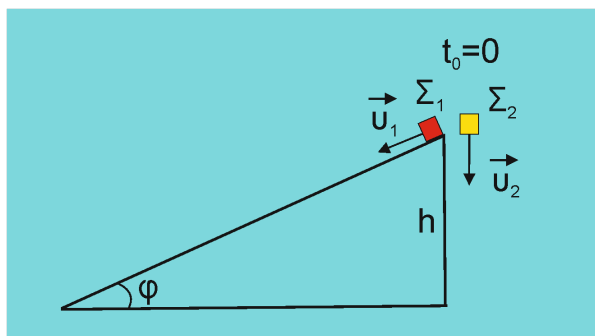


Δύο σώματα κι ένα κεκλιμένο...για επανάληψη

Δύο μικρά σώματα Σ_1 , Σ_2 με ίδια μάζα m εκτοξεύονται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ από το ίδιο ύψος h με ταχύτητες ίδιου μέτρου $u_1 = u_2 = u_0$, το Σ_1 κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ και το Σ_2 κατακόρυφα προς τα κάτω όπως φαίνεται στο σχήμα.



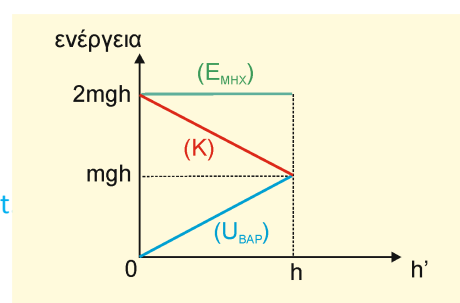
Γνωρίζουμε ότι κατά την κίνηση του σώματος Σ_1 η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα ασήμαντη και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας πλήρως την επιλογή σας:

- α. τα σώματα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση
- β. η δύναμη που δέχεται το σώμα Σ_1 από το κεκλιμένο επίπεδο είναι αντίθετη του βάρους του
- γ. ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος Σ_1 και κεκλιμένου επιπέδου είναι ίσος με $\mu = \epsilon\varphi\varphi$
- δ. κάθε στιγμή το σώμα Σ_2 βρίσκεται σε ύψος $h' = u_0 \cdot t + \frac{1}{2}g \cdot t^2$
- ε. οι αρχικές βαρυτικές δυναμικές ενέργειες των σωμάτων ως προς το έδαφος είναι ίδιες
- στ. οι αρχικές κινητικές ενέργειες των σωμάτων είναι ίδιες
- ζ. τα έργα των βαρών των σωμάτων μέχρι να φτάσουν στο έδαφος είναι διαφορετικά
- η. η μηχανική ενέργεια κάθε σώματος κατά την κίνησή του παραμένει σταθερή
- θ. η θερμότητα που παράχθηκε κατά την κίνηση του σώματος Σ_1 μέχρι τη βάση του κεκλιμένου είναι ίση με $m \cdot g \cdot h$
- ι. η μέση ισχύς του βάρους του σώματος Σ_1 μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου είναι $P_\mu = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\eta\varphi \cdot u_0$

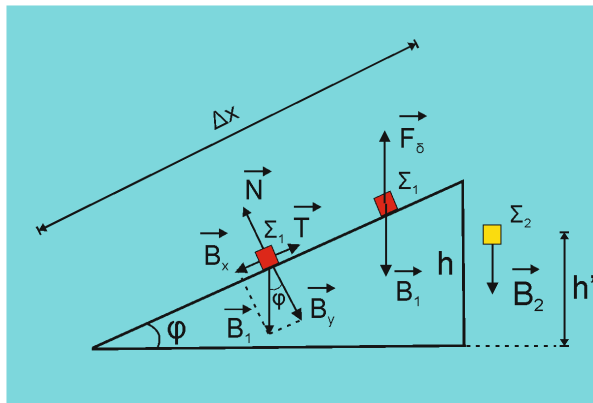
κ. Αν η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2 είναι ίση με την αρχική βαρυτική δυναμική του ενέργεια, το διάγραμμα δυναμικής, κινητικής και

www.ylikonet



μηχανικής του ενέργειας συναρτήσει του τυχαίου ύψους h' από το έδαφος είναι το διπλανό.

Απάντηση



α. Η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Αφού η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 παραμένει σταθερή, το μέτρο της ταχύτητάς του θα παραμένει σταθερό. Όμως και η κατεύθυνση της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή, οπότε θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, άρα δεν έχει επιτάχυνση. Για το σώμα Σ_2 ισχύει

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha} \rightarrow B = m \cdot \alpha \rightarrow m \cdot g = m \cdot \alpha \rightarrow \alpha = g$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη

β. Το σώμα Σ_1 δέχεται το βάρος του και μια δύναμη από το επίπεδο. Εφόσον κινείται ευθύγραμμα ομαλά πρέπει $\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow B - F_\delta = 0 \rightarrow F_\delta = B$

Η πρόταση είναι σωστή

γ. Αναλύοντας τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα Σ_1 (κατά τα γνωστά...) παίρνουμε

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - B_y = 0 \rightarrow N = B \cdot \sin \varphi \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow B_x - T = 0 \rightarrow B \cdot \eta \mu \varphi = \mu \cdot N \xrightarrow{(1)} B \cdot \eta \mu \varphi = \mu \cdot B \cdot \sin \varphi \rightarrow \mu = \epsilon \varphi \varphi$$

Η πρόταση είναι σωστή

δ. Η μετατόπιση του σώματος Σ_2 είναι $\Delta y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$. Επομένως κάθε στιγμή

θα βρίσκεται σε ύψος $h' = h - \Delta y \rightarrow h' = h - (v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2)$

Η πρόταση είναι λανθασμένη

ε. Οι αρχικές βαρυτικές δυναμικές ενέργειες των σωμάτων είναι

$$U_{\text{BAP, αρχ}} = m \cdot g \cdot h \quad \text{και είναι ίσες.}$$

Η πρόταση είναι σωστή

στ. Οι αρχικές κινητικές ενέργειες των σωμάτων είναι $K_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$ και είναι ίσες.

Η πρόταση είναι σωστή

ζ. Τα έργα των βαρών των σωμάτων μέχρι να φτάσουν στο έδαφος είναι ίσα με

$W_B = m \cdot g \cdot h$ ανεξάρτητα από την ακολουθούμενη διαδρομή, επομένως είναι ίσα.

Η πρόταση είναι λανθασμένη

η. Κατά τη διάρκεια κίνησης του σώματος Σ_1 παράγεται θερμότητα μέσω του έργου της τριβής. Επομένως η μηχανική του ενέργεια δεν διατηρείται. Κατά την κίνηση του σώματος Σ_2 δεν του προσφέρεται ούτε του αφαιρείται ενέργεια. Επομένως η μηχανική του ενέργεια διατηρείται.

Η πρόταση είναι λανθασμένη

θ. Αφού η κινητική ενέργεια του Σ_1 παραμένει σταθερή, η αρχική βαρυτική δυναμική του ενέργεια θα έχει μετατραπεί μέχρι τη βάση του κεκλιμένου σε θερμότητα, άρα $Q = m \cdot g \cdot h$. Ισοδύναμα από Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης του Σ_1 θα έχουμε

$$\Delta K = W_B + W_T \rightarrow 0 = m \cdot g \cdot h + W_T \rightarrow W_T = -m \cdot g \cdot h$$

Επομένως $Q = |W_T| = m \cdot g \cdot h$

Η πρόταση είναι σωστή

ι. Η μετατόπιση του Σ_1 μέχρι τη βάση του κεκλιμένου είναι Δx και ισχύει:

$$\Delta x = v_0 \cdot \Delta t \xrightarrow{\eta_{\text{μφ}} = \frac{h}{\Delta x}} \frac{h}{\eta_{\text{μφ}}} = v_0 \cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{h}{v_0 \cdot \eta_{\text{μφ}}} \quad (2)$$

Έτσι η μέση ισχύς του βάρους του μέχρι τη βάση θα είναι

$$P_{\mu} = \frac{W_B}{\Delta t} \rightarrow P_{\mu} = \frac{m \cdot g \cdot h}{h} \rightarrow P_{\mu} = m \cdot g \cdot v_0 \cdot \eta_{\mu\phi}$$

Ισοδύναμα, εφόσον η κίνηση του Σ_1 είναι ευθύγραμμη ομαλή, η μέση ισχύς του βάρους του μέχρι τη βάση θα είναι ίση με τη στιγμιαία ισχύ, που είναι ίση με

$$P_B = B_x \cdot v_0 \rightarrow P_B = m \cdot g \cdot \eta_{\mu\phi} \cdot v_0$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη

κ. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του Σ_2 στο τυχαίο ύψος h' θα είναι

$$U_{BAP} = m \cdot g \cdot h' \text{ Για } h' = h \text{ είναι } U_{BAP,αρ\chi} = m \cdot g \cdot h \text{ και για } h' = 0 \text{ είναι } U_{BAP,τελ} = 0$$

Η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή και είναι

$$E_{MHX} = K_{αρ\chi} + U_{BAP,αρ\chi} \xrightarrow{K_{αρ\chi} = U_{BAP,αρ\chi}} E_{MHX} = 2 \cdot U_{BAP,αρ\chi} = 2 \cdot m \cdot g \cdot h$$

Η κινητική του ενέργεια στο τυχαίο ύψος h' θα είναι

$$K = E_{MHX} - U_{BAP} \rightarrow K = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot h'$$

Για $h' = h$ είναι $K_{αρ\chi} = m \cdot g \cdot h$ και για $h' = 0$ είναι $K_{τελ} = 2 \cdot m \cdot g \cdot h$

Η πρόταση είναι σωστή

Παπάζογλου Αποστόλης

apostolospapazoglou@gmail.com