

# Lektionsplanering

**Årskurs:** Gymnasiet

**Ämne:** Matematik 3B

**Tema:** Derivator och tillämpningar

## Koppling till styrdokument

### Centralt innehåll

Undervisningen ska fokusera på derivator, regler för derivering samt tillämpningar av derivator inom områden som kurvans egenskaper, optimering samt tangenters lutning. Eleverna kommer att lära sig att tillämpa derivator för att analysera funktioners beteende och använda dessa kunskaper i praktiska situationer.

### Kunskapskrav

Eleven kan beräkna derivator för elementära funktioner och använda dessa derivator för att analys av funktioners egenskaper samt lösa problem enligt aktuella tillämpningar.

## Lärrarledda instruktioner

### Introduktion till derivator (10 min)

- Förklara vad en derivata är och dess betydelse i att förstå förändringar i funktioner.
- Diskutera derivatans geometriska tolkning som lutningen på tangenten till kurvan vid en given

punkt.

#### Genomgång av deriveringsregler (15 min)

- Presentera de grundläggande reglerna för derivering: produktregeln, kvotregeln och kedjeregeln.
- Ge konkreta exempel på hur varje regel används för att beräkna derivatan av olika funktioner, inklusive polynom, exponentiella och trigonometriska funktioner.

#### Tillämpningar av derivator i optimeringsproblem (15 min)

- Introducera hur derivator används för att hitta max- och minvärden av funktioner.
- Gör en demonstration av ett optimeringsproblem, såsom att maximera området av en rektangel med en given omkrets, och visa hur derivatan kan användas för att lösa problemet.

#### Praktisk tillämpning och problemlösning (5 min)

- Dela upp eleverna i grupper och ge dem uppgifter som involverar att beräkna derivator samt lösa optimeringsproblem med hjälp av deriveringsreglerna.
- Ge tid för eleverna att diskutera i grupper och arbeta tillsammans för att lösa problemen.

#### Sammanfattning och frågor (5 min)

- Sammanfatta de centrala punkterna i lektionen med fokus på tillämpningen av derivator i problemlösning.
- Låt eleverna ställa frågor för att klargöra eventuella oklarheter.

## Aktivitet

Eleverna får i uppdrag att formulera och lösa ett eget optimeringsproblem och beräkna derivatan för att maximeras (eller minimeras) en viss funktion. De ska sedan presentera sina

problem och lösningar för klassen, inklusive en diskussion om vilka metoder som användes och varför.

Beräknad tidsåtgång: 20 minuter

## Exit-ticket

- Vad innebär det att en funktion har en derivata?

Svar: Det innebär att funktionen har en viss förändingshastighet vid en given punkt, vilket representeras av lutningen på tangenten till grafen vid den punkten.

- Nämn två regler för derivering och ge exempel på hur de används.

Svar: Produktregeln används när man deriverar produkter av funktioner; kvotregeln används för att derivera kvoter av funktioner.

- Hur hittar man max- och minvärden med hjälp av derivator?

Svar: Genom att sätta derivatan lika med noll för att hitta kritiska punkter och sedan undersöka dessa punkter för att se om de är max- eller minvärden.

- Ge ett exempel på en praktisk tillämpning av derivator.

Svar: Att maximera vinsten i en produktionsverksamhet genom att justera produktionstakten.

- Varför är det viktigt att förstå derivator i matematik?

Svar: Derivator ger insikt i hur funktioner förändras och tillåter oss att analysera och optimera system i både naturvetenskap och teknik.

## Hemläxa

Eleverna ska skriva en kort rapport (300-400 ord) där de bäst sätter applicera derivator i ett praktiskt problem de har identifierat. Rapporten ska inkludera beräkningar och eventuella grafer så att de kan illustrera sitt resonemang.

## Fördjupningsuppgift

Eleverna ska välja ett komplext optimeringsproblem som involverar olika typer av funktioner och bestämma max- eller minpunkter. De ska använda kalkyl och derivator för att formulera en utförlig analys samt diskutera möjliga tillämpningar i verkliga livet. Resultaten ska presenteras i en rapport som innehåller grafer och utförliga beräkningar.

## Förslag för nästa lektion

Tillämpningar av integraler

I nästa lektion planeras att introducera integraler, deras betydelse och hur de används för att beräkna areor under kurvor. Eleverna får också lära sig om grundläggande integrationsmetoder och tillämpningar i olika sammanhang.

## Förberedelser

- Förbereda exempel och uppgifter relaterade till derivator och optimering.
- Säkerställa tillgång till verktyg för grafik och beräkningar för att underlätta förståelsen.
- Dela ut hemläxan med klara instruktioner och tidsramar.