

Câu 1: (1,5 điểm)

a. Tính: $L = \sqrt{4} + 3\sqrt{2} - \sqrt{18}$.

b. Rút gọn biểu thức: $N = \frac{a+3\sqrt{a}}{\sqrt{a+3}} - \sqrt{a}$ với $a \geq 0$.

Câu 2: (1,5 điểm)

a. Giải phương trình: $\sqrt{(x+1)^2} = 2$.

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=1 \end{cases}$.

Câu 3: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1): y = x - 3$ và $(d_2): y = -3x + 1$.

a. Vẽ đường thẳng (d_1) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

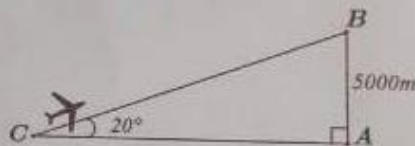
b. Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính.

c. Viết phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = ax + b$, biết (d) song song với (d_1) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 7.

Câu 4: (1,5 điểm)

a. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH , biết $AH = 4,8\text{cm}$ và $AC = 8\text{cm}$.
Tính độ dài đoạn thẳng CH , BC .

b. Đường bay lên của một máy bay tạo với phương nằm ngang một góc là 20° (như hình vẽ). Để đạt độ cao là 5000m thì máy bay đó bay được quãng đường bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến đơn vị mét).



Câu 5: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{BAC} \neq 90^\circ$), các đường cao AD và BE cắt nhau tại H .

Gọi điểm O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE .

a. Chứng minh bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b. Chứng minh $BC = 2DE$.

c. Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Câu 6: (1,0 điểm)

Cho x, y là các số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = (x + 2y + 1)^2 + (x + 2y + 5)^2.$$

HẾT

Đáp án tham khảo:

Câu 1 (1,5 điểm)

Cách giải:

a) Tính $L = \sqrt{4} + 3\sqrt{2} - \sqrt{18}$

Ta có:

$$L = \sqrt{4} + 3\sqrt{2} - \sqrt{18}$$

$$L = \sqrt{2^2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3^2 \cdot 2}$$

$$L = 2 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$L = 2$$

Vậy $L = 2$.

b) Rút gọn biểu thức $N = \frac{a+3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} - \sqrt{a}$ với $a \geq 0$.

Với $a \geq 0$ ta có:

$$N = \frac{a+3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} - \sqrt{a}$$

$$N = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}+3} - \sqrt{a}$$

$$N = \sqrt{a} - \sqrt{a}$$

$$N = 0$$

Vậy với $a \geq 0$ thì $N = 0$.

Câu 2 (1,5 điểm)

Cách giải:

a) Giải phương trình $\sqrt{(x+1)^2} = 2$.

ĐKXD: $x \in \mathbb{R}$.

Ta có:

$$\sqrt{(x+1)^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow |x+1| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; -3\}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=1 \end{cases}$.

$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ 2x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2.1+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (1; 2)$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cách giải:

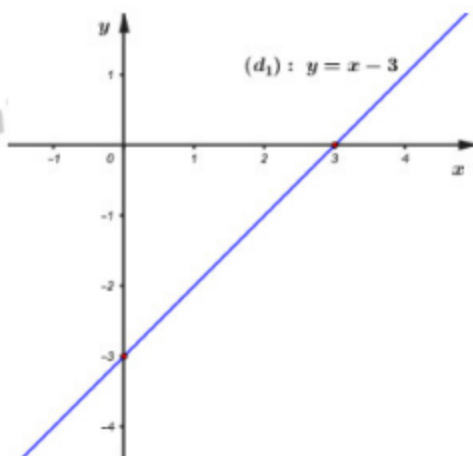
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $(d_1): y = x - 3$ và $(d_2): y = -3x + 1$.

a) Vẽ đường thẳng (d_1) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Ta có bảng giá trị:

x	0	3
$(d_1): y = x - 3$	-3	0

Vậy đường thẳng $(d_1): y = x - 3$ là đường thẳng đi qua 2 điểm $(0; -3)$ và $(3; 0)$.



b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) là:

$$\begin{aligned}x - 3 &= -3x + 1 \\ \Leftrightarrow 4x &= 4 \\ \Leftrightarrow x &= 1 \\ \Rightarrow y &= 1 - 3 = -2.\end{aligned}$$

Vậy đường thẳng (d_1) cắt đường thẳng (d_2) tại điểm có tọa độ là $(1; -2)$.

c) Viết phương trình đường thẳng (d) có dạng $y = ax + b$, biết (d) song song với (d_1) và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 7.

Đường thẳng (d) : $y = ax + b$ song song với đường thẳng (d_1) : $y = x - 3$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b \neq -3 \end{cases} \Rightarrow (d): y = x + b \quad (b \neq -3).$$

Đường thẳng d cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 7

$\Rightarrow d$ đi qua điểm $(0; 7)$

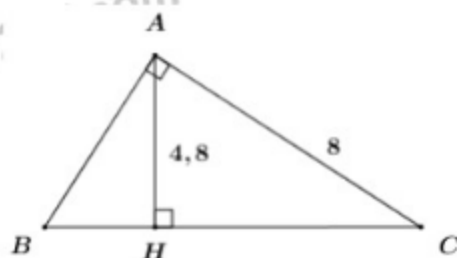
$$\Rightarrow 7 = 0 + b \Leftrightarrow b = 7 \text{ (tm)}$$

Vậy phương trình đường thẳng (d) : $y = x + 7$.

Câu 4 (1,5 điểm)

Cách giải:

a) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH , biết $AH = 4,8$ cm và $AC = 8$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng CH , BC .



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông AHC ta có:

$$CH^2 = AC^2 - AH^2$$

$$CH^2 = 8^2 - 4,8^2$$

$$CH^2 = 40,96$$

$$\Rightarrow CH = \sqrt{40,96} = 6,4 \text{ (cm)}$$

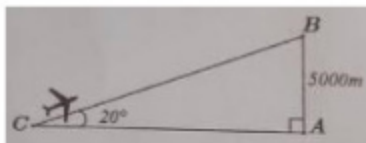
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABC , đường cao AH ta có:

$$AC^2 = CH \cdot BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{AC^2}{CH} = \frac{8^2}{6,4} = 10 \text{ (cm)}$$

Vậy $CH = 6,4 \text{ cm}$; $BC = 10 \text{ cm}$.

b) Đường bay lên của một máy bay tạo với phương nằm ngang một góc là 20° (như hình vẽ). Để đạt được độ cao là 5000m thì máy bay đó bay được quãng đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến đơn vị mét).



Quãng đường máy bay bay được để đạt được độ cao 5000m chính là độ dài đoạn thẳng BC trong hình vẽ.

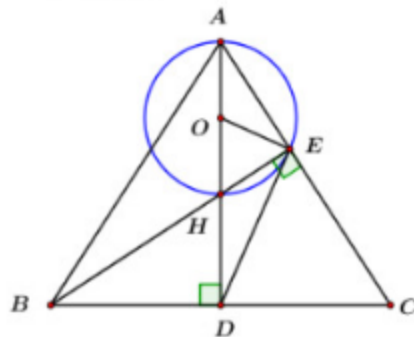
$$\text{Xét tam giác vuông } ABC \text{ ta có: } \sin 20^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin 20^\circ} = \frac{5000}{\sin 20^\circ} \approx 14619 \text{ (m)}.$$

Vậy để đạt được độ cao là 5000m thì máy bay đó bay được quãng đường là **14619m**.

Câu 5 (2,5 điểm)

Cách giải:

Cho $\triangle ABC$ cân tại A ($\angle BAC \neq 90^\circ$), các đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AHE$.



a) Chứng minh bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn.

Ta có: AD, BE là các đường cao của $\triangle ABC$ (gt).

$$\Rightarrow \begin{cases} BE \perp AC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \angle BEC = 90^\circ \\ \angle ADC = 90^\circ \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} \angle HEC = 90^\circ \\ \angle HDC = 90^\circ \end{cases}$$

Xét tứ giác $DCEH$ ta có: $\angle HEC + \angle HDC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Mà hai góc này là hai góc đối diện.

$\Rightarrow DCEH$ là tứ giác nội tiếp (dnhb) hay bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $BC = 2DE$.

Ta có: AD là đường cao của $\triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow AD$ cũng là đường trung tuyến của $\triangle ABC$ (tính chất tam giác cân).

$\Rightarrow D$ là trung điểm của BC .

Xét $\triangle BEC$ vuông tại E có đường trung tuyến $ED \Rightarrow ED = \frac{1}{2}BC \Leftrightarrow BC = 2ED$ (dpcm).

c) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Ta có: $\triangle AHE$ vuông tại E (gt) $\Rightarrow$ Tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AHE$ là trung điểm của cạnh huyền AH .

$\Rightarrow O$ là trung điểm của AH .

$\Rightarrow OE$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của $\triangle AEH$ vuông tại E .

$$\Rightarrow OE = OH = \frac{1}{2}AH.$$

$\Rightarrow \triangle OEH$ cân tại $O \Rightarrow \angle OEH = \angle OHE$ (tính chất tam giác cân)

Ta có: $\triangle BED$ cân tại D $\left(DE = BD = \frac{1}{2}BC \right) \Rightarrow \angle DEB = \angle EBD$ (tính chất tam giác cân).

Ta có: $\triangle BHD$ vuông tại $D \Rightarrow \angle HBD + \angle BHD = 90^\circ$

Mà: $\angle OHE = \angle BHD$ (hai góc đối đỉnh)

$$\Rightarrow \angle BDH + \angle OHE = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BED + \angle OHE = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BED + \angle OEH = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle OED = 90^\circ$$

$$\Rightarrow BE \perp OE.$$

$\Rightarrow DE$ là tiếp tuyến của (O) tại E (đpcm).

Câu 6: (1,0 điểm)

Cách giải:

Cho x, y là các số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (x + 2y + 1)^2 + (x + 2y + 5)^2.$$

Ta có:

$$P = (x + 2y + 1)^2 + (x + 2y + 5)^2$$

$$P = (x + 2y)^2 + 2(x + 2y) + 1 + (x + 2y)^2 + 10(x + 2y) + 25$$

$$P = 2(x + 2y)^2 + 12(x + 2y) + 26$$

$$P = 2[(x + 2y)^2 + 6(x + 2y) + 9] + 8$$

$$P = 2(x + 2y + 3)^2 + 8$$

Vì $(x + 2y + 3)^2 \geq 0 \forall x, y$, do đó $P = 2(x + 2y + 3)^2 + 8 \geq 8 \forall x, y$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x + 2y + 3 = 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 8, đạt được khi $x + 2y + 3 = 0$.