

Câu 6: [2D2-3.3-2] (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 10$.

B. $\ln x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

C. $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0$.

D. $\log_{\frac{1}{\pi}} x < \log_{\frac{1}{\pi}} y \Leftrightarrow x > y > 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow \log_2 |x| > \log_2 y \Leftrightarrow |x| > y > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > y > 0 \\ x < -y < 0 \end{cases}$.

Từ đó suy ra C sai.

Câu 15: [2D2-3.3-2] (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho a, b là các số hữu tỉ

thỏa mãn $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + a \log_2 3 + b \log_2 5$. Khi đó tổng $a + b$ có giá trị là:

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} \log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{6} (3 \log_2 2 + 2 \log_2 3 + \log_2 5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log_2 3 + \frac{1}{6} \log_2 5$

Đồng nhất hệ số ta có: $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{6}$.

Do đó $a + b = \frac{1}{2}$.

Câu 3: [2D2-3.3-2] (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho $\log_2 m = a$ và

$A = \log_m (8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

A. $A = (3 + a)a$.

B. $A = (3 - a)a$.

C. $A = \frac{3 + a}{a}$.

D. $A = \frac{3 - a}{a}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $A = \log_m (8m) = \log_m 8 + \log_m m = \frac{3}{\log_2 m} + 1 = \frac{3 + a}{a}$.

Câu 6: [2D2-3.3-2] (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho a, b là các số dương phân biệt khác 1 và thỏa mãn $ab = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a b = 1$.

B. $\log_a (b + 1) < 0$.

C. $\log_a b = -1$.

D. $\log_a (b + 1) > 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $ab = 1$ nên $\log_a (ab) = 0 \Leftrightarrow 1 + \log_a b = 0 \Leftrightarrow \log_a b = -1$.

Câu 23. [2D2-3.3-2] (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$

B. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$

C. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$

D. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$

Lời giải

Chọn A.

Vì $1 < a < b$ nên ta có $\log_b a < \log_b b \Leftrightarrow \log_b a < 1$ và $\log_a a < \log_a b \Leftrightarrow 1 < \log_a b$.

Do đó $\log_b a < 1 < \log_a b \Leftrightarrow \frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$.

Câu 28. [2D2-3.3-2] (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < 1 < c < d$. Số lớn nhất trong 4 số $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là

A. $\log_b c$

B. $\log_d a$

C. $\log_a b$

D. $\log_c d$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} 0 < b < 1 < c \\ 0 < a < 1 < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_b c < \log_b 1 \\ \log_d a < \log_d 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_b c < 0 \\ \log_d a < 0 \end{cases}$

Và $\begin{cases} 0 < a < b < 1 \\ 1 < c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a a > \log_a b \\ \log_c c < \log_c d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 > \log_a b \\ 1 < \log_c d \end{cases}$

Vậy $\log_c d$ là số lớn nhất.

Cách khác: có thể dùng máy tính với $\begin{cases} a = 0,2 \\ b = 0,3 \\ c = 2 \\ d = 3 \end{cases} \quad (0 < 0,2 < 0,3 < 1 < 2 < 3)$.

Câu 22: [2D2-3.3-2] (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Cho $a = \log_2 5, b = \log_2 9$.

Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

A. $P = 3 + a - 2b$

B. $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$

C. $P = \frac{3a}{2b}$

D. $P = 3 + a - \sqrt{b}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $P = \log_2 \frac{40}{3} = \log_2 40 - \log_2 3 = \log_2 8 + \log_2 5 - \frac{1}{2} \log_2 9 = 3 + a - \frac{1}{2}b$.

Câu 19: [2D2-3.3-2] [SỞ GD VÀ ĐT CẦN THƠ MÃM 2017-2018] Với $\log_{27} 5 = a, \log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$. B. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$. C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$. D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_3 5 = a \Leftrightarrow \log_3 5 = 3a$

$$\log_6 35 = \frac{\log_3 35}{\log_3 6} = \frac{\log_3 5 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{3a + b}{\frac{1}{c} + 1} = \frac{(3a+b)c}{1+c}$$

Câu 17. [2D2-3.3-2] Cho a là số thực dương thỏa mãn $a \neq 10$, mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\log(10.a) = 1 + \log a$. B. $-\log\left(\frac{10}{a}\right) = \log a - 1$
C. $\log(10^a) = a$. D. $\log(a^{10}) = a$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log(a^{10}) = 10 \log a$$

Câu 10: [2D2-3.3-2] (THPT CAN LỘC HÀ TĨNH-2018) Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$. B. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.
C. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$. D. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $1 < a < b$ nên ta có $\log_b a < \log_b b \Leftrightarrow \log_b a < 1$ và $\log_a a < \log_a b \Leftrightarrow 1 < \log_a b$

Do đó $\log_b a < 1 < \log_a b \Leftrightarrow \frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$

Câu 10: [2D2-3.3-2] (THPT LÊ QUÝ ĐÔN HÀI PHÒNG-2018) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \ln x$. B. $y = \log_{0,99} x$. C. $y = \left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^x$. D. $y = x^{-3}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \ln x$ là hàm số logarit có cơ số $a = e > 1$ nên đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Chọn A.

• Hàm số $y = \log_{0,99} x$ là hàm số logarit có cơ số bằng $a = 0,99 < 1$ nên nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

- Hàm số $y = \left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^x$ là hàm số mũ cơ số $a = \sqrt{\frac{3}{4}} < 1$ nên nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- Hàm số $y = x^{-3}$ là hàm số lũy thừa có $y' = -3.x^{-4} < 0, \forall x \neq 0$ nên nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 27: [2D2-3.3-2] (SỞ GD-ĐT HÀ NỘI -2018) Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < 1 < c < d$. Số lớn nhất trong 4 số $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là

A. $\log_b c$. B. $\log_d a$. C. $\log_a b$. **D. $\log_c d$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 0 < b < 1 < c \\ 0 < a < 1 < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_b c < \log_b 1 \\ \log_d a < \log_d 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_b c < 0 \\ \log_d a < 0 \end{cases}$$

$$\text{Và } \begin{cases} 0 < a < b < 1 \\ 1 < c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a a > \log_a b \\ \log_c c < \log_c d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 > \log_a b \\ 1 < \log_c d \end{cases}$$

Vậy $\log_c d$ là số lớn nhất.

$$\begin{cases} a = 0,2 \\ b = 0,3 \\ c = 2 \\ d = 3 \end{cases} \quad (0 < 0,2 < 0,3 < 1 < 2 < 3)$$

Cách khác: có thể dùng máy tính với

Câu 18: [2D2-3.3-2] (SGD Bắc Giang - 2018) Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = -2 \log_a (-b)$. B. $P = 2 \log_a (-b)$. C. $P = -\frac{1}{2} \log_a (-b)$. **D. $P = \frac{1}{2} \log_a (-b)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$P = \log_{a^4} b^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} \log_{|a|} |b| = \frac{1}{2} \log_a (-b) \quad (\text{Vì } 0 < a \neq 1 \text{ và } b < 0).$$

Câu 49. [2D2-3.3-2] (Chuyên Bắc Ninh - L2 - 2018) Đặt $a = \log_{12} 6, b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

A. $\frac{b}{a+1}$. **B. $\frac{b}{1-a}$.** C. $\frac{a}{b-1}$. D. $\frac{a}{b+1}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} \left(\frac{12}{6}\right)} = \frac{\log_{12} 7}{1 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}$$

Ta có: