

Цель занятия:

Деятельностная:

- создать условия для сознательного усвоения учащимися методов решения простейших тригонометрических уравнений.

Содержательная:

- актуализировать знания об уравнениях; тригонометрических функциях, обратных тригонометрических функциях;
- расширить знания учеников за счет введения нового объекта – тригонометрического уравнения;
- познакомиться с задачами на решение простейших тригонометрических уравнений.

План занятия:

1. Простейшие тригонометрические уравнения
2. Уравнения $tg x = a$, $ctg x = a$.
3. Уравнения вида $tg(kx+b)=a$ и подобные ему

1. Простейшие тригонометрические уравнения

Тригонометрические уравнения – такие уравнения, в которых неизвестная заключена строго под знаком тригонометрической функции.

Простейшими тригонометрическими уравнениями являются такие уравнения, которые записаны в виде:

$$\cos f(x) = a, \sin f(x) = a, tg f(x) = a, ctg f(x) = a.$$

Здесь a представляет собой некое постоянное число.

Заметим, что $f(x)$ является какой-то функцией, которая определяется искомой переменной x .

В том случае, когда уравнения записаны в виде: $\cos f(x) = a$, $\sin f(x) = a$, они обладают смыслом при $-1 \leq a \leq 1$.

Если уравнения имеют вид: $tg x = a$, $ctg x = a$, то такие уравнения справедливы при любых значениях, которые принимает a .

2. Уравнения $tg x = a$, $ctg x = a$.

При любом действительном a множеством решений уравнения $tg x = a$ является

$$x = \arctg a + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

При любом действительном a множеством решений уравнения $ctg x = a$ является

$$x = \text{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

3. Уравнения вида $tg(kx+b)=a$ и подобные ему

Уравнения вида $tg(kx+b)=a$, $ctg(kx+b)=a$ сводятся к простейшим с помощью замены переменной.

Пример 1. Решить уравнение:

$$ctg \frac{\pi x}{3} = \sqrt{3}$$

Перед нами простейшее тригонометрическое уравнение с немного усложненным аргументом. По таблице найдем значение аргумента (вместо x слева нужно будет записать аргумент без изменений):

$$\frac{\pi x}{3} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Теперь из этого уравнения нам нужно выразить x . Чтобы его выразить, нужно преобразовать уравнение так, чтобы слева стоял только x без коэффициентов.

Избавимся от дробей. Для этого умножим уравнение на 6:

$$2\pi x = \pi + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Считать ответ, когда в уравнении есть число π очень неудобно. Однако поскольку π стоит в каждом слагаемом, мы можем разделить уравнение на него:

$$2x = 1 + 6n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{1}{2} + 3n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{1}{2} + 3n, n \in \mathbb{Z}$

Задачи

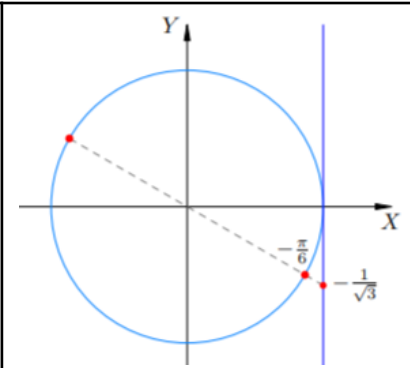
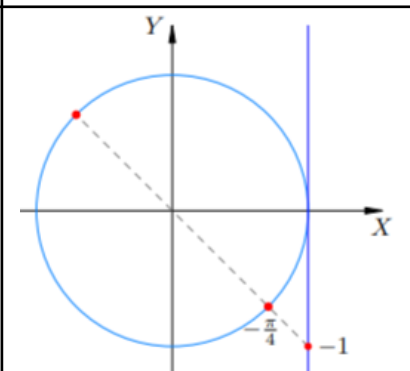
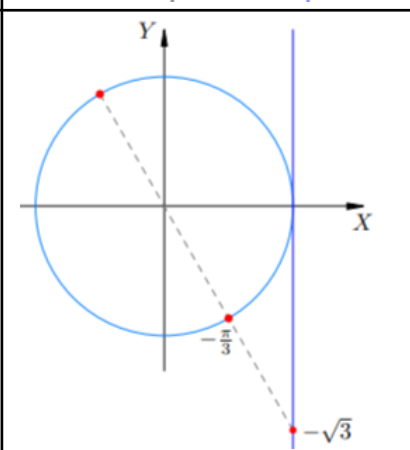
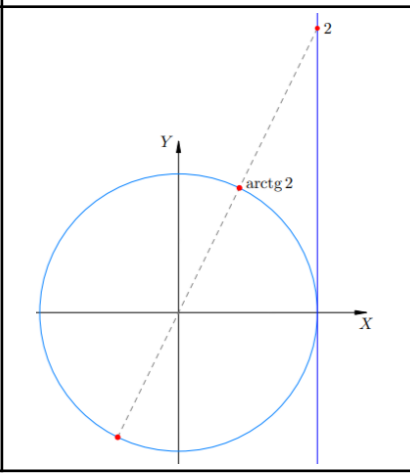
1. $\operatorname{tg} x = 0$

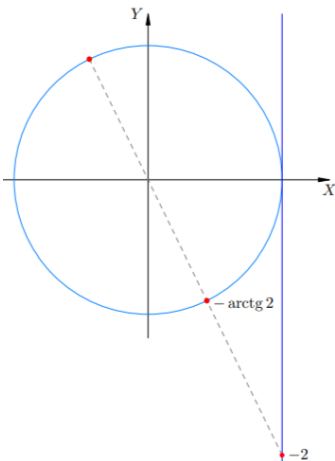
Будучи записано в виде $\frac{\sin x}{\cos x} = 0$ данное уравнение равносильно уравнению $\sin x = 0$. Его решения, как мы знаем, имеют вид: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. $\operatorname{ctg} x = 0$

Будучи записано в виде $\frac{\cos x}{\sin x} = 0$ данное уравнение равносильно уравнению $\cos x = 0$. Его решения, как мы знаем, имеют вид: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

№	Условие	Рисунок	Ответ
3	$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$		$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
4	$\operatorname{tg} x = 1$		$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
5	$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$		$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

6	$tgx = -\frac{1}{\sqrt{3}}$		$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
7	$tgx = -1$		$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
8	$tgx = -\sqrt{3}$		$x = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
9	$tgx = 2$		$x = \arctg 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

10	$\operatorname{tg} x = -2$		$x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
----	----------------------------	--	---

(!) Домашнее задание (!)

1. Ответьте на контрольные вопросы (письменно):

1.1. Какие основные условия накладываются на область значений тригонометрических функций $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$? Как они влияют на решение уравнений?

1.2. Приведите основные расчетные формулы для решения простейших тригонометрических уравнений $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

1.3. Приведите примеры частных случаев тригонометрических уравнений $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ и их решение.

2. Решите предложенные задания (письменно):

2.1. Решите уравнения

а) $\operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1;$

б) $\operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1;$

в) $\operatorname{tg} 2x = -1;$

г) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -1;$

д) $\operatorname{tg} \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = 0;$

е) $\operatorname{ctg} \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{9} \right) = 0.$

ОТЧЕТНОСТЬ

Работы принимаются до 10 февраля 2026 г.

Задания выполняются от руки на тетрадных листах в клетку. Каждый лист на полях подписываете: Фамилия Имя, группа, дата (в формате ДД.ММ.ГГГГ). По выполнению фотографии каждого листа (в правильном порядке и вертикальной ориентации – без перевернутых страниц) высылаете на проверку преподавателю.

Выполненное задание контрольной работы вы присылаете на @mail:

pushistav@mail.ru

В теме письма указываем:

ОД.07 Математика 03.02.26 (Фамилия Имя, группа)

К примеру:

ОД.07 Математика 03.02.26 (Иванов Иван, ТД и БУ 1/1-9/25)

Обязательно проверьте, что Вы состоите в чате:

<https://t.me/+RX9Nb2N84woxOTdi>

С уважением!

Преподаватель математики ШТЭК ДОННУЭТ

Бережная Валерия Александровна

Основная литература: Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : базовый и углубленный уровни : учебник / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва [и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 463.