

Практичні заняття
з курсу «Сигнали та процеси»
осінній семестр, 2022-2023 навч. рік

Практичне заняття №4

Автокореляційна функція визначається виразом

$$K_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u(t-\tau) dt$$

Енергетичний спектр та функція автокореляції пов'язані виразом

$$K_u(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_u(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega$$

Дискретна кореляційна функція визначається як сума виду

$$K_u(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} u_j u_{j-n}$$

Автокореляційна функція симетрична, тобто

$$K_u(-1) = K_u(1), \quad K_u(-2) = K_u(2)$$

Автокореляційна функція при $\tau = 0$ максимальна та дорівнює енергії сигналу.

Задача 1.

Задано прямокутний відеоімпульс (рис. 1)

Знайти його функцію автокореляції.

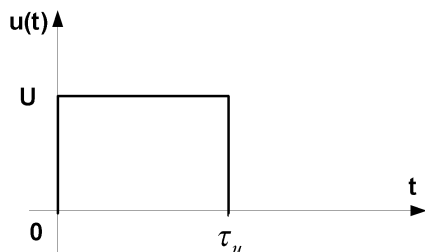


Рис. 1

Рішення:

Це дискретний або безперервний сигнал?

Автокореляційна функція безперервного сигналу визначається виразом

$$K_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u(t-\tau) dt$$

(1)

Зобразимо умовно початковий та зсунутий сигнал при $|\tau| < \tau_u$ та при $|\tau| \geq \tau_u$

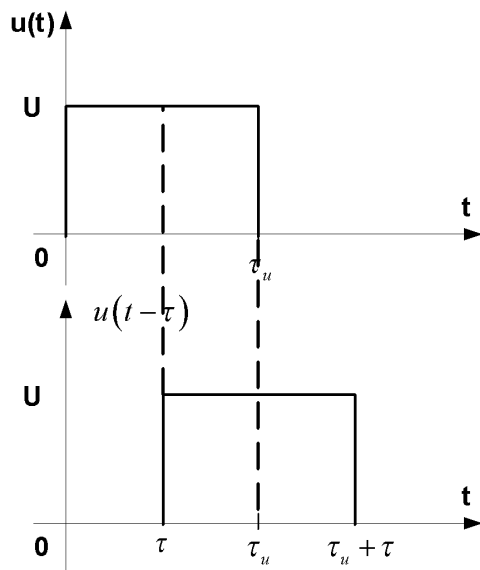


Рис. 2

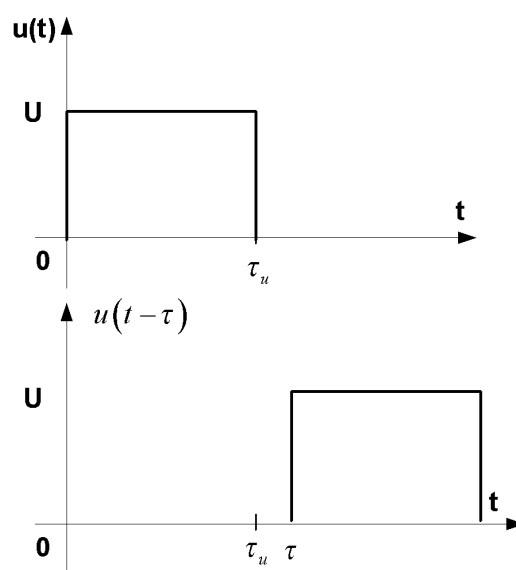


Рис. 3

Для нашого сигналу (рис. 2) при $|\tau| < \tau_u$ можна записати

$$K_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u(t-\tau)dt = \int_{\tau}^{\tau_u} U \cdot U dt = U^2 \int_{\tau}^{\tau_u} dt = U^2 t \Big|_{\tau}^{\tau_u} = U^2 (\tau_u - \tau) = U^2 \tau_u \left(1 - \frac{\tau}{\tau_u}\right)$$

Якщо $\tau > \tau_u$ (рис. 3), добуток $u(t)$ та $u(t-\tau)$ дорівнює нулю за будь-яких t .

$$K_u(\tau) = \begin{cases} U^2 \tau_u \left(1 - \frac{\tau}{\tau_u}\right), & \tau < \tau_u \\ 0, & \tau > \tau_u \end{cases}$$

Таким чином, при зсуві функції в один бік АКФ дорівнює

$$K_u(\tau) = \begin{cases} U^2 \tau_u \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_u}\right), & |\tau| < \tau_u \\ 0, & |\tau| > \tau_u \end{cases}$$

Врахувати симетричність АКФ можна записав її наступним чином

Розглянемо кілька показових точок на осі τ .

Знайдемо $K_u(\tau)$ при $\tau = 0$, тобто $K_u(0)$

$$K_u(\tau) \Big|_{\tau=0} = K_u(0) = U^2 \tau_u \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_u}\right) \Big|_{\tau=0}$$

$$K_u(0) = U^2 \tau_u \left(1 - \frac{0}{\tau_u}\right) = U^2 \tau_u (1 - 0) = U^2 \tau_u$$

знайдемо енергію сигналу та порівняємо отримані вирази.

Як знайти енергію сигналу?

$$E_u = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt$$

$$E_u = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt = \int_0^{\tau_u} U^2 dt = U^2 \int_0^{\tau_u} dt = U^2 t \Big|_0^{\tau_u} = U^2 (\tau_u - 0) = U^2 \tau_u$$

ТАКИМ ЧИНОМ,

$$K_u(0) = u.$$

При $\tau = \frac{\tau_u}{2}$,

$$K_u(\tau) = \left| \tau = \frac{\tau_u}{2} \right| = K_u\left(\frac{\tau_u}{2}\right) = U^2 \tau \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_u}\right)$$

$$K_u\left(\frac{\tau_u}{2}\right) = U^2 \tau \left(1 - \frac{\tau_u/2}{\tau_u}\right) = U^2 \tau \left(1 - \frac{1}{2}\right) = U^2 \tau \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{U^2 \tau_u}{2}.$$

При $\tau = \tau_u$,

$$K_u(\tau) = \left| \tau = \tau_u \right| = K_u(\tau_u) = U^2 \tau \left(1 - \frac{|\tau|}{\tau_u}\right)$$

$$K_u(\tau_u) = U^2 \tau \left(1 - \frac{\tau_u}{\tau_u}\right) = U^2 \tau (1 - 1) = U^2 \tau \cdot 0 = 0.$$

При $\tau = -\tau_u$,

$$K_u(-\tau_u) = U^2 \tau \left(1 - \frac{\tau_u}{\tau_u}\right) = U^2 \tau (1 - 1) = U^2 \tau \cdot 0 = 0.$$

Графік цієї функції – трикутник (рис. 4) з шириною від $-\tau_u$ до $+\tau_u$ з амплітудою, яка в нулі дорівнює енергії сигналу, так як $K_u(0) = u$.

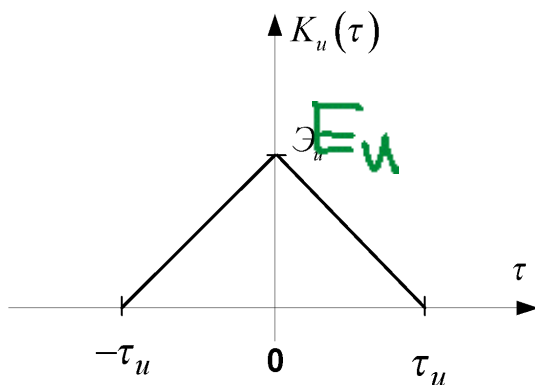
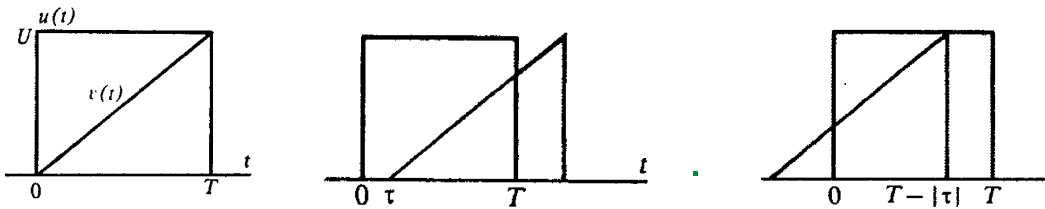


Рис. 4

Задача 2.

Знайти ВКФ для двох сигналів $u(t)$ та $\vartheta(t)$. Сигнал $u(t)$ – прямокутний відеоімпульс, $\vartheta(t)$ – трикутний відеоімпульс. Сигнали мають однакову амплітуду U однакову тривалість T та в початковому стані знаходяться на загальному відрізку часу $[0, T]$.



Рішення:

При $0 \leq t \leq T$ задані сигнали описуються таким чином: $u(t) = U$, $g(t) = U \frac{t}{T}$.

Якщо $\tau > 0$, тобто сигнал $g(t)$ затримано у часі відносно $u(t)$, то

$$K_{u\theta}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)g(t-\tau)dt = \int_{\tau}^T U \cdot U \frac{(t-\tau)}{T} dt = \frac{U^2}{T} \int_{\tau}^T (t-\tau) dt =$$

Інтеграл від різниці дорівнює.....

$$= \frac{U^2}{T} \left[\int_{\tau}^T t dt - \int_{\tau}^T \tau dt \right] = \frac{U^2}{T} \left[\int_{\tau}^T t dt - \tau \int_{\tau}^T dt \right] = \frac{U^2}{T} \left[\frac{t^2}{2} \Big|_{\tau}^T - \tau t \Big|_{\tau}^T \right] = \frac{U^2}{T} \left[\frac{1}{2}(T^2 - \tau^2) - \tau(T - \tau) \right] =$$

$$= \frac{U^2}{T} \left[\frac{1}{2}T^2 - \frac{1}{2}\tau^2 - \tau T + \tau^2 \right] = \frac{U^2}{2T} [T^2 - \tau^2 - 2\tau T + 2\tau^2] = \frac{U^2}{2T} [T^2 - 2\tau T + \tau^2] =$$

$$= \frac{U^2 T}{2} \left[\frac{T^2}{T^2} - \frac{2\tau T}{T^2} + \frac{\tau^2}{T^2} \right] = \frac{U^2 T}{2} \left[1 - \frac{2\tau}{T} + \frac{\tau^2}{T^2} \right] = \left| \eta = \frac{\tau}{T} \right| = \frac{U^2 T}{2} [1 - 2\eta + \eta^2]$$

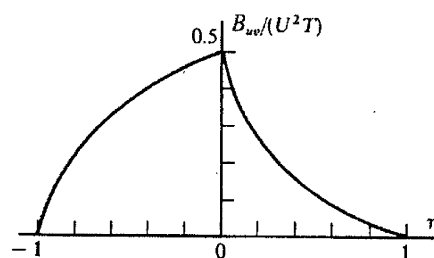
$$K_{u\theta}(\eta) = \frac{U^2 T}{2} [1 - 2\eta + \eta^2]$$

Якщо $\tau < 0$, тобто трикутний імпульс випереджає прямокутний, то

$$K_{u\theta}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)g(t-\tau)dt = \int_0^{T-|\tau|} U \cdot U \frac{(t-|\tau|)}{T} dt = \frac{U^2}{T} \int_0^{T-|\tau|} (t-|\tau|) dt$$

$$K_{u\theta}(\eta) = \frac{U^2 T}{2} [1 - \eta^2]$$

Графічно отримані результати показані на рисунку нижче.



Задача 3.

Знайти функцію автокореляції прямокутного радіоімпульсу (рис. 5), якщо відомо що $0 < \tau < \tau_u$

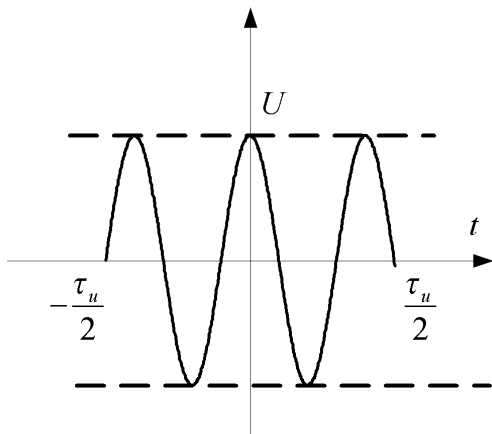


Рис. 5

Рішення:

Прямокутний радіоімпульс аналітично можна записати так:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < -\frac{\tau_u}{2} \\ U \cos \omega t, & -\frac{\tau_u}{2} \leq t \leq \frac{\tau_u}{2} \\ 0, & t > \frac{\tau_u}{2} \end{cases}$$

Тоді функція автокореляції має вигляд

$$\begin{aligned} K_u(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u(t-\tau)dt = \int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} U \cdot \cos(\omega t) \cdot U \cdot \cos \omega(t-\tau)dt = \\ &= \left| \frac{\cos \alpha \cos \beta = (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))}{2} \right| = \frac{U^2}{2} \int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} (\cos(\omega t - \omega(t-\tau)) + \cos(\omega t + \omega(t-\tau)))dt = \\ &= \frac{U^2}{2} \int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} (\cos(\omega t - \omega t + \omega \tau) + \cos(\omega t + \omega t - \omega \tau))dt = \frac{U^2}{2} \int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} (\cos(\omega \tau) + \cos(2\omega t - \omega \tau))dt = \\ &= \frac{U^2}{2} \left[\int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(\omega \tau)dt + \int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(2\omega t - \omega \tau)dt \right] = \frac{U^2}{2} \int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(\omega \tau)dt + \\ &+ \frac{U^2}{2} \int_{-\frac{\tau_u}{2}+\tau}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(2\omega t - \omega \tau)dt = I_1 + I_2 \end{aligned}$$

Розв'яжемо перший інтеграл

$$I_1 = \frac{U^2}{2} \int_{-\frac{\tau_u + \tau}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(\omega \tau) dt = \frac{U^2}{2} \cos(\omega \tau) \int_{-\frac{\tau_u + \tau}{2}}^{\frac{\tau_u}{2}} dt = \frac{U^2}{2} \cos(\omega \tau) \cdot t \Big|_{-\frac{\tau_u}{2} + \tau}^{\frac{\tau_u}{2}} =$$

$$= \frac{U^2}{2} \cos(\omega \tau) \cdot \left(\frac{\tau_u}{2} - \left(-\frac{\tau_u}{2} + \tau \right) \right) = \frac{U^2}{2} \cos(\omega \tau) \cdot \left(\frac{\tau_u}{2} + \frac{\tau_u}{2} - \tau \right) = \frac{U^2}{2} (\tau_u - \tau) \cos(\omega \tau).$$

Розв'яжемо другий інтеграл без множника $\frac{U^2}{2}$ тобто $\int_{-\frac{\tau_u}{2} + \tau}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(2\omega t - \omega \tau) dt$, введемо нову

змінну $x = (2\omega t - \omega \tau)$, тоді $x = (2\omega t - \omega \tau) \Rightarrow 2\omega t = (x + \omega \tau) \Rightarrow t = \frac{x + \omega \tau}{2\omega} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\omega} dx$.

Знайдемо нові межі інтегрування.

$x = (2\omega t - \omega \tau)$, тоді нижня межа при

$$t = \left(-\frac{\tau_u}{2} + \tau \right) \Rightarrow x = \left(2\omega \left(-\frac{\tau_u}{2} + \tau \right) - \omega \tau \right) = \left(-\frac{\tau_u}{2} 2\omega + 2\omega \tau - \omega \tau \right) = (\omega \tau - \omega \tau_u) = \omega (\tau - \tau_u) =$$

$$= -\omega (\tau_u - \tau).$$

$$t = \frac{\tau_u}{2} \Rightarrow x = \left(2\omega \frac{\tau_u}{2} - \omega \tau \right) = (\omega \tau_u - \omega \tau) = \omega (\tau_u - \tau).$$

Верхня межа

Запишемо інтеграл у вигляді

$$\int_{-\frac{\tau_u}{2} + \tau}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(2\omega t - \omega \tau) dt = \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega(\tau_u - \tau)}^{\omega(\tau_u - \tau)} \cos x dx =$$

$$= \frac{\sin x}{2\omega} \Big|_{-\omega(\tau_u - \tau)}^{\omega(\tau_u - \tau)} = \frac{1}{2\omega} (\sin \omega(\tau_u - \tau) - \sin(-\omega(\tau_u - \tau))) = |\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)| =$$

$$= \frac{1}{2\omega} (\sin \omega(\tau_u - \tau) + \sin \omega(\tau_u - \tau)) = \frac{2 \sin \omega(\tau_u - \tau)}{2\omega} = \frac{\sin \omega(\tau_u - \tau)}{\omega}.$$

Функція автокореляції

$$K_u(\tau) = \frac{U^2}{2} (\tau_u - \tau) \cos(\omega \tau) + \frac{U^2}{2} \int_{-\frac{\tau_u}{2} + \tau}^{\frac{\tau_u}{2}} \cos(2\omega t - \omega \tau) dt = \frac{U^2}{2} (\tau_u - \tau) \cos(\omega \tau) +$$

$$+ \frac{U^2}{2} \frac{\sin \omega(\tau_u - \tau)}{\omega} = \frac{U^2}{2} (\tau_u - \tau) \left[\cos(\omega \tau) + \frac{\sin \omega(\tau_u - \tau)}{\omega(\tau_u - \tau)} \right].$$

Графічно отриманий вираз має вигляд, показаний на рис. 6. При $\tau = 0$ $K_u(0) = \sigma_u$.
Отриманий вираз справедливий для всіх $-\tau_u < \tau < \tau_u$.

Вираз отримано за умови $0 < \tau < \tau_u$. Щоб воно було вірним і для негативних значень τ , вочевидь, потрібно взяти ще модуль $|\tau|$ (це можна логічно обґрунтувати, тому що автокореляційна функція повинна бути симетричною щодо осі X, взяття модуля саме це забезпечує).

Якщо абсолютна величина зсуву перевищує тривалість імпульсу, значення функції автокореляції дорівнює нулю. Графік цієї функції має характерний осцилюючий вигляд.

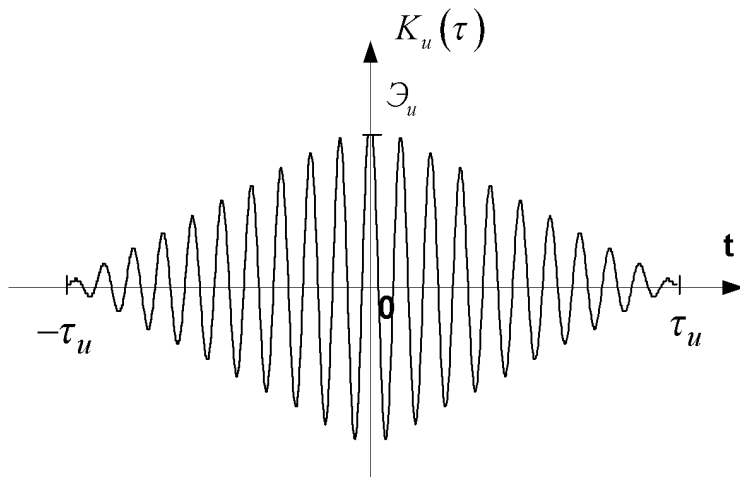


Рис. 6.

Задача 4.

Задано енергетичний спектр сигналу $u(t)$ (рис. 7)

$$W_u(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega < -\omega_g \\ W_0, & -\omega_g \leq \omega \leq \omega_g \\ 0, & \omega > \omega_g \end{cases}.$$

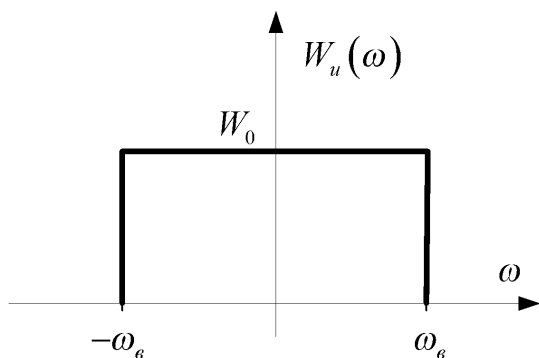


Рис. 7

Знайти функцію автокореляції цього сигналу.

Рішення:

Енергетичний спектр та функція автокореляції пов'язані виразом (ЗПФ)

$$K_u(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_u(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega$$

$$K_u(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_u(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega = \frac{W_0}{2\pi} \int_{-\omega_6}^{\omega_6} \exp(j\omega\tau) d\omega$$

$$K_u(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_u(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega = \frac{W_0}{2\pi} \int_{-\omega_6}^{\omega_6} \exp(j\omega\tau) d\omega = \frac{W_0}{2\pi} \frac{1}{j\tau} \exp(j\omega\tau) \Big|_{-\omega_6}^{\omega_6} =$$

$$= \frac{W_0}{2\pi} \frac{1}{j\tau} (\exp(j\omega_6\tau) - \exp(-j\omega_6\tau)) = \frac{W_0}{\pi\tau} \frac{(\exp(j\omega_6\tau) - \exp(-j\omega_6\tau))}{2j} =$$

Яку тригонометричну функція завдяки формулам Ейлера можна записати замість конструкції $\frac{(\exp(j\omega_6\tau) - \exp(-j\omega_6\tau))}{2j}$?

$$= \frac{W_0}{\pi\tau} \sin(\omega_6\tau) = \frac{W_0\omega_6}{\pi\omega_6\tau} \sin(\omega_6\tau) =$$

$$\frac{\sin(x)}{x}$$

Яка конструкція має форму $\frac{\sin(x)}{x}$?

$$= \frac{W_0}{\pi\tau} \sin(\omega_6\tau) = \frac{W_0\omega_6}{\pi\omega_6\tau} \sin(\omega_6\tau) = \frac{W_0\omega_6}{\pi} \frac{\sin(\omega_6\tau)}{\omega_6\tau} = \frac{W_0\omega_6}{\pi} \text{sinc}(\omega_6\tau)$$

Таким чином, автокореляційна функція сигналу має пелюстковий вигляд. (рис. 8).

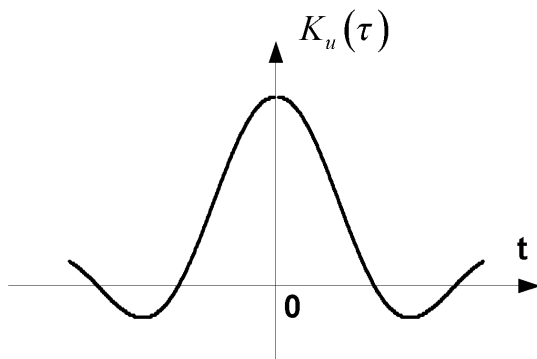


Рис. 8.

Часто вводять зручний числовий параметр – інтервал кореляції τ_k , який представляє собою оцінку ширини основної пелюстки автокореляційної функції. В нашому випадку τ_k знаходять

$$\omega_6\tau_k = \pi \Rightarrow \tau_k = \frac{\pi}{\omega_6} = \frac{1}{2f_6}$$

із співвідношення. Отримуємо, що τ_k тим менше, чим вища верхня гранична частота енергетичного спектра сигналу.

Задача 5.

Обчислити дискретну автокореляційну функцію дискретного сигналу $u = \{1, 1, 1\}$.

Рішення:

$$\hat{K}_u(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} u_j u_{j-n}$$

Дискретна кореляційна функція визначається як сума виду

Запишемо сигнал-оригінал та сигнали, зсунуті на одну, дві та три позиції щодо оригіналу:

0 0 0 1 1 1 0 0 0	оригінал
0 0 0 0 1 1 1 0 0	зсунутий на одну позицію
0 0 0 0 0 1 1 1 0	зсунутий на дві позиції
0 0 0 0 0 0 1 1 1	зсунутий на три позиції

Очевидно, що при $n = 3$ оригінал та копія вже не перетинаються, тобто кореляційна функція дорівнює нулю. Розраховуємо кореляційні функції для $n = 0, 1, 2$:

$$n = 0$$

0 0 0 1 1 1 0 0 0
0 0 0 1 1 1 0 0 0

$$\hat{K}_u(0) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 3,$$

$$n = 1$$

0 0 0 1 1 1 0 0 0
0 0 0 0 1 1 1 0 0

$$\hat{K}_u(1) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 2,$$

$$n = 2$$

0 0 0 1 1 1 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 1 0

$$\hat{K}_u(2) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 1$$

Знаючи, що автокореляційна функція симетрична, тобто $\hat{K}_u(-1) = \hat{K}_u(1)$, $\hat{K}_u(-2) = \hat{K}_u(2)$; т.і., побудуємо графічне зображення автокореляційної функції дискретного сигналу, як показано на рис. 9.

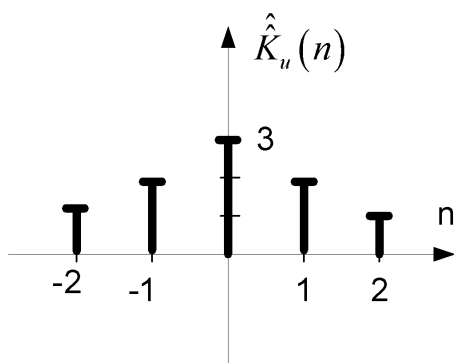


Рис. 9.

Задача 6.

Дано: дискретний сигнал $u = \{1, -1, 1\}$.

Знайти: його автокореляційну функцію.

Рішення:

0 0 0 1 -1 1 0 0 0

оригінал

0 0 0 0 1 -1 1 0 0

зсунутий на одну позицію

0 0 0 0 0 1 -1 1 0

зсунутий на дві позиції

0 0 0 0 0 0 1 -1 1

зсунутий на три позиції

Розраховуємо кореляційні функції для $n = 0, 1, 2$:

$$n = 0$$

0 0 0 1 -1 1 0 0 0

0 0 0 1 -1 1 0 0 0

$$\hat{K}_u(0) = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 3,$$

$$n = 1$$

0 0 0 1 -1 1 0 0 0

0 0 0 0 1 -1 1 0 0

$$\hat{K}_u(1) = 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 = -1 - 1 = -2,$$

$$n = 2$$

0 0 0 1 -1 1 0 0 0

0 0 0 0 0 1 -1 1 0

$$\hat{K}_u(2) = 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 = 1$$

Графічне зображення автокореляційної функції дискретного сигналу показано на рис. 10.

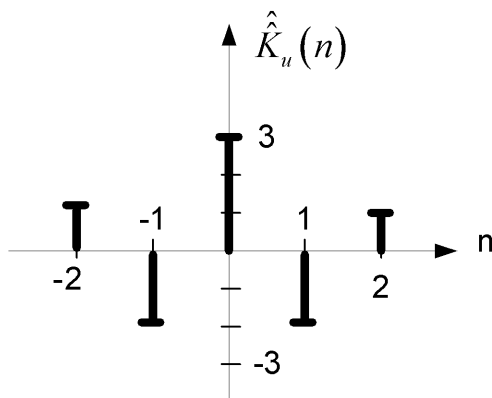


Рис. 10.

Задача 7.**Дано:** задано два дискретних сигнали $u = \{1, 1, 1, -1\}$ и $v = \{1, 1, -1, 1\}$ **Знайти:** їхню взаємну кореляційну функцію.**Рішення:**Якщо $n > 0$, то v запізнюється відносно u .

0 0 0 0 1 1 1 -1 0 0 0 0

сигнал u

0 0 0 0 1 1 -1 1 0 0 0 0

сигнал v

0 0 0 0 0 1 1 -1 1 0 0 0 сигнал v , зсунутий на одну позицію

0 0 0 0 0 0 1 1 -1 1 0 0 сигнал v , зсунутий на дві позиції

0 0 0 0 0 0 0 1 1 -1 1 0 сигнал v , зсунутий на три позиції

Розраховуємо кореляційні функції для $n = 0, 1, 2, 3$:

$$n = 0$$

0 0 0 0 1 1 1 -1 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 -1 1 0 0 0 0

$$K_{uv}(0) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 = 1 + 1 - 1 - 1 = 0,$$

$$n = 1$$

0 0 0 0 1 1 1 -1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 1 1 -1 1 0 0 0

$$K_{uv}(1) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + 0 \cdot 1 = 3,$$

$$n = 2$$

0 0 0 0 1 1 1 -1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 -1 1 0 0

$$K_{uv}(2) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 = 1 - 1 = 0,$$

$$n = 3$$

0 0 0 0 1 1 1 -1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1 1 -1 1 0

$$K_{uv}(3) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 = -1.$$

Якщо $n < 0$, то v випереджає u .

0 0 0 0 1 1 1 -1 0 0 0 0 сигнал u

0 0 0 0 1 1 -1 1 0 0 0 0 сигнал v

0 0 0 1 1 -1 1 0 0 0 0 0 сигнал v , зсунутий на одну позицію

0 0 1 1 -1 1 0 0 0 0 0 0 сигнал v , зсунутий на дві позиції

0 1 1 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 сигнал v , зсунутий на три позиції

Розраховуємо кореляційні функції для $n = -1, -2, -3$:

$$n = -1$$

0 0 0 0 1 1 1 -1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 -1 1 0 0 0 0 0

$$K_{uv}(-1) = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 = 1 - 1 + 1 = 1,$$

$$n = -2$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\hat{K}_{u\vartheta}(-2) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = -1 + 1 = 0,$$

$$n = -3$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$\hat{K}_{u\vartheta}(-3) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 1$$

Графічне зображення взаємної кореляційної функції дискретних сигналів показано на рис. 12.

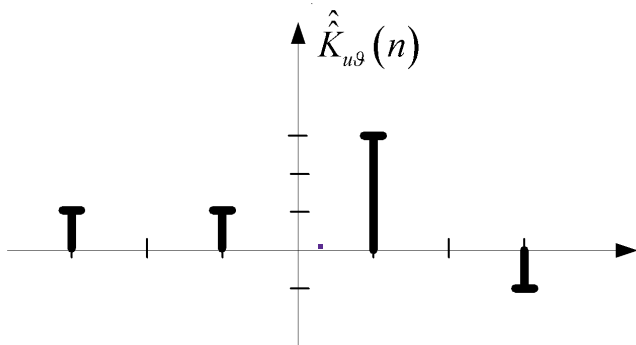


Рис. 12.

Діаграма має різко не симетричний вигляд: максимум функції взаємної кореляції досягається при зсуві сигналу ϑ на одну позицію у бік запізнення.