

SYSTÈME DE DEUX ÉQUATIONS

EXERCICES

Exercice 1 : Le couple $(5, 1)$ est-il solution du système : $\{x + 2y = 7 \quad - \quad 3x + 8y = -7\}$?

☐ Pour $x = 5$ et $y = 1$: $\{5 + 2 \times 1 = 5 + 2 = 7 \quad - \quad 3 \times 5 + 8 \times 1 = -15 + 8 = -7\}$

Les deux égalités sont simultanément vérifiées pour : $x = 5$ et $y = 1$.

Donc le couple $(5, 1)$ est solution du système $\{x + 2y = 7 \quad - \quad 3x + 8y = -7\}$

Exercice 2 : Résous par la méthode de substitution les systèmes suivants :

1) $\{x - 2y = 0 \quad 2x - 7y = 12\}$; 2) $\{2x - y = 2 \quad x + y = 1\}$; 3) $\{x - 3y = 2 \quad 2x - 6y = 4\}$

☐ 1) $\{x - 2y = 0 \quad 2x - 7y = 12\}$ c'est-à-dire : $\{x = 2y \quad 2x - 7y = 12\}$ signifie : $\{x = 2y \quad 2 \times 2y - 7y = 12\}$ donc : $\{x = 2y \quad 4y - 7y = 12\}$

c'est-à-dire : $\{x = 2y \quad -3y = 12\}$ donc : $\{x = 2y \quad y = \frac{12}{-3} = -4\}$ alors : $\{x = 2 \times (-4) = -8 \quad y = -4\}$

Alors le couple $(-8, -4)$ est la solution de ce système.

2) $\{2x - y = 2 \quad x + y = 1\}$ c'est-à-dire : $\{2x - y = 2 \quad x = 1 - y\}$ signifie : $\{2(1 - y) - y = 2 \quad x = 1 - y\}$ donc : $\{2 - 2y - y = 2 \quad x = 1 - y\}$

c'est-à-dire : $\{-3y = 0 \quad x = 1 - y\}$ donc : $\{-3y = 0 \quad x = 1 - y\}$ alors : $\{y = \frac{0}{-3} = 0 \quad x = 1 - y\}$ enfin : $\{y = 0 \quad x = 1 - 0 = 1\}$

Alors le couple $(1, 0)$ est la solution de ce système.

3) $\{x - 3y = 2 \quad 2x - 6y = 4\}$ c'est-à-dire : $\{x = 2 + 3y \quad 2x - 6y = 4\}$ signifie : $\{x = 2 + 3y \quad 2(2 + 3y) - 6y = 4\}$ donc : $\{x = 2 + 3y \quad 4 + 6y - 6y = 4\}$

c'est-à-dire : $\{x = 2 + 3y \quad 0y = 0\}$ donc : $\{x = 2 + 3y \quad 0y = 0\}$

Puisqu'on a : $0y = 0$ dans l'équation (2).

Alors tous les nombres réels sont des solutions de ce système.

Exercice 3 : Résous par la méthode de la combinaison linéaire les systèmes suivants :

1) $\{2x - y = 3 \quad -6x + 3y = 3\}$; 2) $\{12x + 14y = 2 \quad 2x + 4y = 2\}$; 3)

$\{9x - 7y = 8 \quad -2x + 7y = 2\}$

☐ 1) $\{2x - y = 3 \quad -6x + 3y = 3\}$ On multiplie les deux membres de la première équation par 3, puis on ajoute membre à membre les deux équations du système ainsi obtenu pour éliminer x .

$\{3 \times (2x - y) = 3 \times 3 \quad -6x + 3y = 3\}$ signifie : $\{6x - 3y = 9 \quad -6x + 3y = 3\}$ donc : $\{6x + (-6x) - 3y + 3y = 9 + 3\}$

c'est-à-dire : $6x - 6x - 3y + 3y = 12$, donc : $0x + 0y = 12$, d'où : $0 = 12$.

Alors le système n'a pas de solutions.

2) $\{12x + 14y = 2 \quad 2x + 4y = 2$ On multiplie les deux membres de la deuxième équation par **(-6)**, puis on ajoute membre à membre les deux équations du système ainsi obtenu pour éliminer x .

$\{12x + 14y = 2 \quad -6 \times (2x + 4y) = -6 \times 2$ signifie : $\{12x + 14y = 2 \quad -12x - 24y = -12$ donc :
 $12x + (-12x) + 14y + (-24y) = 2 + (-12)$

c'est-à-dire : $12x - 12x + 14y - 24y = 2 - 12$

d'où : $-10y = -10$

donc : $y = \frac{-10}{-10} = 1$

On remplace y par 1 dans la deuxième équation pour trouver x .

$\{2x + 4 \times 1 = 2$

signifie : $2x = 2 - 4$

d'où : $2x = -2$

Enfin : $x = \frac{-2}{2} = -1$

Alors le couple $(-1, 1)$ est la solution de ce système.

3) $\{9x - 7y = 8 \quad -2x + 7y = 2$ On ajoute membre à membre les deux équations du système ainsi obtenu pour éliminer y .

On obtient : $9x + (-2x) - 7y + 7y = 8 + 2$, signifie : $9x - 2x = 10$, d'où : $7x = 10$, donc : $x = \frac{10}{7}$.

On remplace x par $\frac{10}{7}$ dans la deuxième équation pour trouver y .

$\{ -2 \times \frac{10}{7} + 7y = 2$, signifie : $\frac{-20}{7} + 7y = 2$, c'est-à-dire : $7y = 2 + \frac{20}{7}$, d'où : $7y = \frac{14}{7} + \frac{20}{7} = \frac{34}{7}$

donc : $y = \frac{34}{7} \div 7$, signifie : $y = \frac{34}{7} \times \frac{1}{7}$, enfin : $y = \frac{34}{49}$.

Alors le couple $(\frac{10}{7}, \frac{34}{49})$ est la solution de ce système.

Exercice 4 : Résous graphiquement les systèmes suivants :

1) $\{-x + y + 3 = 0 \quad 2x - y - 4 = 0$; 2) $\{3x + y - 1 = 0 \quad 6x + 2y - 2 = 0$; 3)

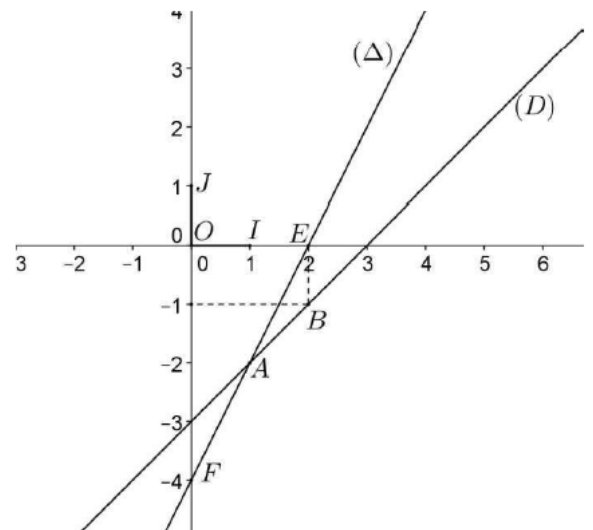
$\{-3x - 2y = -3 \quad 6x + 4y + 1 = 0$

1) $\{-x + y + 3 = 0 \quad 2x - y - 4 = 0$ c'est-à-dire : $\{y = x - 3 \quad -y = -2x + 4$ signifie :
 $\{y = x - 3 \quad y = 2x - 4$

Dans un repère on trace les deux droites (D) d'équation : $y = x - 3$, et

(Δ) d'équation : $y = 2x - 4$.

- Pour (D) :



$\{x_A = 0 \Rightarrow y_A = x_A - 3 = 0 - 3 = -3 \quad x_B = 1 \Rightarrow y_B = x_B - 3 = 1 - 3 = -2$

- Pour $(\Delta) : \{x_E = 0 \Rightarrow y_E = 2x_E - 4 = 2 \times 0 - 4 = 0 - 4 = -4$ $x_F = 1 \Rightarrow y_F = 2x_F - 4 = 2 \times 1 - 4 = 2 - 4 = -2$

Dans un repère orthonormé, on trace les deux droites (D) et (Δ) .

* Les deux droites (D) et (Δ) se coupent en un point : $A(1, -2)$.

Alors le couple $(1, -2)$ est la solution de ce système.

2) $\{3x + y - 1 = 0 \quad 6x + 2y - 2 = 0$ c'est-à-dire : $\{y = -3x + 1 \quad 2y = -6x + 2$

signifie : $\{y = -3x + 1 \quad y = -\frac{6}{2}x + \frac{2}{2}$ signifie : $\{y = -3x + 1 \quad y = -3x + 1$

On considère les droites (D) d'équation : $y = -3x + 1$, et (Δ) d'équation : $y = -3x + 1$.

On observe que les deux droites ont le même coefficient directeur et le même ordonné à l'origine.

Alors tous les nombres réels sont des solutions de ce système.

3) $\{-3x - 2y = -3 \quad 6x + 4y + 1 = 0$ c'est-à-dire : $\{-2y = 3x - 3 \quad 4y = -6x - 1$ signifie :

$\{y = \frac{-3}{2}x - \frac{3}{2} \quad y = \frac{-6}{4}x - \frac{1}{4}$ c'est-à-dire : $\{y = \frac{-3}{2}x - \frac{3}{2} \quad y = \frac{-3}{2}x - \frac{1}{4}$

On considère les droites (D) d'équation : $y = \frac{-3}{2}x - \frac{3}{2}$, et (Δ) d'équation : $y = \frac{-3}{2}x - \frac{1}{4}$.

On observe que les deux droites ont le même coefficient directeur.

Alors le système n'a pas de solutions.

Exercice 5 : Pour classer des photos, un magasin propose deux types de rangement : des albums et des boîtes.

Loubna achète 6 boîtes et 5 albums et paie 610 DH.

Youssef achète 3 boîtes et 7 albums et paie 530 DH.

Quel est le prix d'une boîte ? et quel est le prix d'un album ?

☐ * *Choix des inconnues* : soit x le prix d'une boîte et y le prix d'un album.

* *Mise en système d'équation* : - Loubna achète 6 boîtes et 5 albums et paie 610 DH, donc : $6x + 5y = 610$.

- Youssef achète 3 boîtes et 7 albums et paie 530 DH, donc : $3x + 7y = 530$.

* *Résoudre le système* : On résout le système par la méthode de la combinaison linéaire.

$\{6x + 5y = 610 \quad 3x + 7y = 530$ On multiplie les deux membres de la deuxième équation par **(-2)**.

On obtient : $\{6x + 5y = 610 \quad -2 \times (3x + 7y) = -2 \times 530$ c'est-à-dire : $\{6x + 5y = 610 \quad -6x - 14y = -1060$

On ajoute membre à membre les deux équations du système ainsi obtenu pour éliminer x .

Donc : $6x + (-6x) + 5y + (-14y) = 610 + (-1060)$, c'est-à-dire : $6x - 6x + 5y - 14y = 610 - 1060$

Signifie : $-9y = -450$, donc : $y = \frac{-450}{-9} = 50$.

On remplace y par 50 dans la première équation pour trouver x .

☐ $6x + 5 \times 50 = 610$, c'est-à-dire : $6x + 250 = 610$, d'où : $6x = 610 - 250$, donc : $6x = 360$, enfin : $x = \frac{360}{6} = 60$.

* *Vérification* : On a : $\{6 \times 60 + 5 \times 50 = 360 + 250 = 610 \quad 3 \times 60 + 7 \times 50 = 180 + 350 = 530$

* *Conclusion* : Alors le prix d'une boîte est 60 DH, et le prix d'un album est 50 DH.

Exercice 6 : 1) Résous le système suivant : $\{3x + 2y = 53 \quad 4x + y = 49$

2) Chez un marchand de fruits :

* Fatima a payé 53 DH pour l'achat de 3Kg de bananes et 2Kg de pommes.

* Bilal a payé 49 DH pour l'achat de 4Kg de bananes et 1Kg de pommes.



Détermine le prix d'un kilogramme de bananes et d'un kilogramme de pommes.

1) On résout le système par la méthode de substitution :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 53 \\ 4x + y = 49 \end{cases} \text{ c'est-à-dire : } \begin{cases} 3x + 2y = 53 \\ y = 49 - 4x \end{cases} \text{ d'où :}$$

$$3x + 2(49 - 4x) = 53 \quad y = 49 - 4x \quad \text{donc : } 3x + 98 - 8x = 53 \quad y = 49 - 4x$$

$$\text{c'est-à-dire : } \begin{cases} 3x - 8x = 53 - 98 \\ y = 49 - 4x \end{cases} \quad \text{donc : } \begin{cases} -5x = -45 \\ y = 49 - 4x \end{cases} \quad \text{alors : } \begin{cases} x = \frac{-45}{-5} \\ y = 49 - 4x \end{cases}$$

$$\text{d'où : } \begin{cases} x = 9 \\ y = 49 - 4 \times 9 \end{cases}$$

$$\text{enfin : } \begin{cases} x = 9 \\ y = 49 - 36 = 13 \end{cases}$$

Alors le couple (9, 13) est la solution de ce système.

2) * *Choix des inconnues* : soit x le prix d'un kilogramme de bananes et y le prix d'un kilogramme de pommes.

* *Mise en système d'équation* :

- Fatima a payé 53 DH pour l'achat de 3Kg de bananes et 2Kg de pommes, donc : $3x + 2y = 53$.

- Bilal a payé 49 DH pour l'achat de 4Kg de bananes et 1Kg de pommes, donc : $4x + y = 49$.

* *Résoudre le système* : On a : $\begin{cases} 3x + 2y = 53 \\ 4x + y = 49 \end{cases}$, d'après la question précédente on a : $x = 9$ et $y = 13$.

* *Vérification* : On a : $\begin{cases} 3 \times 9 + 2 \times 13 = 27 + 26 = 53 \\ 4 \times 9 + 13 = 36 + 13 = 49 \end{cases}$

* *Conclusion* : Alors le prix d'un kilogramme de bananes est 9 DH et le prix d'un kilogramme de pommes est 13 DH.