Разработка урока
с применением МЭО
<u>Тема: «Решение тригонометрических уравнений»</u>

Тип урока: урок повторения и обобщения знаний, закрепления умений.

Цели урока:
- Развивать познавательную активность учащихся на основе поисковой деятельности;
- Продолжить работу по развитию творческого мышления;
- Закрепить способы решения тригонометрических уравнений;
- Учить составлять алгоритм решения задания по образцу;
- Развивать умения работать с МЭО, самостоятельно добывать знания;
- Содействовать развитию у детей способностей к логическим операциям: анализу, сравнению, умению классифицировать, обобщать;
- Развивать трудолюбие, умение общаться со своими сверстниками в процессе работы в парах. Прививать чувство сопереживания и участия при ответах своих одноклассников.
- Создание комфортного темпа работы для каждого ученика.

Структура урока:
- Организационный этап
- Мотивация.
- Этап применения знаний и способов деятельности
- Подведение итогов.

При разработке данного урока я придерживалась следующих принципов:

- *Принцип деятельности* – большую часть учебного времени посвящать самостоятельной работе учащихся.
- *Принцип гибкости* – выбор учащимися уровня сложности.
- *Принцип консультирования* – учитель консультирует и управляет деятельностью учащихся. Вместо информационной функции я, как учитель, выполняю теперь управленческую.
- *Принцип паритетности* – при ведущей роли учителя, цели, задачи определяются совместно с учащимися.

Ход урока:

<table>
<tr><th>Учебный элемент</th><th>Учебный материал с указанием заданий.</th><th>Руководство по усвоению материала</th></tr>
<tr><td>УЭ 0
(2 мин)</td><td>В процессе работы над учебными элементами вы должны уметь:
1. 1 уровень – решать простейшие тригонометрические уравнения; решать тригонометрические уравнения по заданному алгоритму.
2. 2 уровень – решать тригонометрические уравнения, самостоятельно выбирая метод решения.
3. 3 уровень – применять полученные знания в нестандартных ситуациях.
1 уровень – самый общий, т.е. знаниями этого уровня должны овладеть все учащиеся.
2 уровень включает все, что достигнуто на 1 уровне, но в более сложном виде.
3 уровень – все, что достигнуто на 1 и 2 уровнях, но теперь должно применяться в нестандартных ситуациях.</td><td>Внимательно ознакомьтесь с интегрирующей целью модуля.
УЭ1-УЭ4 соответствуют 1 уровню подготовки.
УЭ5 обеспечивает 2 уровень.
УЭ 6 – 3 уровень подготовки.
Вся работа над данным модулем сопровождается оценочным листом.</td></tr>
<tr><td>(2 мин)</td><td>Тригонометрия традиционно популярна при проведении всевозможных экзаменов (в том числе ЕГЭ, вступительные экзамены в ВУЗ), конкурсов, олимпиад т.д., поскольку данный материал чрезвычайно удобен для всевозможного варьирования и усложнения. В связи с этим очень важно научиться решать тригонометрические уравнения.</td><td></td></tr>
<tr><td>УЭ 1
(10 мин)</td><td>Цель: закрепить решение простейших тригонометрических уравнений.
Решите уравнения :
<table>
<tr><th>1 вариант</th><th>2 вариант</th></tr>
<tr><td>cos x= ½ (1 балл)</td><td>sin x= -1/2 (1 балл)</td></tr>
<tr><td>sin x= - $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1 балл)</td><td>cos x= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1 балл)</td></tr>
<tr><td>tg x= 1 (1 балл)</td><td>ctg x= -1 (1 балл)</td></tr>
<tr><td>cos(x+ $\frac{\pi}{3}$)= 0 (2 балл)</td><td>sin(x- $\frac{\pi}{3}$)= 0 (2 балла)</td></tr>
<tr><td>2cos x= 1 (1 балл)</td><td>4sin x= 2 (1 балл)</td></tr>
<tr><td>3tg x= 0 (1 балл)</td><td>cos 4x= 0 (2 балла)</td></tr>
<tr><td>sin 4x=1 (2 балла)</td><td>5tg x= 0 (1 балл)</td></tr>
</table>
</td><td>Вспомните основные правила решения тригонометрических уравнений. Для этого прочитайте текст в МЭО.
Выполните самостоятельную работу.
Правильные ответы получите от учителя. Исправьте ошибки и проставьте число набранных баллов в свой оценочный лист.
Если набрано 6 баллов и больше, переходите к УЭ.
Если набрано меньше 6-ти баллов, следует прорешать задания другого варианта, аналогичные тем, в которых была допущена ошибка. Проставьте набранные баллы в графу «Корректирующие задания».</td></tr>
<tr><td>УЭ 2
(10 мин)</td><td>Цель: закрепить умения решать тригонометрические уравнения методом сведения к квадратному.
Пример. Решить уравнение 4 - $\cos^2 x = 4\sin x$.
Решение: Вместо $\cos^2 x$ подставим тождественное ему выражение $1-\sin^2 x.$ Тогда исходное уравнение примет вид</td><td>Прочитайте внимательно данные объяснения в МЭО.
Выполните самостоятельные работы.
Проверьте и оцените свою работу, правильные ответы возьмите у учителя. Исправьте ошибки, проставьте количество набранных баллов в оценочный лист.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

$$4-(1-\sin^2 x)=4\sin x$$
$$3+\sin^2 x=4\sin x$$
$$\sin^2 x-4\sin x+3=0$$

Если ввести y = sin x , получим квадратное уравнение

$$y^2-4y+3=0$$

Оно имеет корни 1 и 3. Значит, исходное уравнение равносильно совокупности уравнений

Sin x = 1 или sin x = 3.

Уравнение sin x = 1 имеет решение x = $\frac{\pi}{2}+2$ π n, n $\in Z$.
Уравнение sin x = 3 решений не имеет.

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

<table>
<tr><th>1 вариант</th><th>2 вариант</th></tr>
<tr>
<td>$tg^2 x-3tgx+2=0$ (2 балла)
$2\cos^2 x+5\sin x-4=0(3á)$
$\frac{1-\cos 2x}{2}+2\sin x=3(3á)$</td>
<td>$2+\cos^2 x-3\cos x=0(2á)$
$4-5\cos x-2\sin^2 x=0(3á)$
$\frac{1-\cos 2x}{2}+2\sin x=3(3á)$</td>
</tr>
</table>

</td>
<td>Если набрано 5 баллов, то переходите к следующему этапу, если же меньше, то решайте задание другого варианта, аналогичные тому, в котором была ошибка.</td>
</tr>
<tr>
<td>УЭ 3
(10 мин)</td>
<td>

Цель: ***Закрепить навык решения тригонометрических уравнений методом разложения на множители.***

Пример. ***Решить уравнение*** $2\sin^3 x-\cos 2x-\sin x=0$.

Решение. Сначала сгруппируем первый член с третьим, а cos2x представим в виде $\cos^2 x-\sin^2 x$.

$$(2\sin^3 x-\sin x)-(\cos^2 x-\sin^2 x)=0$$

Из выражения, стоящего в первых скобках, вынесем sin x, а в выражении, стоящем во вторых скобках, вместо $\cos^2 x$ запишем $1-\sin^2 x$.
Уравнение примет вид

$$\sin x(2\sin^2 x-1)-(1-2\sin^2 x)=0$$
$$\sin x(2\sin^2 x-1)+(2\sin^2 x-1)=0$$
$$(2\sin^2 x-1)(\sin x+1)=0$$

Отсюда следует, что исходное уравнение равносильно совокупности уравнений

</td>
<td>

Внимательно прочитайте данные пояснения в МЭО и выполните задания.
Нельзя указать единого способа разложения на множители любого выражения. Одним из самых популярных являются ***способы вынесения за скобки общего множителя, группировки, применения формул сокращенного умножения.***

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

$2\sin^2 x-1=0$èëè $\sin x+1=0$

$\sin^2 x=\frac{1}{2},$

$\sin x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$èëè $\sin x=-1$

Ответ:

$$x=\pm\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z; x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$$

Задания для самостоятельной работы. Решить уравнения.

<table>
<tr><td>1 вариант</td><td>2 вариант</td></tr>
<tr><td>$\sin^2 x-\sin x=0$ (2 балла)</td><td>$ctg^2 x-4ctgx=0$ (2 балла)</td></tr>
<tr><td>$3\cos x+2\sin 2x=0$ (3 балла)</td><td>$5\sin 2x-2\sin x=0$ (3 балла)</td></tr>
</table>

Если набрано 5 баллов, то переходите к следующему элементу. Если меньше, то прорешайте соответствующее задание другого варианта.

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>УЭ 4
(10 мин)</td>
<td>

Цель*: закрепить навык решения однородных уравнений.*

Покажем как решать однородное уравнение 1-й степени, т.е. $a\sin x+b\cos x=0$

Пример 1. *Решить уравнение* $5\sin x-2\cos x=0$ **.**

Поделим обе части уравнения на cos x или sin x. Но предварительно надо доказать, что это выражение никогда не обращается в нуль. Предположим, что cos x=0. Тогда 5sin x-2·0=0 $\Leftrightarrow$ sin x=0. Получается, что если sin x=0, то и cos x=0 , чего быть не может ввиду равенства $\sin^2 x+\cos^2 x=1$.

Значит можно поделить уравнение на cos x: $5\frac{\sin x}{\cos x}-2\frac{\cos x}{\cos x}=\frac{0}{\cos x}$

Получим уравнение 5tg x-2=0. Отсюда $x=arctg\frac{2}{5}+\pi n, n\in Z$.

Решение однородных уравнений вида $a\sin^2 x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x=0$ *начинается с того, что обе части уравнения делят на* $\cos^2 x$èëè $\sin^2 x$.

Пример 2. $12\sin^2 x+3\sin 2x-2\cos^2 x=2$.

Решение. Данное уравнение не является однородным. Но его можно превратить в однородное, заменив 3sin2x на 6sin x cos x и число 2 на $2\sin^2 x+2\cos^2 x$.

Приведя подобные слагаемые, получим уравнение $10\sin^2 x+6\sin x\cos x-4\cos^2 x=0$. Аналогично решению примера 1, докажем, что cos x $\neq$ 0 .

Тогда можно обе части уравнения поделить на $\cos^2 x$. Получим

</td>
<td>Прочитайте пояснения и выполните задания в МЭО. Если набрано 5 баллов, то можно переходить к УЭ5. Если набрано менее 5 баллов, то нужно прорешать тот пример другого варианта, где допущена ошибка.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
$10tg^2x+6tgx-4=0 \Leftrightarrow tgx=-1$ или $tgx=\frac{2}{5}$. Отсюда
$x=-\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z, x=arctg\frac{2}{5}+\pi n, n\in Z$.
Самостоятельная работа.
<table>
<tr><td>1 вариант</td><td>2 вариант</td></tr>
<tr><td>$\sin x-\cos x=0$ (2 балла)</td><td>$5\sin x+6\cos x=0$ (2 балла)</td></tr>
<tr><td>$\sin^2 x-\sin 2x=3\cos^2 x$ (3 балла)</td><td>$3\sin^2 x-2\sin 2x+5\cos^2 x=2$ (3 балла)</td></tr>
</table>
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>УЭ 5
(15 мин)</td>
<td>
Вы прошли 1 уровень усвоения материала. Теперь вам самостоятельно придется выбрать метод решения уравнений.
Выполните самостоятельную работу.
<table>
<tr><td>1 вариант</td><td>2 вариант</td></tr>
<tr><td>$\cos 2x-5\sin x-3=0$</td><td>cos2x+3sin x=2</td></tr>
<tr><td>$\sin 2x+\cos 2x=0$</td><td>sin2x-cos2x=0</td></tr>
<tr><td>$\cos^2 x-\cos 2x=\sin x$</td><td>$6-10\cos^2 x+4\cos 2x=\sin 2x$</td></tr>
<tr><td>$\sin 4x-\cos 2x=0$</td><td>cos x cos2x=1</td></tr>
<tr><td>$5-5\cos(\frac{\pi}{2}-x)=2\cos^2(\pi-x)$</td><td>$\cos^2(\frac{\pi}{2}+x)-\cos^2(2\pi+x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$</td></tr>
</table>
</td>
<td>Вспомните основные тригонометрические формулы. Для этого прочитайте текств МЭО.
Проверьте и оцените свою работу, правильные ответы возьмите у учителя. Исправьте ошибки, если они есть.
Проставьте баллы в оценочные листы.
Если набрано 5 баллов или больше, то переходите к УЭ6, если меньше, то решайте задания другого варианта, аналогичные тем, в которых была допущена ошибка.</td>
</tr>
<tr>
<td>УЭ 6
(20 мин)</td>
<td>
Вы освоили решение уравнений 2 уровня сложности. Целью дальнейшей вашей работы является применение своих знаний и умений в более сложных ситуациях.
Самостоятельная работа.
(задания не ограничиваются временными рамками, так как их решают далеко не все учащиеся)
1. sin6x+cos6x=1-2sin3x (2)
2. $29-36\sin^2(x-2)-36\cos(x-2)=0$
3. $2\sin x\cos x+\sqrt{3}-2\cos x-\sqrt{3}\sin x=0$
4. $\sin 4x=2\cos^2 x-1$
5. sin x(sin x+cos x)=1
6. $\frac{1}{1+\cos^2 x}+\frac{1}{1+\sin^2 x}=\frac{16}{11}$

Проверьте и оцените свои работы. Исправьте ошибки, если они есть, подсчитайте количество баллов. Проставьте количество баллов в оценочный лист. Оцените свои работы.
</td>
<td>В случае затруднений воспользуйтесь подсказками.
1. Воспользуйтесь формулой двойного угла для sin6 x, cos 6x.
2. Обозначьте x-2=t , решите уравнение, сведя его к квадратному с помощью формулы $\sin^2 t=1-\cos^2 t$.
3. Сгруппируйте первое и третье слагаемые, примените разложение на множители.
4. Воспользуйтесь формулой двойного угла для sin4x, cos4x, формулой понижения степени $2\cos^2 x-1=\cos 2x$.
5. Раскройте скобки, примените основное</td>
</tr>
</table>

		тригонометрическое тождество. 6. Приведите дроби к общему знаменателю. А затем используйте основное тригонометрическое тождество $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, сведите к квадратному.
(5 мин)	**Подведение итогов. Выставление оценок.** Оценка за весь модуль зависит от суммы баллов по всем учебным элементам. Если сумма больше 32, то вы получаете «5», при получении от 27 до 31 баллов – оценка «4», при получении от 21 до 26 баллов – оценка «3», менее 21 балла вы получаете «2». Для тех, кто получил неудовлетворительную оценку проводится коррекционная контрольная работа.	

Приложение 1**. Оценочный лист учащегося.**

Фамилия			
Имя			
УЭ	К-во баллов за основные задания	Корректирующие задания	Общее к-во баллов за этап
№1			
№2			
№3			
№4			
№5			
№6			
Итоговое количество баллов			
Оценка			

Основные ошибки.

1. Ошибки вычислительные.
2. Незнание тригонометрических формул.
3. Незнание области определения тригонометрических функций.