

Inizio con una premessa alcune notazioni e delle considerazioni (mi serviranno poi da supporto alla presentazione che seguirà).

Premessa; interpreto il significato di una frase del problema:

- leggo: "...ogni gruppo deve restare con almeno una crocchetta" (cioè sottrazione non è ammessa se un gruppo ne ha solo una).

Notazioni.

- "sottrazione", "divisione": i due tipi di mosse (la stessa notazione utilizzata su: le Scienze)
- "extra": il numero di crocchette in ogni gruppo (meno l'ultima che è quella che si deve tenere)
- (n_1, n_2, \dots) : l'elenco crocchette extra nei gruppi [p.e. : $(0, 2, 3)$ sono tre gruppi con 0, 2, 3 extra]
- " $E_0
- " $G_0
- " E ", " $G
- " $E_{min}
- " $g_1
- " $g_2$$$$$$

Considerazioni:

- divisione riduce il totale "extra" di una unità
- divisione incrementa di uno il totale gruppi: G
- sottrazione riduce il totale "extra" di G unità
- un gruppo infine rimane con una sola crocchetta
- di lì in poi, l'unica mossa ammessa è divisione
- perde chi si trova con extra a 0 in ogni gruppo (perché nei gruppi deve restare una crocchetta)
- dal momento che non si può sottrarre vince chi:
- è il primo a muovere, ed E è un numero dispari
- o è il secondo a muovere ed E è un numero pari
- la parità di E dopo la sottrazione, dipende da:
- se E e G , prima sono pari, E dopo rimane pari
- con E e G prima dispari, E dopo cambia a pari
- altrimenti: E dopo una sottrazione è dispari.

Considerazioni su chi dei due, vincerà il gioco:

- per determinare chi vince, si deve verificare:
- se E_{min} è uguale a 0 oppure è maggiore di zero
- le parità iniziali; cioè quelle di: E_{min}, E_0, G_0 .

Senza ripetere quanto detto, mostro chi vincerà (dopo aver motivato integro un caso di esempio:

- se E_0 dispari vince g_1 , infatti:
- se $E_{min}=0$ è ammessa solo divisione
(e l'ultimo a poter dividere è g_1)
ad esempio $(0, 1, 2)$
- se $E_{min}>0$ con divisione riesce ad:
- ottenere un gruppo con extra = 0
(e, quindi, forzare la divisione)
- e nel contempo passare E pari a g_2
(mettendolo in posizione perdente)
ad esempio $(1, 1, 3)$
- se E_0 pari ed $E_{min}=0$ vince g_2
(per quanto già detto prima)
ad esempio $(0, 1, 1)$
- se E_0 pari, G_0 è dispari ed $E_{min}>0$, vince g_2 :
-- g_1 perde sia con sottrazione che divisione
(passa, comunque, a g_2 E dispari vincente)
ad esempio $(0, 1, 2)$
- se E_0 pari, G_0 è pari ed E_{min} dispari, vince g_1 :
-- finché possono, g_1/g_2 devono usare sottrazione
(per non passare all'altro E dispari vincente)
- l'ultimo a poterlo fare, dato G_0 dispari, è g_1
- g_2 si trova con divisione ed E pari, perdente
ad esempio $(1, 1, 2, 2)$
- se E_0 è pari, G_0 è pari e E_{min} pari, vince g_2 :
-- stesso discorso di prima a parti invertite
ad esempio $(2, 2, 2, 2)$

Riassumendo:

La strategia vincente si basa sul controllo della parità del numero totale di "extra" (E) quando il gioco entra nella fase in cui l'unica mossa possibile è la divisione. Chi inizia la fase di divisione con un numero dispari di "extra" ha una strategia per fare l'ultima divisione e vincere.

Nella fase di sottrazione (quando $E_{min} > 0$), i giocatori cercano di evitare di lasciare all'avversario un E dispari.

La parità del numero di gruppi (G_0) gioca un ruolo cruciale nel determinare come la sottrazione influenza la parità di E .

La parità di E_{min} iniziale, con E_0 e G_0 pari, determina chi sarà il primo a forzare il passaggio alla fase di divisione con E pari per l'avversario.

Ho scritto un programma per verificare le deduzioni su chi vince:

<https://drive.google.com/file/d/1r7u-pHyIgmBLYSmLyaTuX-GYtGuDfptf/view?usp=sharing>

Il programma conferma per numero significativo di configurazioni:

Ricerca terminata.
Nessuna contraddizione trovata in 29864 configurazioni
(max pedoni=36, max gruppi=7) con le ipotesi previste.

Aumentare il numero di configurazioni, richiede troppo processore.