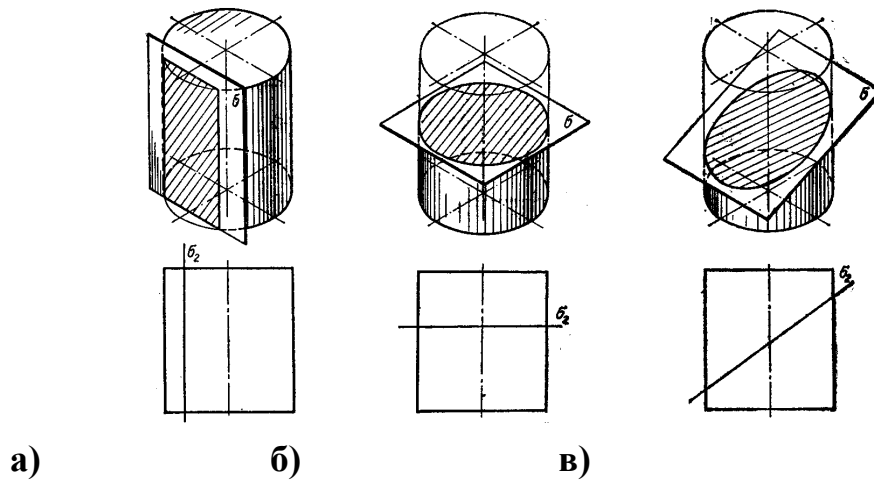


Рис. 226

**“Перетин циліндра площиною.”**

**Графічна послідовність виконання завдання:**

1. Згідно вихідних варіанту побудувати три проекції повного циліндра зрізаного фронтально проектуючою площиною  $\alpha$  (рис. 227).

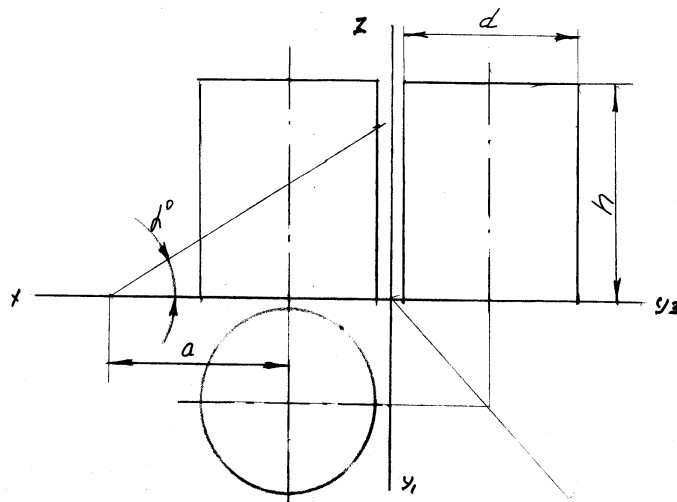


Рис. 227

2. Коло нижньої основи (горизонтальну проекцію) поділити на вісім рівних частин. Точки поділу  $1_1; 2_1 \dots 8_1$  є одночасно горизонтальними проекціями твірних циліндра. Керуючись цими точками, будуюмо фронтальні і профільні проекції твірних. Натуральну величину фігури переріз знаходимо способом заміни площин проекцій (рис. 228).

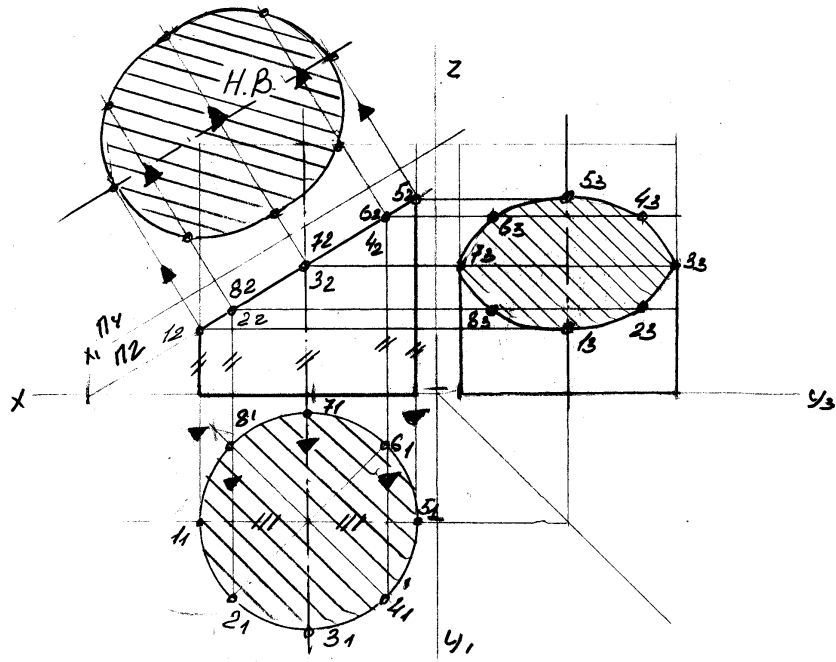


Рис. 228

2. Розгорткою бічної поверхні циліндра є прямокутник, висота якого дорівнює висоті циліндра, а довжина – довжині розгорнутого кола його основи (πd). Довгу сторону прямокутника ділимо на вісім рівних частин і з точок поділу проводимо твірні. На цих твірних відкладаємо точки відстань до яких виміряємо на фронтальній проекції. Наприклад  $1 = z_{12}$ ;  $2 = z_{22}$ ;..... і т. д. Отримані точки з'єднують за допомогою лекала. До цієї лінії добудовують натуральну величину фігури перерізу. Нижня основа конуса залишається без змін (рис. 229).

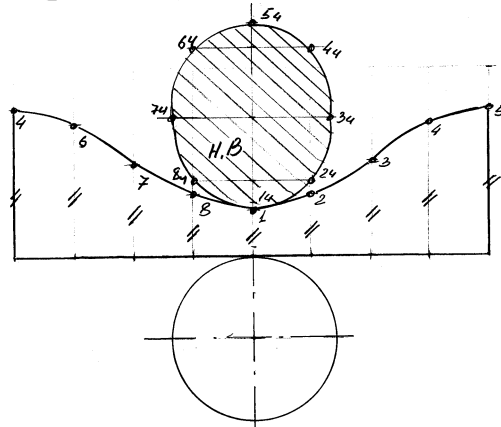


Рис. 229

3. Ізометрична проекція циліндра, розсіченого площиною. Коло нижньої основи циліндра зображується у вигляді еліпса, який замінюємо на чотирьох центровий овал. Використовуючи координати  $x_2$  і  $x_4$  проводимо твірні циліндра, на яких відкладаємо точки  $1 = z_{12}$ ;  $2 = z_{22}$ ;..... і т. д. Знайдені точки перерізу з'єднуємо за допомогою лекала (рис. 230).

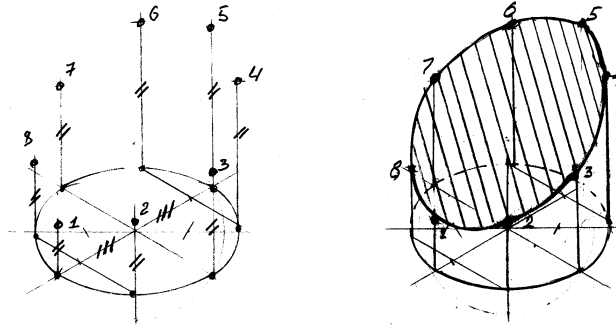


Рис. 230

#### 4. Перетин конуса.

Залежно від напрямку січної площини в перерізі конуса можуть утворюватись:

- а) коло, якщо січна площина паралельна основі конуса (рис. 231 а);
- б) трикутник, якщо січна площина проходить через вершину конуса (рис. 231 б);
- в) еліпс повний або неповний, якщо січна площина нахилена до осі під кутом, більшим за кут нахилу твірної до осі (рис. 231 в). Неповний еліпс утвориться в тому разі, коли січна площина перетне основу конуса;
- г) парабола, якщо січна площина паралельна твірній конуса, тобто нахилена до осі конуса під кутом, що дорівнює куту нахилу твірної до осі (рис. 231 г), і не проходить через вершину;
- д) гіпербола, якщо січна площина паралельна двом твірним або осі конуса. Тобто тоді, коли ця площина нахилена до осі конуса під кутом меншим за кут нахилу твірної до осі, і не проходить через вершину (рис. 231 д)

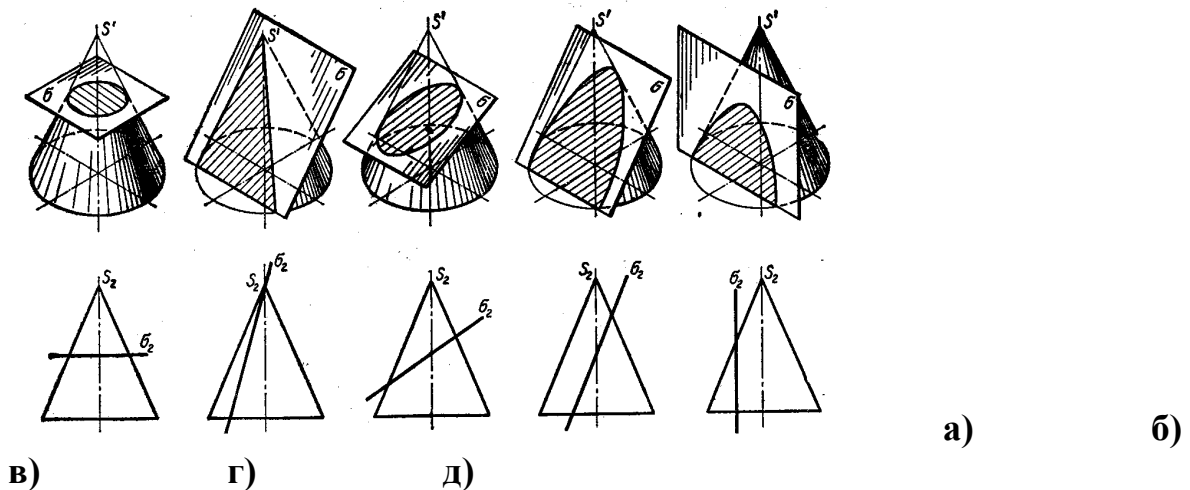


Рис. 231

#### “Перетин конуса площиною.”

**Графічна послідовність виконання завдання:**

1. Спочатку креслимо три проекції повного конуса і слід січної площини. Коло основи поділяємо на вісім рівних частин і з точок поділу проводимо горизонтальні проекції прямих  $A_1S_1$ ,  $B_1S_1$  і т. д. конуса. За цими

проекціями будемо фронтальну проекцію твірних, які перетнуться із слідом січної площини. В точках перетину ми отримаємо проекції точок  $1_2, 2_2, 3_2, \dots$  і т.д. (рис.232).

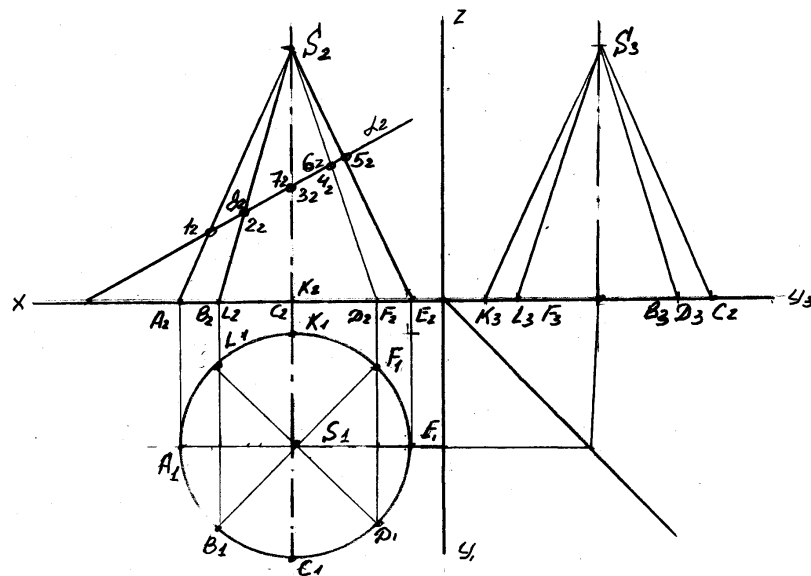


Рис. 232

- Для побудови фігури перерізу на горизонтальній і профільній площині проекцій знаходимо горизонтальну і профільну проекцію цих точок. За допомогою лекал з'єднуємо ці точки плавною кривою. Натуральну величину фігури перерізу знаходимо способом заміни площин проекцій (рис.233).

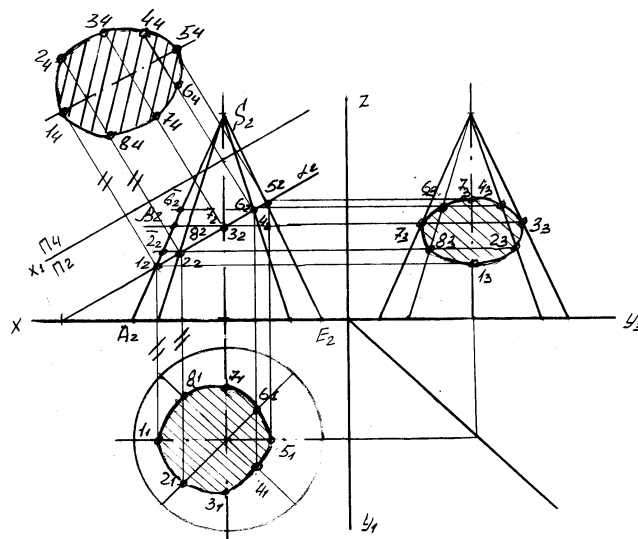
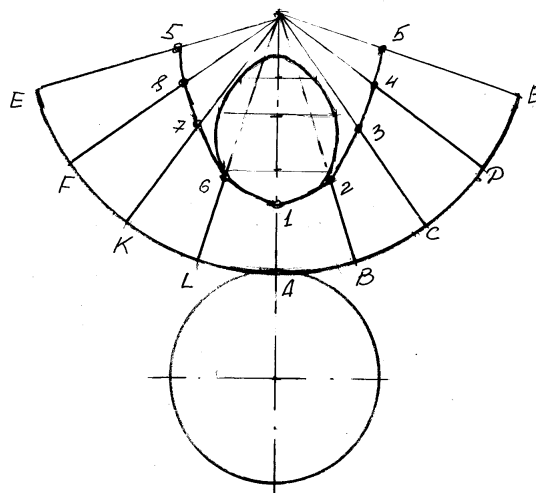


Рис. 233

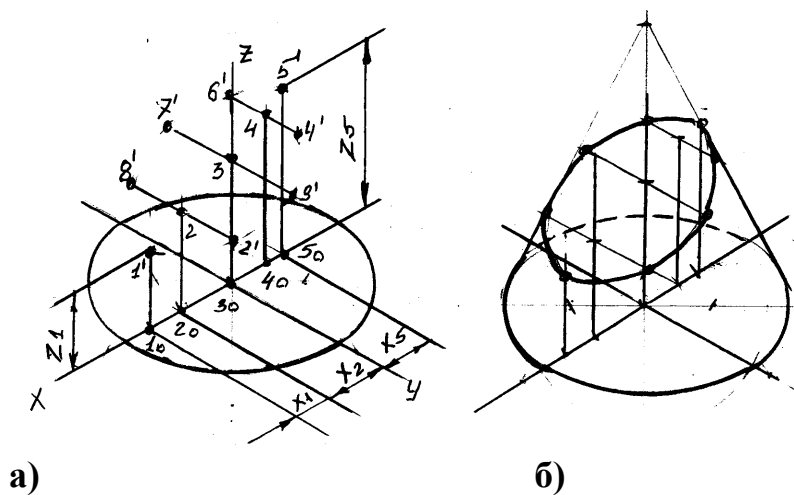
- Розгортка конуса.



**Рис.234**

Розгорткою бічної поверхні конуса є сектор круга, радіус дуги якого дорівнює твірній конуса, а довжина дуги – довжині кола основи конуса. Центральний сектор визначається за формулою  $\alpha = r/l \cdot 360^\circ$ , де  $r$  – радіус кола основи, а  $l$  – довжина твірної конуса. Дугу розгортки поділяємо на вісім рівних частин і проводимо твірні конуса. На кожній твірній відкладають точки, які дорівнюють  $S_1 = S_2 l_2$ ;  $S_2 = S_2 l_2 \dots$  і т. д (рис.234).

4. Побудову аксонометричного зображення зрізаного конуса починають з побудови ізометрії повного конуса (рис.235 а). Використовуючи координати  $x$  відкладаємо точки  $1_0, 2_0 \dots$  і т. д. З цих точок ставимо перпендикуляри на яких відкладаємо координати  $z_1 \dots z_5$ . Через отримані точки  $1', 2', \dots$  і т. д проводимо лінії паралельні осі  $y$ , на яких відкладають точки  $2 = 2_1, 3 = 3_1 \dots$  і т.д. Отримані точки з'єднують за допомогою лекал (рис.235 б).



**Рис. 235**

## Питання для самоконтролю.

1. Які криві можуть утворитися в перерізі прямого конуса різними площинами?
2. Як побудувати розгортку зрізаного конуса? Зрізаного циліндра?
3. Які фігури можуть утворитися в перерізі призми різними площинами?
4. Які криві можуть утворитися в перерізі циліндра різними площинами?
5. Як визначити центральний сектор розгортки конуса?

## Тема 10. Взаємний перетин поверхонь геометричних тіл.

### План.

1. Загальні положення.
2. Перетин многогранників.
3. Перетин многогранника з тілом обертання.
4. Перетин тіл обертання.
5. Спосіб допоміжних сфер для взаємного перетину двох тіл обертання (спосіб концентричних сфер).

### 1. Загальні положення.

Деталі машинобудівних конструкцій можна уявно розкласти на прості геометричні тіла і поверхні. Виникає потреба побудови на кресленнях ліній перетину цих геометричних форм між собою.

*Спільна лінія двох поверхонь називається лінія їх перетину.*

Щоб знайти точки лінії взаємного перетину поверхонь, застосовують спосіб допоміжних перерізів (спосіб посередників), суть якого полягає ось в чому:

- а) задані поверхні перерізають третьою, допоміжною, поверхнею або площиною;
- б) будують лінію посередника з кожною заданою поверхнею;
- в) визначають точки перетину знайдених ліній; ці точки є шуканими точками лінії перетину поверхонь.

За допоміжні січні поверхні найчастіше беруть площини окремого положення, паралельні площинам проєкцій  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ , або сфери, які в перетині з заданими поверхнями утворюють графічно прості лінії – прямі або кола. Щоб розв'язати задачу, треба провести не одну, а кілька допоміжних площин або сфер.

Характер лінії перетину залежить від того, які геометричні тіла або поверхні перетинаються, а саме:

- а) при перетині двох многогранників утворюється одна або дві замкнені просторові ламані лінії, окремі відрізки яких є лініями перетину граней многогранників;

- б) при перетині многогранника з тілом обертання утворюється одна або дві лінії, що складаються з кількох частин плоских кривих другого порядку – кола, еліпса, параболи тощо. Ці частини кривих сходяться між собою на ребрах многогранників;
- в) при перетині двох кривих поверхонь другого порядку утворюються одна або дві просторові плавні криві, як правило, четвертого порядку, які в окремих випадках розпадаються на плоскі криві другого порядку або навіть на прямі лінії.

Знайшовши точки лінії перетину, їх сполучають в певній послідовності і визначають видимість окремих відрізків.

## 2. Перетин многогранників.

*Лінією перетину двох многогранників буде одна або дві просторові ламані замкнені лінії. Вершини цих ліній визначають як точки зустрічі ребер одного многогранника з гранями другого.*

Побудувати лінію перетину поверхонь двох призм і їх аксонометричне зображення.

### Графічна послідовність виконання завдання:

1. Згідно даних варіанту будуємо три проекції правильної шестикутної призми, вісь якої розташована перпендикулярно до площини  $\Pi_1$  і три проекції трикутної призми, яка паралельна до площини  $\Pi_1()$ .

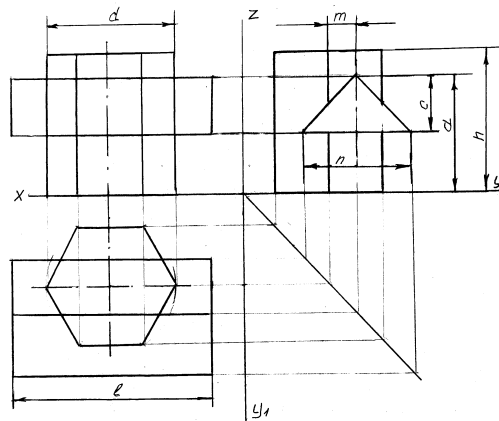


Рис. 236

2. На профільній проекції позначаємо опорні точки  $1_3, 2_3, 3_3, \dots$  і т. д. Це точки взаємного перетину граней і ребер цих призм. Знаходимо горизонтальну і профільну проекцію цих точок. Послідовно з'єднані прямою ламаною лінією проекції цих точок утворюють лінію взаємного перетину двох призм. При побудові лінії перетину слід звернути увагу, що точки 1, 2, 8, 7, це точки видимого контуру (див. по стрілці А), а точки 4, 5, 6, не видимі (рис. 237).

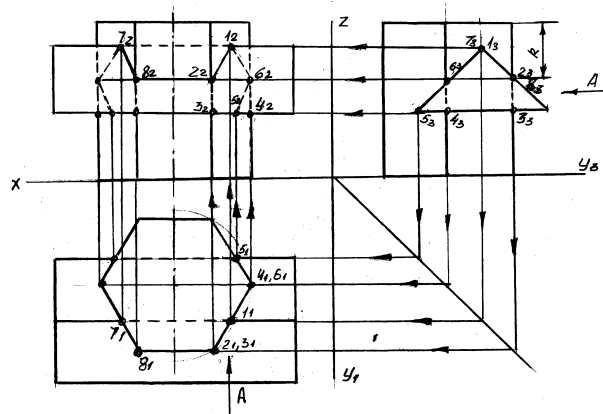


Рис. 237

3. Аксонометричне зображення починаємо з побудови прямокутної ізометрії шестикутної призми. На цих осях відкладаємо осі трикутної призми. Вісь  $y$  розташована висоті  $z$ , а вісь  $x$  зміщена вправо на розмір  $m$  (з умови). На осі  $x$  відкладаємо довжину призми  $l$  і розміри бічних поверхонь  $n$  і  $c$  (рис. 238 а). Видима лінія перетину визначається розмірами  $m$  і  $k$ , які беремо з комплексного креслення. Видимі елементи призми наводимо основною суцільною лінією (рис. 238 б).

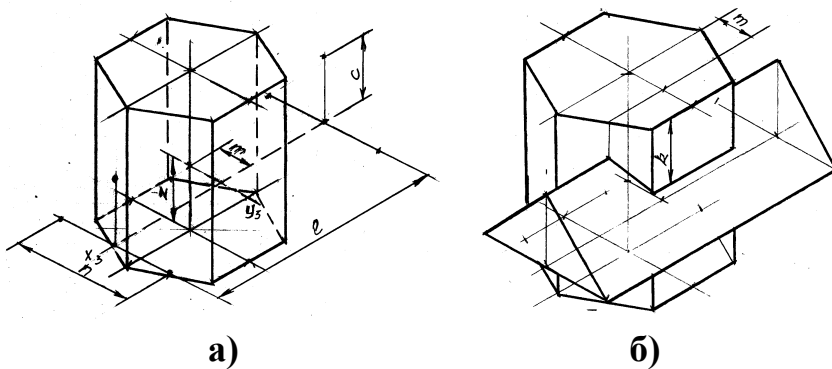


Рис. 238

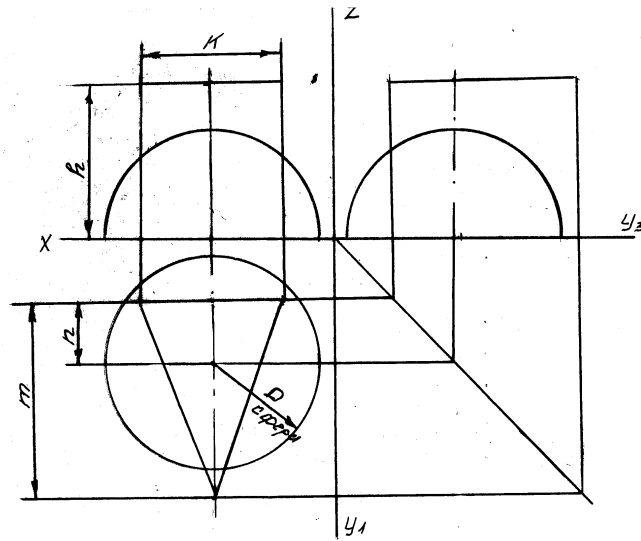
### 3. Перетин многогранника з тілом обертання.

У перетині многогранника з тілом обертання дістають одну або дві замкнені лінії, окремі відрізки яких є кривими лініями другого порядку (еліпс, парабола, гіпербола, коло) або прямими лініями. Контур лінії перетину не має плавного характеру на всій своїй довжині, а утворює в окремих місцях точки зламу, які лежать на ребрах многогранника.

Побудувати лінію перетину поверхонь кулі і призми і їх аксонометричне зображення

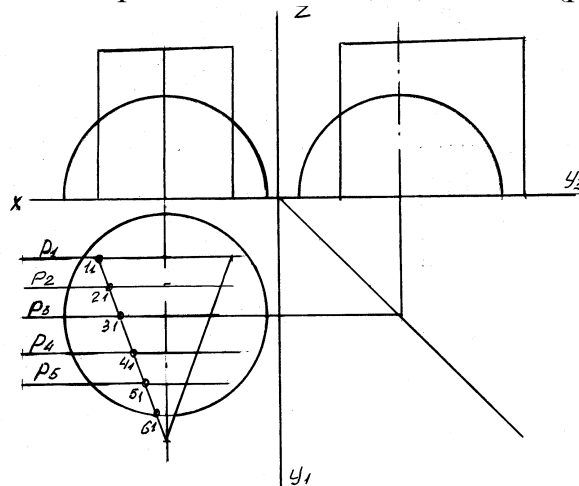
**Графічна послідовність виконання завдання:**

1. Згідно даних варіанту будуємо три проекції пів кулі і призми (рис. 239).



**Рис. 239**

2. Для визначення опорних точок на горизонтальній площині проєкцій вводимо ряд допоміжних січних площин. При взаємному перетині яких ми отримаємо горизонтальні проєкції точок  $1_1, 2_1, \dots$  і т. д (рис. 240).



**Рис. 240**

3. Знаходимо фронтальну і профільну проєкції цих точок (рис. 241).

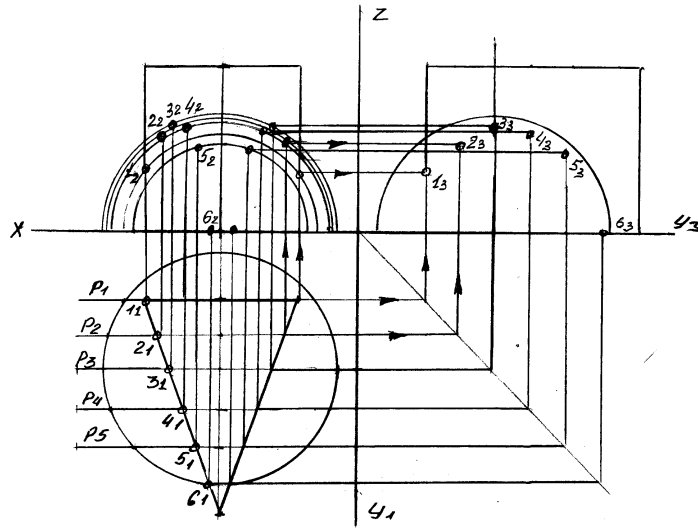


Рис. 241

4. Ці точки з'єднуємо за допомогою лекал. Видимі точки це точки 6, 5, 4, 3, точки 2 і 1 не видимі (рис. 242).

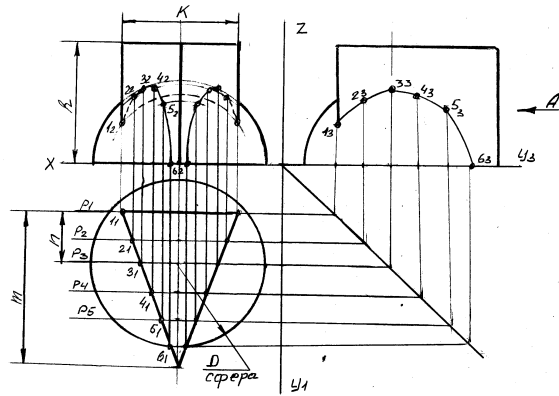
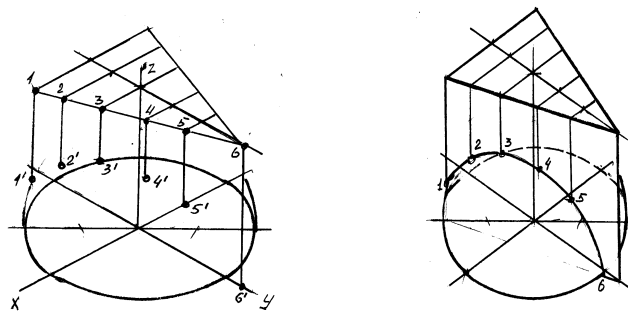


Рис. 242

5. Аксонометричне зображення починаємо з побудови овалу (переріз кулі по екватору). По осі  $z$  відкладаємо висоту верхньої основи трикутної призми  $h$  і будуємо її за розмірами  $k$  і  $m$ . Використовуючи координати  $y$  будуємо сліди допоміжних січних площин  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$ . З отриманих точок 1, 2, 3, ... і т. д. опускаємо перпендикуляри на горизонтальну площину проєкцій на яких відкладаємо точки  $1' = z1_2, 2' = z2_2, 3' = z3_2, \dots$  і т. д. і т. д. (рис. 243 а). Знайдені точки з'єднуємо за допомогою лекал. Видимий контур наводимо основною суцільною лінією (рис. 243 б).



а)

б)

Рис. 243

#### 4. Перетин тіл обертання.

У перетині двох тіл обертання дістають одну або дві просторові замкнені криві, які в окремих випадках розпадаються на плоскі криві другого порядку або навіть на прямі лінії. Для побудови точок, що належать лінії перетину, використовують метод допоміжних площин, найчастіше площини рівня. Починати розв'язання слід починати з визначення опорних точок.

Побудувати лінію перетину поверхонь двох циліндрів і їх аксонометричне зображення.

#### Графічна послідовність виконання завдання:

1. Згідно даних варіанту викреслюємо три проекції двох циліндрів (рис.244).

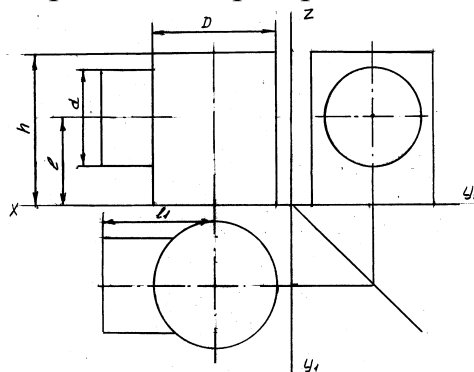


Рис. 244

2. Для визначення опорних точок на профільній площині проекцій вводимо дві допоміжні січні площини  $P_3$  і  $V_3$ . При взаємному перетині отримуємо точки  $1_3, 2_3, 3_3, \dots$  і т. д. Визначаємо горизонтальну і фронтальну проекції цих точок. За допомогою лекал з'єднуємо проекції цих точок і отримуємо лінію перетину двох циліндрів (рис. 245).

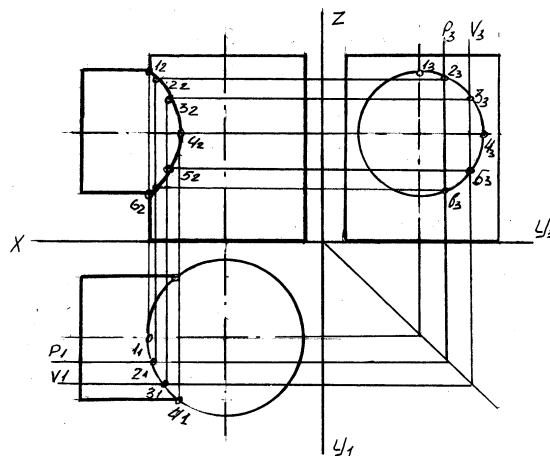


Рис. 245

3. Будуємо прямокутну ізометрію прямого повного циліндра. По осі  $z$  відкладаємо висоту  $l$  горизонтально розташованого циліндра. З цієї точки проводимо вісь  $x$ , на якій відкладаємо довжину  $l_1$  і будуємо овал в профільній площині проекцій. Позначаємо січні площини  $P$  і  $V$  отримуємо точки  $1', 2', 3' \dots$  і т. д (рис. 246).

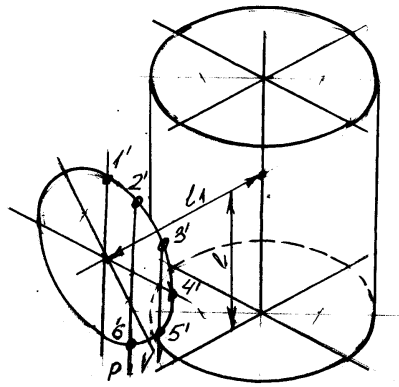


Рис. 246

4. З цих точок паралельно до осі  $x$  проводимо відрізки, на яких відкладаємо точки  $1 = x_{1_1}$ ,  $2 = x_{2_1}$ ,  $3 = x_{3_1}$ , ... і т. д. З'єднаємо ці точки за допомогою лекал. Видимий контур наводимо основною суцільно лінією (рис. 247).

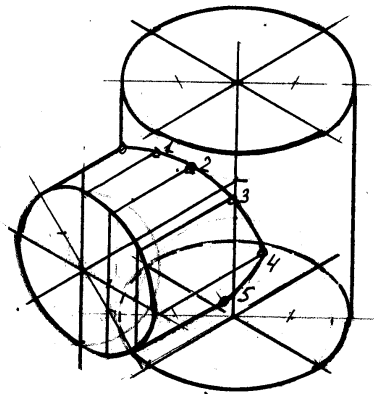


Рис. 247

### 5. Спосіб допоміжних сфер для взаємного перетину двох тіл обертання.

Спосіб допоміжних сфер поділяють на способи концентричних і ексцентричних сфер.

**Спосіб концентричних сфер** ґрунтується на тому, що сфера обертається з поверхнею обертання по колах, якщо вісь цієї поверхні проходить через центр сфери. Коли до того вісь поверхні обертання паралельна одній із площин проєкцій, то площини цих кіл займають відносно цієї площини проєктуючі положення і проєктуються на неї у вигляді відрізків прямих. Отже, спосіб концентричних допоміжних сфер можна застосувати для розв'язання завдань за таких умов:

- обидві задані поверхні повинні бути поверхнями обертання;
- осі поверхонь повинні перетинатися між собою;
- осі поверхонь повинні бути паралельні одній із площин проєкцій.

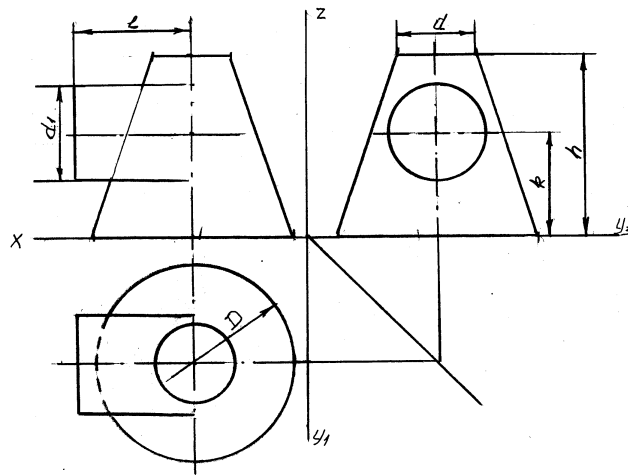
Розв'язують завдання за таким планом:

- з точки перетину осей заданих поверхонь як із центра проводять допоміжні сфери;
- знаходять кола, по яких допоміжні сфери перетинаються окремо з кожною із заданих поверхонь;
- знаходять спільні точки перетину утворених кіл.

Сформулюємо два положення, які слід пам'ятати при розв'язуванні подібних завдань:

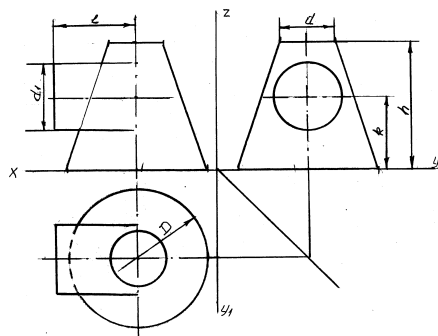
- 1) радіус найбільшої допоміжної сфери дорівнює відстані від центра до найвіддаленішої точки лінії перетину, а радіус найменшої сфери – відстані від центра до найвіддаленішої твірної;
- 2) лінія перетину двох поверхонь обертання другого порядку, що мають спільну площину симетрії у вигляді кривої другого порядку. Так, лінія перетину двох циліндрів або конуса і циліндра проектується у гіперболу, а циліндра і кулі – у параболу.

Побудувати лінію перетину поверхонь конуса і циліндра і їх аксонометричне зображення.



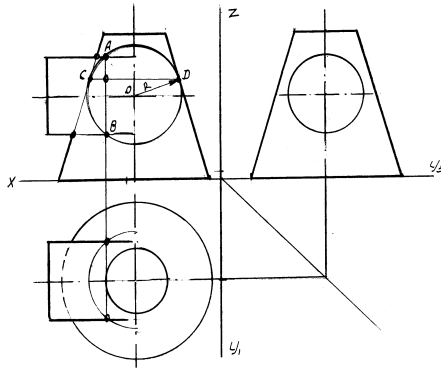
**Графічна послідовність виконання завдання:**

1. Згідно даних варіанту будуємо три проекції прямого конуса і циліндра, осі яких перетинаються (рис. 248).



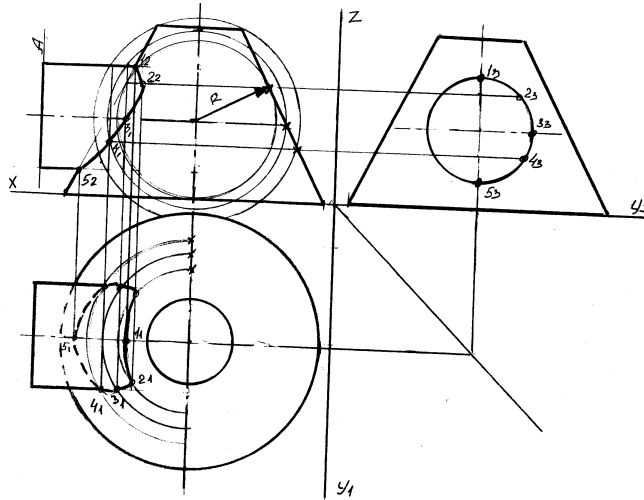
**Рис. 248**

2. Лінію перетину цих тіл будуємо способом концентричних сфер. Опорні точки  $1_2$  і  $6_2$  перетину обрисних твірних знаходимо безпосередньо з креслення. З центра  $O_2$  перетину осей циліндра і конуса ставимо перпендикуляр до абрисної твірної конуса. Довжина цього перпендикуляра є радіусом мінімальної допоміжної сфери, вписаної в конус. Ця сфера торкається конуса і перетинає циліндр по колах, які проектується на площину  $\Pi_2$  у прями лінії. Перетин цих ліній дає проекцію шуканої точки (рис. 249).



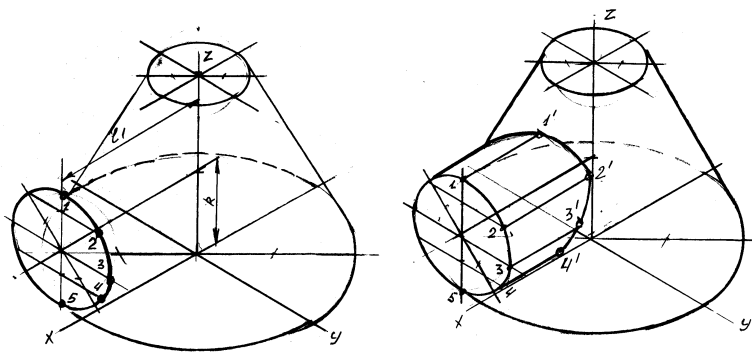
**Рис. 249.**

3. Збільшуючи радіуси цих кіл аналогічно побудовою знаходимо ще ряд точок (рис. 250).



**Рис. 250**

4. Аксонометричне зображення виконується аналогічним способом, як і при побудові взаємного перетину двох циліндрів (рис. 251).



**Рис. 251**

## Тема 11. Проекційне креслення.

Графічна послідовність виконання завдання:

1. Згідно даних варіанту побудувати три проекції піраміди з отвором перпендикулярним до осі (рис. 252).

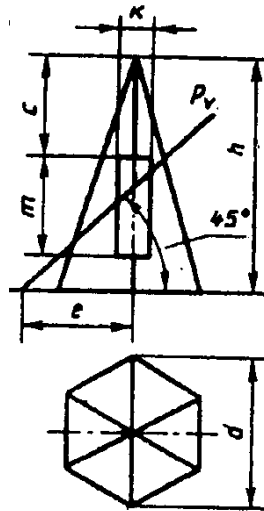


Рис. 252

2. Позначаємо опорні точки на фронтальній площині проекцій. Знаходимо горизонтальну і профільну проекції цих точок. Послідовно з'єднані однойменні проекції цих точок окреслять горизонтальну і профільну проекцію отвору піраміди (рис. 253).

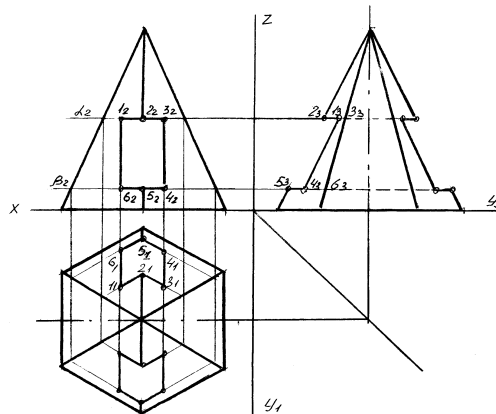
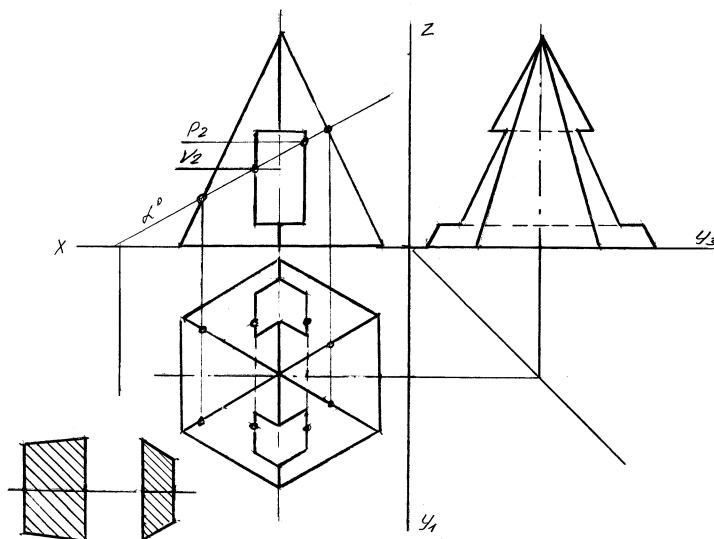


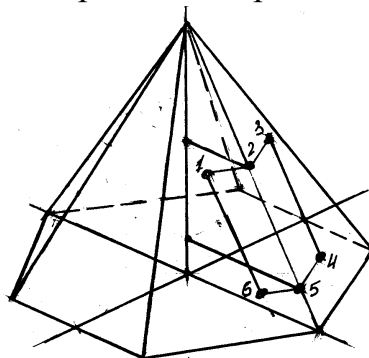
Рис. 253

3. Будуємо сліди фронтально проектуючої площини, яка перерізає піраміду під кутом  $\alpha^\circ$ . Способом плоско паралельного переміщення знаходимо натуральну величину фігури перерізу (рис. 254).



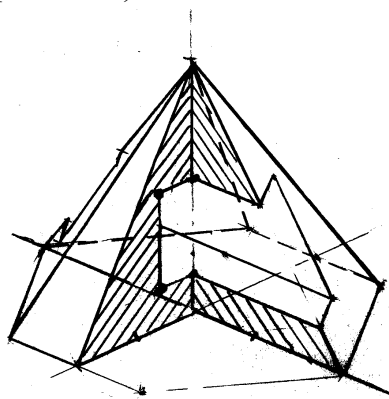
**Рис. 254**

4. Аксонометричне зображення цієї піраміди краще виконувати в прямокутній ізометрії. Будуємо прямокутну ізометрію повної піраміди. Координатним способом відкладаємо опорні точки отвору. Тонкою лінією послідовно з'єднані точки окреслять с крізний отвір піраміди (рис. 255).



**Рис. 255**

5. Для вирізу  $1/4$  частини необхідно координатним способом побудувати точки, які утворились при перетині фронтальної січної площини з отвором. Ця площина направлена по осі  $x$ . Отже слід використовувати координати  $x$  і  $z$ . Штрихова виконується тонкими паралельними лініями під кутом  $60^\circ$  до горизонтальної прямої (рис. 256).



**Рис. 256**

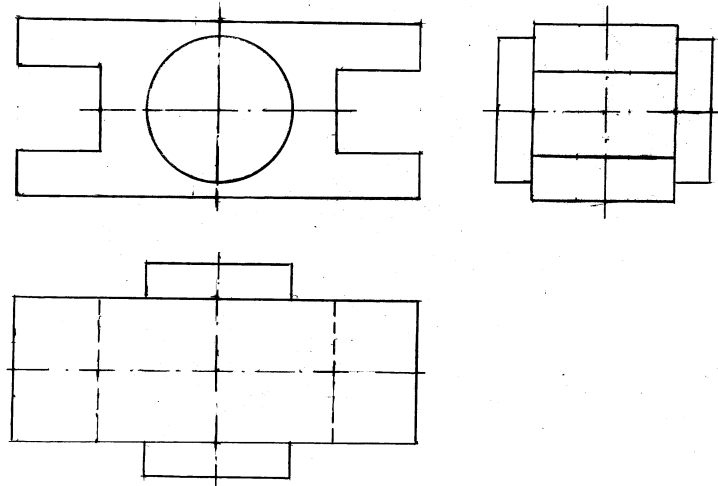
Це завдання являється заключною роботою по проєкційному кресленню. Для виконання цієї роботи необхідно застосувати весь попередній досвід по проєктуванню геометричних тіл. Приведені моделі є не що інше, як набір геометричних тіл, які перетинаються між собою. Тому рекомендується в першу чергу умовно розбити модель на окремі геометричні фігури і послідовно проєктувати їх, будуючи лінії їх перетину. Також можна використати метод розбивки моделі на окремі елементи - отвори, виступи, впадини і проєктувати їх кожний окремо.

Залежно від форми моделі можуть бути різні способи раціональної побудови її обрису.

1. Побудова за її заготовкою.
2. Побудова зображення методом нарощування дрібних елементів до більших.

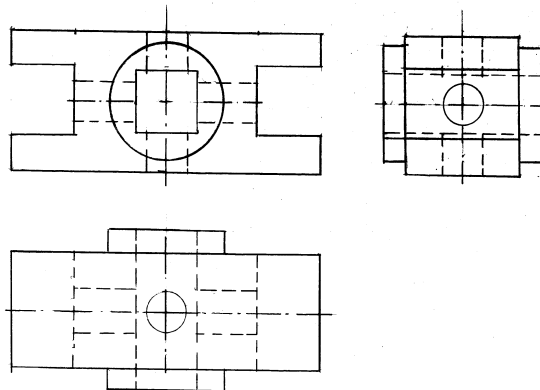
**Графічна послідовність виконання завдання:**

1. Побудувати три проєкції зовнішнього контуру моделі (рис. 257).



**Рис. 257**

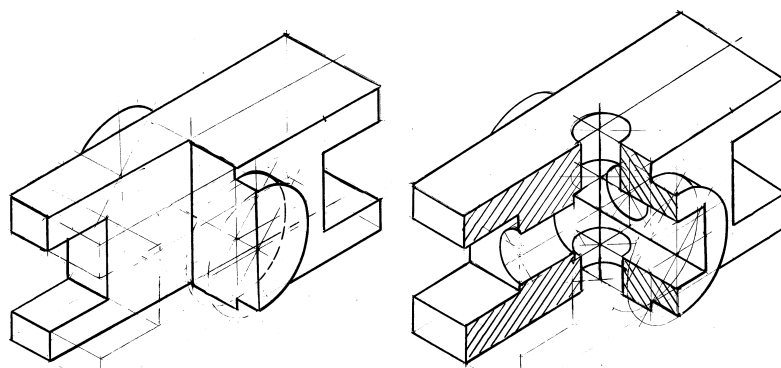
2. Штриховими лініями добудовуємо контури трьох отворів, які взаємно перетинаються (внутрішня будова моделі). Наводимо креслення і проставляємо розміри (рис. 258).



**Рис. 258**

3. Аксонометричне зображення виконуємо в прямокутній ізометрії. Для полегшення побудови також спочатку викреслюємо зовнішній контур з

вирізом  $1/4$  частини (рис. 259 а). Завершуємо побудову аксонометричного зображення викреслюванням внутрішніх елементів моделі (рис. 259 б).



а)

б)

Рис. 259

### **Питання для самоконтролю.**

1. Яка лінія перетину утворюється при перетині двох многогранників?
2. Яка лінія перетину утворюється при перетині двох поверхонь другого порядку?
3. Яка лінія перетину утворюється при перетині многогранника з тілом обертання?
4. Який загальний план розв'язання задач на перетин поверхонь?
5. Як визначається видимість точок лінії перетину?
6. Які умови потрібні для застосування допоміжних сферичних поверхонь?
7. Сформулюйте план розв'язання задач за допомогою січних сферичних поверхонь.
8. Як перетинаються між собою поверхні обертання із спільною віссю?