المستوى : 3ع ت سلسلة تمارين حول الدوال الأصلية ، التكاملات ، حساب المساحات السنة الدراسية 2009/2010

التمرين ألأول : جد الدوال ألأصلية لدالة f على المجال I في الحالات التالية :

** $f(x)=x^3+\frac{1}{2}x-1$ ، $I=[0,+\infty[$ ** $f(x)=x(x^2+3)^4$ ، $I=\Re$ ** $f(x)=\sqrt{x-2}$ ، $I=]2,+\infty[$

** $f(x)=x\sqrt{1-x^2}$ ، $I=]-1,1[$ ** $f(x)=\cos x\sin x$ ، $I=\Re$ ** $f(x)=xe^{-x^2+3}$ ، $I=[0,+\infty[$

** $f(x)=\frac{x+2}{x-3}$ ، $I=]-\infty,3[$ ** $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ ، $I=]1,+\infty[$ ** $f(x)=\frac{4}{x^2-1}$ ، $I=]1,+\infty[$

** $f(x)=(\ln x+x^2e^{x^{2+1}})\frac{1}{x}$ ، $I=\Re_+^\bullet$ ** $f(x)=\frac{4}{x-1}\ln(1-x)$ ، $I=\Re_-^\bullet$ ** $f(x)=\sin^2 x$ ، $I=]-\infty,+\infty[$

التمرين الثاني : عين الدالة الاصلية للدالة f على المجال I في الحالتين :

$f(x)=\frac{\ln x}{x}$ ، $I=]1,+\infty[$ و $f(e)=3$ ** $f(x)=(x+1)e^{x^2+2x-3}$ ، $I=\Re$ و $f(1)=0$

التمرين الثالث :1 / أحسب التكاملات التالية :

$\int_1^2 \frac{1}{(x+2)^2}dx$ ، $\int_1^2 (\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{x+1}})\,dx$ ، $\int_1^5 \ln(x+3)dx$ ، $\int_1^2 x\ln 2x\,dx$ ، $\int_0^1 xe^{3x}dx$

/2 f دالة معرفةعلى المجال $I=]-1,1[$ بـ $f(x)=x\sqrt{1-x^2}$ أ) أثبات أن فردية احسب : $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx$ ثم إستنتج $\int_{-1}^1 f(x)dx$

التمرين الرابع : f دالة عددية معرفةعلى المجال $I=]2,+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+5x^2+8x+9}{(x+2)^2}$

1/ عين c,b,a بحيث $f(x)=ax+b+\frac{c}{(x+2)^2}$ ، **2**/ أدرس وضعية (c_f) بالنسبة لـ (d) حيث $(d): y=x+1$

3/أحسب : $\int_0^1[f(x)-(x+1)]dx$ ؛ فسر النتيجة هند سيا

التمرين الخامس: f دالة عددية معرفةعلى المجال $I=]-\infty,+\infty[$ بــ: $f(x)=1+x-xe^{-x^2+1}$

1/ بين أن النقطة ذات $\Omega(0,1)$ مركزتناظرلـ (c_f) حيث (c_f) تمثيلها البياني في م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$ نأخذ $\|\vec{i}\|=2\,cm$

2 / بين أن (c_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (d) عند $+\infty$ ، أدرس وضعية (c_f) بالنسبة لـ (d)

3 / من أجل $\lambda\geq 0$ أحسب $S(\lambda)$ مساحة الحيز المحدد بـ (c_f) و (d) و $x=0$, $x=\lambda$

4 / أحسب S نهاية $S(\lambda)$ لما يؤول λ الى $+\infty$

5 / عين عددا حقيقيا λ_0 بحيث لما $\lambda\geq\lambda_0$ يكون $|S-S(\lambda)|\leq 10^{-2}$

التمرين السادس : f دالة عددية معرفةعلى $I=]0,1[\cup]1,+\infty[$ بالشكل : $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$

1/ أدرس تغيرات الدالة f وأرسم تمثيلها البياني في م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$

/2 أحسب $S(\lambda)$ مساحة مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي المعرفة بــ $3\leq x\leq\lambda$ و $0\leq y\leq f(x)$

/3 أحسب S نهاية $S(\lambda)$ لما يؤول λ الى $+\infty$

التمرين السابع : f دالة عددية معرفةعلى $I=]-\infty,+\infty[$ بـ : $f(x)=x+\frac{2}{1+e^x}$ 1/ أدرس تغيرات الدالة f

2/بين أن المنحني (c_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين معادلتهما $y = x+2 \, , \, y = x$ ، 3/ بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلافي $[-2,-1]$

4/ أرسم (c_f) ، أحسب مساحة الحيز المحدد بـ: (c_f) والمستقيمات التي معادلتيهم : $x = x_0 \, , \, x = 0 \, , \, y = 0$ حيث $x_0 \leq -2$