Câu 36. **[2D4-2.4-3] (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Đường nào dưới đây là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn điều kiện $|z-i|=|z+i|$?

A. Một đường thẳng. **B.** Một đường tròn. **C.** Một đường elip. **D.** Một đoạn thẳng.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $z=xi+y$, (với $x,y\in\mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng tọa độ (xoy).

Ta có $|z-i|=|z+i|\Leftrightarrow|x+(y-1)i|=|x+(y+1)i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2}\Leftrightarrow y=0$ (phương trình một đường thẳng).

Câu 22. **[2D4-2.4-3] (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\overline{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

A. đường thẳng. **B.** đường tròn. **C.** parabol. **D.** hypebol.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $z=x+yi\ \ (x,\ y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi\Rightarrow z+\overline{z}=2x$.

Bài ra ta có $2|x-1+yi|=|2x+2|\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2+y^2}=|2x+2|$

$\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2=(x+1)^2\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2=x^2+2x+1\Leftrightarrow y^2=4x$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\overline{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Câu 47: **[2D4-2.4-3] (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

A. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$.

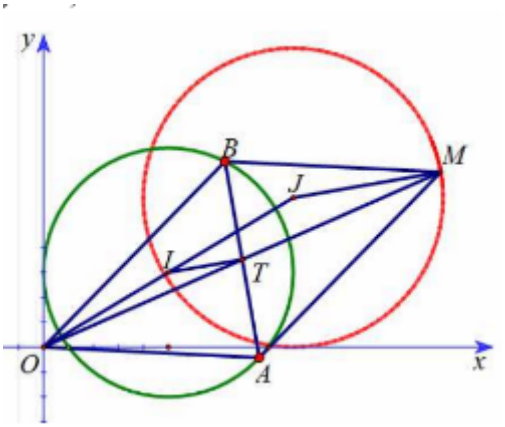
B. $(x-10)^2+(y-6)^2=36$.

C. $(x-10)^2+(y-6)^2=16$.

D. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=9$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi A, B, M là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, w. Khi đó A, B thuộc đường tròn $(C):(x-5)^2+(y-3)^2=25$ và $AB=|z_1-z_2|=8$.

(C) có tâm $I(5;3)$ và bán kính $R=5$, gọi T là trung điểm của AB khi đó T là trung điểm của OM và $IT=\sqrt{IA^2-TA^2}=3$.

Gọi J là điểm đối xứng của O qua I suy ra $J(10;6)$ và IT là đường trung bình của tam giác OJM, do đó $JM=2IT=6$.

Vậy M thuộc đường tròn tâm J bán kính bằng 6 và có phương trình $(x-10)^2+(y-6)^2=36$.

Câu 26: **[2D4-2.4-3] (SỞ GD VÀ ĐT ĐỒNG THÁP-2018)** Cho M là tập hợp các số phức z thỏa $|2z-i|=|2+iz|$. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc tập hợp M sao cho $|z_1-z_2|=1$. Tính giá trị của biểu thức $P=|z_1+z_2|$.

A. $P=\sqrt{3}$. **B.** $P=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $P=\sqrt{2}$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $z=x+yi$ với x, $y\in\mathbb{R}$.

Ta có: $|2z-i|=|2+iz|\Leftrightarrow|2x+(2y-1)i|=|2-y+xi|\Leftrightarrow x^2+y^2=1$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là đường tròn $(O;1)\Rightarrow|z_1|=|z_2|=1$.

Ta có: $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)\Rightarrow P^2=3\Rightarrow P=\sqrt{3}$.

Câu 48: **[2D4-2.4-3] (CHUYÊN THÁI BÌNH - 2018 - LẦN 6)** Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức w xác định bởi $w=(2+3i)\overline{z}+3+4i$ là một đường tròn bán kính R. Tính R.

A. $R=5\sqrt{17}$. **B.** $R=5\sqrt{10}$. **C.** $R=5\sqrt{5}$. **D.** $R=5\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D.

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$ là đường tròn (C) tâm $I(1;0)$ và bán kính $R=5$. Ta có (C) nhận trục hoành là trục đối xứng nên tọa độ điểm biểu diễn $\bar{z}$ cũng nằm trên đường tròn này hay $|\bar{z}-1|=5$.

Ta có

$$w=(2+3i)\bar{z}+3+4i \Leftrightarrow w=(2+3i)(\bar{z}-1)+(2+3i)+3+4i \Leftrightarrow w-(5+7i)=(2+3i)(\bar{z}-1)$$

$$\Leftrightarrow |w-(5+7i)|=|(2+3i)||(\bar{z}-1)| \Leftrightarrow |w-(5+7i)|=5\sqrt{13}.$$

Câu 43: **[2D4-2.4-3] (THPT Chuyên Quốc Học Huế lần 3)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$ thỏa mãn $|z-1|\le 2$. Tính diện tích của hình (H).

A. 8π. **B.** 18π. **C.** 16π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $w=(1+\sqrt{3}i)z+2 \Leftrightarrow w-3-\sqrt{3}i=(1+\sqrt{3}i)(z-1)$.

$$\Leftrightarrow |w-3-\sqrt{3}i|=|1+\sqrt{3}i||z-1|\le 4.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức w nằm trên hình tròn có bán kính $r=4$.

Diện tích hình (H) là $S=\pi r^2=16\pi$.

Câu 35: **[2D4-2.4-3] (CHUYÊN HẠ LONG- LẦN 3-2018)** Cho w là số phức thay đổi thỏa mãn $|w|=2$. Trong mặt phẳng phức, các điểm biểu diễn số phức $z=3w+1-2i$ chạy trên đường nào?

A. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=6$.

B. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=2$.

C. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=2$.

D. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|w|=2 \Leftrightarrow \left|\frac{z+2i-1}{3}\right|=2 \Leftrightarrow |z+2i-1|=6 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=36$.

Vậy tập hợp điểm cần tìm là đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=6$.

Câu 46: **[2D4-2.4-3] (CHUYÊN HẠ LONG-LẦN 2-2018)** Cho các số phức $z_1=-2+i$, $z_2=2+i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-z_1|^2+|z-z_2|^2=16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức M^2-m^2 bằng

A. 15. **B.** 7. **C.** 11. **D.** 8.

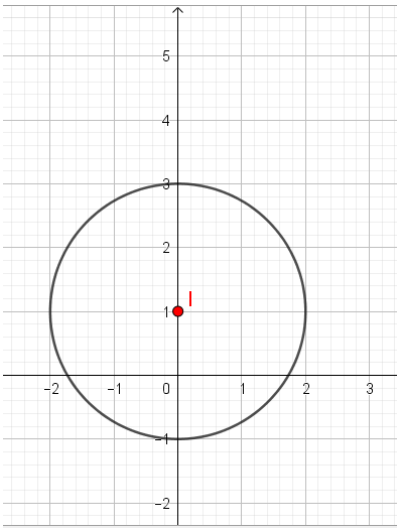
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có: $|z-z_1|^2+|z-z_2|^2=16\Leftrightarrow|x+yi+2-i|^2+|x+yi-2-i|^2=16\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=4$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm số phức $I(0;1)$ bán kính $R=2$.



Do đó $m=1$, $M=3$.

Vậy $M^2-m^2=8$.

Câu 30. **[2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 101)** Xét các điểm số phức z thỏa mãn $\left(\bar{z}+i\right)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tạo độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có: $\left(\bar{z}+i\right)(z+2)=(a-bi+i)(a+bi+2)=\left(a^2+2a+b^2-b\right)+(a-2b+2)i$

Vì $\left(\bar{z}+i\right)(z+2)$ là số thuần ảo nên ta có: $a^2+2a+b^2-b=0\Leftrightarrow(a+1)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$.

Trên mặt phẳng tạo độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 33. **[2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 102)** Xét các số phức z thỏa mãn $\left(\overline{z}+3i\right)\left(z-3\right)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi\Rightarrow \overline{z}=x-yi$.

Ta có: $\left(\overline{z}+3i\right)\left(z-3\right)=x^2+y^2-3x-3y+\left(3x+3y-9\right)i$.

Để $\left(\overline{z}+3i\right)\left(z-3\right)$ là số thuần ảo thì $x^2+y^2-3x-3y=0\Leftrightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện trên là một đường tròn có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28. **[2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 103)** Xét các số phức z thỏa mãn $\left(\overline{z}+2i\right)\left(z-2\right)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Vì $\left(\overline{z}+2i\right)\left(z-2\right)=\left[x+\left(2-y\right)i\right]\left[\left(x-2\right)+yi\right]=$ $\left[x\left(x-2\right)-y\left(2-y\right)\right]+\left[xy+\left(x-2\right)\left(2-y\right)\right]i$ là số thuần ảo nên có phần thực bằng không do đó $x\left(x-2\right)-y\left(2-y\right)=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$. Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 29: **[2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 104)** Xét các số phức z thỏa mãn $\left(\overline{z}-2i\right)\left(z+2\right)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng ?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$

Ta có: $\left(\overline{z}-2i\right)\left(z+2\right)=\left(a-bi-2i\right)\left(a+bi+2\right)=a^2+2a+b^2+2b-2\left(a+b+2\right)i$

Vì $\left(\overline{z}-2i\right)\left(z+2\right)$ là số thuần ảo nên ta có $a^2+2a+b^2+2b=0\Leftrightarrow\left(a+1\right)^2+\left(b+1\right)^2=2$.

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 30. **[2D4-2.4-3] [Mã đề 105 – THQG 2018]** Xét các số phức z thỏa mãn $\left(\overline{z}+2i\right)\left(z-2\right)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z=x+yi,\left(x,y\in \right)$. Ta có:

$\left(\overline{z}+2i\right)\left(z-2\right)=\left[x+\left(2-y\right)i\right]\left(x-2+yi\right)=\left(x^2-2x+y^2-2y\right)+\left(2x-2y-4\right)i$

$\left(\overline{z}+2i\right)\left(z-2\right)$ là số thuần ảo khi $x^2-2x+y^2-2y=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$.