

Câu 36. [2D4-2.4-3] (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Đường nào dưới đây là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn điều kiện $|z-i|=|z+i|$?
A. Một đường thẳng. **B. Một đường tròn.** **C. Một đường elip.** **D. Một đoạn thẳng.**

Lời giải

Chọn A.

Gọi $z = xi + y$, (với $x, y \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ (xoy) .

$$\text{Ta có } |z-i|=|z+i| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|x+(y+1)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2} = \sqrt{x^2+(y+1)^2} \Leftrightarrow y=0 \quad (\text{phương trình một đường thẳng}).$$

Câu 22. [2D4-2.4-3] (THPT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một
A. đường thẳng. **B. đường tròn.** **C. parabol.** **D. hypebol.**

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Giả sử } z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow z + \bar{z} = 2x.$$

$$\text{Bài ra ta có } 2|x-1+yi|=|2x+2| \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2+y^2}=|2x+2|$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=(x+1)^2 \Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2=x^2+2x+1 \Leftrightarrow y^2=4x.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Câu 47: [2D4-2.4-3] (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

A. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.

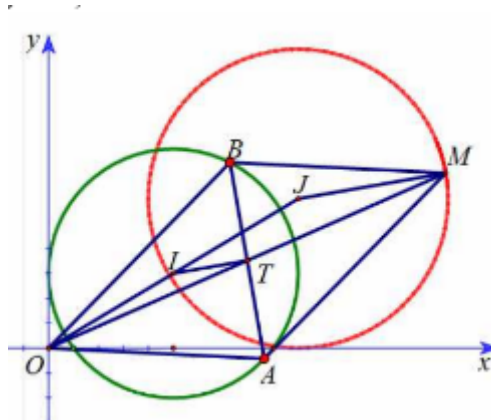
B. $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$.

C. $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 16$.

D. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi A, B, M là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, w . Khi đó A, B thuộc đường tròn $(C): (x-5)^2 + (y-3)^2 = 25$ và $AB = |z_1 - z_2| = 8$.

(C) có tâm $I(5;3)$ và bán kính $R=5$, gọi T là trung điểm của AB khi đó T là trung điểm của OM và $IT = \sqrt{IA^2 - TA^2} = 3$.

Gọi J là điểm đối xứng của O qua I suy ra $J(10;6)$ và IT là đường trung bình của tam giác OJM , do đó $JM = 2IT = 6$.

Vậy M thuộc đường tròn tâm J bán kính bằng 6 và có phương trình $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$.

Câu 26: [2D4-2.4-3] (SỞ GD VÀ ĐT ĐỒNG THÁP-2018) Cho M là tập hợp các số phức z thỏa $|2z-i| = |2+iz|$. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc tập hợp M sao cho $|z_1 - z_2| = 1$.

Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

A. $P = \sqrt{3}$.

B. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $P = \sqrt{2}$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $|2z-i| = |2+iz| \Leftrightarrow |2x + (2y-1)i| = |2-y+xi| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là đường tròn $(O;1) \Rightarrow |z_1| = |z_2| = 1$.

Ta có: $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \Rightarrow P^2 = 3 \Rightarrow P = \sqrt{3}$.

Câu 48: [2D4-2.4-3] (CHUYÊN THÁI BÌNH - 2018 - LẦN 6) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức w xác định bởi $w = (2+3i)\bar{z} + 3+4i$ là một đường tròn bán kính R . Tính R .

A. $R = 5\sqrt{17}$.

B. $R = 5\sqrt{10}$.

C. $R = 5\sqrt{5}$.

D. $R = 5\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D.

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$ là đường tròn (C) tâm $I(1;0)$ và bán kính $R=5$. Ta có (C) nhận trục hoành là trục đối xứng nên tọa độ điểm biểu diễn $\bar{z}$ cũng nằm trên đường tròn này hay $|\bar{z}-1|=5$.
Ta có

$$\begin{aligned}w &= (2+3i)\bar{z} + 3 + 4i \Leftrightarrow w = (2+3i)(\bar{z}-1) + (2+3i) + 3 + 4i \Leftrightarrow w - (5+7i) = (2+3i)(\bar{z}-1) \\ \Leftrightarrow |w - (5+7i)| &= |(2+3i)| |\bar{z}-1| \Leftrightarrow |w - (5+7i)| = 5\sqrt{13}.\end{aligned}$$

Câu 43: [2D4-2.4-3] (THPT Chuyên Quốc Học Huế lần 3) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1+\sqrt{3}i)z + 2$ thỏa mãn $|z-1| \leq 2$. Tính diện tích của hình (H) .

A. 8π .

B. 18π .

C. 16π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } w &= (1+\sqrt{3}i)z + 2 \Leftrightarrow w - 3 - \sqrt{3}i = (1+\sqrt{3}i)(z-1) \\ \Leftrightarrow |w - 3 - \sqrt{3}i| &= |1+\sqrt{3}i| |z-1| \leq 4.\end{aligned}$$

Vậy điểm biểu diễn số phức w nằm trên hình tròn có bán kính $r = 4$.

Diện tích hình (H) là $S = \pi r^2 = 16\pi$.

Câu 35: [2D4-2.4-3] (CHUYÊN HẠ LONG- LẦN 3-2018) Cho w là số phức thay đổi thỏa mãn $|w|=2$. Trong mặt phẳng phức, các điểm biểu diễn số phức $z = 3w + 1 - 2i$ chạy trên đường nào?

A. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 6$.

B. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R = 2$.

C. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 2$.

D. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có } |w|=2 \Leftrightarrow \left| \frac{z+2i-1}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow |z+2i-1| = 6 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 36.$$

Vậy tập hợp điểm cần tìm là đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 6$.

Câu 46: [2D4-2.4-3] (CHUYÊN HẠ LONG-LẦN 2-2018) Cho các số phức $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 2 + i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

A. 15. B. 7. C. 11. **D. 8.**

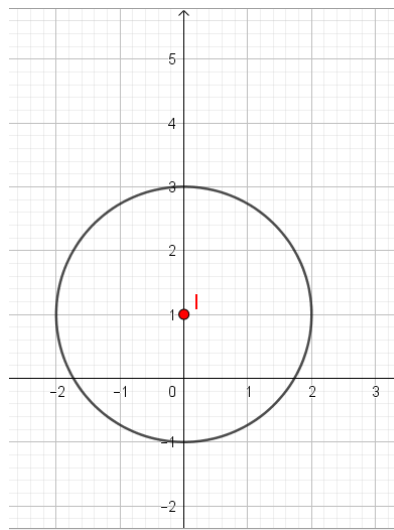
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16 \Leftrightarrow |x + yi + 2 - i|^2 + |x + yi - 2 - i|^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm số phức $I(0;1)$ bán kính $R = 2$.



Do đó $m = 1$, $M = 3$.

Vậy $M^2 - m^2 = 8$.

Câu 30. [2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 101) Xét các điểm số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1. B. $\frac{5}{4}$. **C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.** D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Ta có: $(\bar{z} + i)(z + 2) = (a - bi + i)(a + bi + 2) = (a^2 + 2a + b^2 - b) + (a - 2b + 2)i$

Vì $(\bar{z} + i)(z + 2)$ là số thuần ảo nên ta có: $a^2 + 2a + b^2 - b = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán

kính bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 33. [2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 102) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. 3.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có: $(\bar{z} + 3i)(z - 3) = x^2 + y^2 - 3x - 3y + (3x + 3y - 9)i$.

Để $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$ là số thuần ảo thì $x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện trên là một đường

tròn có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28. [2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 103) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 4.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Vì $(\bar{z} + 2i)(z - 2) = [x + (2 - y)i][(x - 2) + yi] = [x(x - 2) - y(2 - y)] + [xy + (x - 2)(2 - y)]i$ là số thuần ảo nên có phần thực bằng không do đó $x(x - 2) - y(2 - y) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$. Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 29: [2D4-2.4-3] (Đề Chính Thức 2018 - Mã 104) Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng ?

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$

Ta có: $(\bar{z} - 2i)(z + 2) = (a - bi - 2i)(a + bi + 2) = a^2 + 2a + b^2 + 2b - 2(a + b + 2)i$

Vì $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$ là số thuần ảo nên ta có $a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$.

Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Câu 30. [2D4-2.4-3] [Mã đề 105 – THQG 2018] Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có:

$$(\bar{z} + 2i)(z - 2) = [x + (2 - y)i](x - 2 + yi) = (x^2 - 2x + y^2 - 2y) + (2x - 2y - 4)i$$

$$(\bar{z} + 2i)(z - 2) \text{ là số thuần ảo khi } x^2 - 2x + y^2 - 2y = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2.$$