

4 - To-punktsformlen

Hvordan kan man beregne a og b for en ret linje gennem to punkter?

Arbejd med aktivitetsrummet – gerne i fællesskab med andre. Zonerne 1-3 hjælper til at lære nyt fagsprog på forskellige måder.

I nedadgående retning sker der en stigning i kompleksitet og abstraktionsniveau. Vælg relevante aktiviteter på et passende niveau.

Eksempel på eksamensopgave

Et stearinlys brænder, og dets længde måles på forskellige tidspunkter efter det blev tændt.

Efter 20 minutter er dets længde 21 cm, og efter 80 minutter er dets længde 18 cm.

Det antages, at stearinlysets længde kan beskrives ved en lineær model

$$f(x) = a \cdot x + b$$

a) Bestem tallene a og b .

b) Forklar betydningen af tallene a og b

Zone 1 Aktivering af ressourcer og forforståelse

Zone 2 Introduktion til fagsprog

Zone 3 Arbejde med fagsprog sammen

A1a Repetition af lineære sammenhænge

Hvad ved du om lineære sammenhænge?

- Skriv og tegn. Brug papir og blyant.
- Fortæl om lineære sammenhænge for en holdmakker.

A2a To-punktsformlen med ord

Hvis du kender to punkter på en ret linje, så kan du beregne hældningskoefficienten af linjen ved at bestemme forskellen i punkternes y -værdier og dividere differensen med forskellen i punkternes x -værdier.

Opgave:

Indtegn to punkter i et koordinatsystem.

Indtegn den rette linje gennem de to punkter.

Forklar, hvordan du kan beregne hældningskoefficienten af linjen.

A3a Punkter i et koordinatsystem

Indtegn hvert sæt af følgende punkter i et koordinatsystem ved brug af papir og blyant. Beregn derefter hældningskoefficienten for den rette linje gennem punkterne.

(2, 3) og (5, 6)

(1, 4) og (6, 1)

(− 2, 3) og (3, 4)

(− 2, 4) og (2, − 2)

Svar: 1 og $-\frac{3}{5}$ og $\frac{1}{5}$ og $-\frac{3}{2}$

A - B a s a l t n i v e a u n i v e a u	
B - M i d d e l v e j e n	B1a Aflæsning af hældningskoefficient på en graf Hvordan aflæser man hældningskoefficienten på en ret linje? - Skriv og tegn. Brug papir og blyant. - Færdiggør sætningen: "For hver gang x-værdien stiger med 1, så ændres y-værdien med _____". - Forklar for en holdmakker, hvordan man aflæser hældningskoefficienten på en ret linje. B1b Regning med negative tal Hvordan regner man med negative tal? - Læs teksten Negative tal på Webmatematik.dk B2a To-punktsformlen med symboler Den rette linje $y = ax + b$ gennem de to punkter $P(x_1, y_1)$ og $Q(x_2, y_2)$ har hældningskoefficienten $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ og begyndelsesværdien $b = y_2 - ax_2$ Bemærk at x_1 læses som "x ét", og er et navn som henviser til x-koordinaten for det ene punkt. y_1 læses som "y ét", og er et navn som henviser til y-koordinaten for det ene punkt. Opgave: B3a Videoeksempel Se videoen (2:26) med et regneeksempel: a og b ud fra to punkter på grafen for en lineær funktion Afspil videoen igen i nedsat tempo. Brug videoen som diktat: Skriv udregningerne ned på et stykke papir. Du må kun lytte til videoen, og altså <i>ikke</i> se på skærmen imens. B3b Beregning af a og b Arbejd med opgaven: Beregn a og b i en lineær sammenhæng ud fra to punkter. Din opgave er at udregne de korrekte værdier af a og b i hånden, ved brug af papir og blyant. Derefter skal du indsætte dit svar i felterne. Hvis facit er korrekt, så skifter tallenes farve fra sort til grøn.

Læs hele teksten om to-punktsformlen højt for hinanden.
Husk også at læse symbolsproget.

Udfyld linjerne:

“ ____ læses som “x to”, og er et navn som henviser til
x-koordinaten for det andet punkt.

“ ____ læses som “y to”, og er et navn som henviser til
y-koordinaten for det andet punkt.

Diskutér med en holdmakker:

Er det vigtigt om tallet skrives fornedet, foroven eller på linje
med den variable?

Hvad betyder hver af følgende fire skrivemåder?

$2x$

$x \cdot 2$

x^2

x_2

GeoGebra

Ny opgave

Beregning af a og b når to punkter er kendt (-4 , -1) og (6,-10)

☒

1. Beregn a:

Indsæt i $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

a= -0.9

☒

2. Beregn b:

Indsæt a og et punkt i $y=ax+b$.
Løs ligningen med hensyn til b

b= -5.2

☒

3. Skriv forskriften op

Forskrift $y =$ -0.6 x - 5.2

C1a Aflæsning af hældningskoefficient

Forestil dig, at akserne på et koordinatsystem er skaleret, sådan at du ikke har mulighed for at aflæse, hvad der sker, når x-værdien stiger med 1. Du har kun mulighed for at aflæse ændringen i y-værdien, for hver gang x-værdien stiger med 50.

- Tegn en skitse (ved brug af papir og blyant) som illustrerer situationen.
- Overvej, hvordan du kan bestemme hældningskoefficienten på den rette linje.

C2a To-punktsformlen med forudsætninger

Hvis der er givet to punkter $P(x_1, y_1)$ og $Q(x_2, y_2)$, hvorom det gælder at $x_1 \neq x_2$

så vil ligningen for den rette linje gennem de to punkter være givet ved

$y = ax + b$

hvor

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

og

$b = y_2 - ax_2$

eller

$b = y_1 - ax_1$

Opgave:

C3a Forudsætninger for to-punktsformlen

- Begrund at forudsætningen i C2a) er nødvendig. Det vil sige at du skal begrunde at $x_1 \neq x_2$.
- Hvis to punkter ligger lodret over hinanden, vil den rette linje gennem dem være lodret. Overvej, om man kan opskrive en ligning for en lodret linje, og i givet fald hvordan.
- Begrund at sætningen om to-punktsformlen også gælder, når man bytter om på navngivningen af x- og y-koordinaten. Med andre ord:
Hvad sker der, hvis man kalder det ene punkts koordinater for (x_2, y_2) i stedet for at kalde det for (x_1, y_1) ?

Vink: Prøv først at arbejde med et konkret taleksempel.

- Færdiggør sætningen om formlen for a :
“ a er lig med forholdet mellem forskellen i _____ og forskellen i _____”.
- Færdiggør sætningen om formlen for b :
“ b er lig med forskellen mellem _____ og produktet af _____ og _____”.

C3b Linjens skæring med x-aksen.

I en lineær sammenhæng med ligningen $y = ax + b$, skærer den rette linje y -aksen i punktet $(0, b)$.

- Overvej, om linjen altid vil skære x -aksen.
- Hvordan kan koordinaterne for det punkt, hvor linjen skærer x -aksen, beregnes?

C3c Tilvækst

- Undersøg hvad symbolet Δ betyder.
- Begrund at formlen for a kan skrives som

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

C3d Rette linjer gennem tre punkter

Der er givet tre punkter som ligger *næsten* på samme rette linje, men ikke helt.

- Overvej, hvordan du vil bestemme ligningen for den rette linje, der bedst passer med de tre punkter.
- Tre punkter er givet ved koordinaterne $(1, 1)$, $(4, 2)$ og $(8, 4)$. Hvad er den bedste rette linje gennem punkterne?