

Тема: Тригонометричні формули додавання та наслідки з них.

Розв'язування вправ

Посилання на підручник:
<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-sta-ndartu-10-kl.pdf>

Матеріали до теми:

ФОРМУЛИ ДОДАВАННЯ ТА НАСЛІДКИ З НИХ

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}$$

Розглянемо застосування цих формул.

Приклад 1. Обчислити $\sin 75^\circ$.

Розв'язання.
$$\begin{aligned} \sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right).$$

Приклад 2. Спростити вираз:

Розв'язання.

$$\begin{aligned}\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) &= \cos\alpha \cos\frac{\pi}{6} - \sin\alpha \sin\frac{\pi}{6} - \left(\cos\alpha \cos\frac{\pi}{6} + \sin\alpha \sin\frac{\pi}{6}\right) = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2} \sin\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2} \sin\alpha = -\sin\alpha.\end{aligned}$$

Приклад 3. Знайти: $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, якщо $\sin\alpha = 0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Розв'язання.

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\alpha \cos\frac{\pi}{4} - \cos\alpha \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sin\alpha - \cos\alpha).$$

Оскільки α — кут II чверті, то $\cos\alpha < 0$. Маємо $\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$;

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - 0,8^2} = -0,6. \quad \text{Тоді}$$

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (0,8 - (-0,6)) = 1,4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7\sqrt{2}.$$

Приклад 4. Спростити вираз: $\sin 10x \cos 4x + \cos 10x \sin 4x$.

Розв'язання. $\sin 10x \cos 4x + \cos 10x \sin 4x = \sin(10x + 4x) = \sin 14x$.

Приклад 5. Обчислити: $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$.

Розв'язання.

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \frac{\pi}{12} &= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1)}{(1 + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)} = \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \\ &= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}.\end{aligned}$$

Приклад 6. Спростити вираз: $\frac{\operatorname{tg} 12^\circ + \operatorname{tg} 18^\circ}{1 - \operatorname{tg} 12^\circ \operatorname{tg} 18^\circ}$.

Розв'язання.

$$\frac{\operatorname{tg} 12^\circ + \operatorname{tg} 18^\circ}{1 - \operatorname{tg} 12^\circ \operatorname{tg} 18^\circ} = \operatorname{tg}(12^\circ + 18^\circ) = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал п. 13.
2. Законспектувати формули.
3. Виконати письмово вправи: 13.1, 13.3, 13.5, 13.7, 14.7.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .