

Exercice1 :

On considère la suite (U_n) définie par la donnée d'un terme initial entier U_0 et par le procédé suivant :

- Si U_n est pair, $U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n$;
- Si U_n est impair, $U_{n+1} = 3 U_n + 1$.

Calculer les dix premiers termes de la suite dans les cas suivants : a) $U_0 = 16$; b) $U_0 = 13$;

Exercice2 :

Pour chacune des suites définies ci-dessous :

- 1) Donner les quatre premiers termes ;
- 2) Ecrire la relation liant U_4 à U_3 et celle liant U_n à U_{n-1} .

$$\text{a) } \begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = U_n + n \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2^n} \end{cases}$$

Exercice3 :

On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = \frac{3n+2}{n+4}$

- 1) Calculer V_0, V_1, V_2, V_{46} et V_{96}
- 2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $\frac{1}{2} \leq V_n < 3$

Exercice4 :

La suite (U_n) est arithmétique. On sait que : $U_9 + U_{11} = -134$ et $U_5 + U_7 + U_9 = -138$
Déterminer le terme U_0 et la raison r de la suite (U_n)

Exercice5 :

La suite (U_n) est arithmétique. On sait que : $U_1 + U_7 = 36$ et $U_4 + U_5 = 41$
Déterminer le terme U_0 et la raison r de la suite (U_n)

Exercice6 :

Déterminer les suites arithmétiques (U_n) qui vérifient : $U_1 + U_5 = 0$ et $U_2^2 + U_3^2 = 16$
On précisera le terme initial et la raison de telles suites, s'il en existe.

Exercice7 :

On suppose que a, b et c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.
Déterminer ces nombres sachant que : $a + b + c = 120$ et $abc = 59160$

Exercice8 :

Soit (W_n) une suite arithmétique de premier terme W_0 et de raison r .

- 1) Sachant que $W_5 = 11$ et $W_8 = 41$; calculer r et W_0
- 2) Sachant que $r = -3$; $W_1 = 6$ et $\sum_{k=0}^n W_k = -90$. Calculer n

Exercice9 :

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ tel que : $\sum_{k=1}^n U_k = \frac{1}{2}(3n^2 + 2n)$

- 1) Calculer les cinq premiers termes de cette suite (U_n)
- 2) Calculer U_n en fonction de n . En déduire que (U_n) une suite arithmétique dont on déterminera la raison.

Exercice10 :

Soit la suite (V_n) définie par : $V_0 = 1$

$$V_{n+1} = \frac{V_n}{1 + V_n} ; n \in \mathbb{N}.$$

- 1) Calculer V_1, V_2 et V_3 . Que peut on conclure ?

- 2) On pose $U_n = \frac{1}{V_n}$ Calculer U_0, U_1 et U_2 .

Montrer que (U_n) est une suite arithmétique.

- 3) Exprimer U_n en fonction de n . déduire l'expression de V_n en fonction de n . Retrouver alors V_3 .

Exercice11 :

Soit la suite (U_n) définie par : $U_0 = -5$

$$U_{n+1} = \frac{25}{10 - U_n} ; n \in \mathbb{N}.$$

- 1) Vérifier que (U_n) n'est pas une suite arithmétique

- 2) Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{1}{U_n - 5}$
- Montrer que (V_n) est une suite arithmétique
 - Exprimer V_n en fonction de n .
- 3) Déterminer un entier naturel n_0 tel que : si $n \in \mathbb{N}$ et $n \geq n_0$ alors $|U_n - 5| < 10^{-3}$

Exercice12 :

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 0$
 $U_n = U_{n-1} + n(-1)^{n-1}$

- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : U_{n+2} = U_n - (-1)^n$.
- On considère les suites (V_p) et (W_p) telles que $\forall p \in \mathbb{N}^*$:
 $V_p = U_{2p-1}$; $W_p = U_{2p}$.
 - Montrer que W est une suite arithmétique.
 - Exprimer W_p en fonction de p .
- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^* : V_n + W_n = \text{constante}$.
 - En déduire la somme $S = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

Exercice13 :

Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{-1 + 3U_n}{1 + U_n}$; $n \in \mathbb{N}$

- Montrer que la suite (U_n) n'est pas arithmétique.

- Soit la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{1 + U_n}{-1 + U_n}$.
 - Montrer que (V_n) est une suite arithmétique.
 - Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

- Calculer en fonction de n les sommes suivantes : $S_n = \sum_{k=0}^n V_k$; $T_n = \sum_{k=0}^n \frac{-2}{-1 + U_k}$.

Exercice14 :

Soit $a \in \mathbb{R}$ montrer que $A = (a^2 - 2a - 1)^2$; $B = (a^2 + 1)^2$ et $C = (a^2 + 2a - 1)^2$ sont 3 termes consécutifs d'une suite arithmétique

Exercice 8:

Soit (U_n) une suite géométrique de raison q . Déterminer la valeur de q et le terme U_3 dans chacun des cas suivants :

- $U_0 = 3$; $U_5 = -96$
- $U_4 + 8U_7 = 0$; $U_5 = 3$
- $U_0 \cdot U_1 \cdot U_2 = -8$; $U_3 \cdot U_4 \cdot U_5 = 128\sqrt{2}$

Exercice15 :

(U_n) est une suite arithmétique de raison r , et on pose : Pour tout entier n , $V_n = 2^{U_n}$. Quelle est la nature de la suite (V_n) ?

Exercice16 :

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = 6$ et, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = \frac{1}{3} U_n - 2$.

- Préciser les cinq premiers termes de la suite (U_n) .
- Démontrer que (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
- On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_n + 3$.
Démontrer que (V_n) est géométrique.
- En déduire le terme général de U_n . Préciser la valeur exacte des termes U_7 et U_8 , puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice17 :

Calculer les sommes suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } S = 2 + 4 + 8 + \dots + 256 & \text{b) } S = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots - \frac{1}{256} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c) } S = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{128} & \text{d) } S = 1 + 10^{-1} + 10^{-2} + \dots + 10^{-7} \end{array}$$

Exercice18 :

$$1 + \frac{x}{x+2} + \left(\frac{x}{x+2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x}{x+2}\right)^7 = 0$$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

Exercice19 :

On considère la suite (U_n) définie par ; $U_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = \frac{5U_n - 1}{4U_n + 1}$

- Calculer U_1 , U_2 et U_3 . En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

- On considère la suite (V_n) définie par $V_n = \frac{1}{U_n - \frac{1}{2}}$.
 - Démontrer que (V_n) est une suite arithmétique.

- b) Préciser le terme général pour le calcul de V_n .
 3) En déduire le terme général pour le calcul de U_n .

Exercice20 :

- I/ 1) Soit X la suite arithmétique telle que $X_{10} = 29$ et $X_0 + X_1 + X_2 + \dots + X_{10} = 154$
 a) Calculer X_0 et la raison r de la suite X .
 b) Exprimer X_n en fonction de n .
 2) Soit Y la suite géométrique telle que $Y_1 Y_2 = 8$ et $Y_3 Y_5 = 256$
 a) Calculer Y_0 et la raison q de cette suite.
 b) Exprimer Y_n en fonction de n .

$$U_n = \frac{2^n + 3n - 1}{2} \text{ et } V_n = \frac{2^n - 3n + 1}{2}$$

II/ On considère les deux suites U et V définies sur $\mathbb{N}$ par

- 1) Calculer U_0 ; U_1 et U_2 et V_0 ; V_1 et V_2 .
 2) Soit la suite $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $a_n = U_n - V_n$
 a) Montrer que (a_n) est une suite arithmétique.
 b) Calculer la somme $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$
 3) Soit la suite $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $b_n = U_n + V_n$
 a) Montrer que (b_n) est une suite géométrique.
 b) Calculer la somme $S' = b_0 + b_1 + b_2 + \dots + b_{10}$
 4) Soit $S_1 = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{10}$ et $S_2 = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{10}$
 a) Vérifier que $S = S_1 - S_2$ et $S' = S_1 + S_2$.
 b) En déduire S_1 et S_2 .

Exercice21 :

On suppose que a , b et c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique.
 Déterminer ces nombres sachant que : $a + b + c = 243$ et $a^2 + b^2 + c^2 = 20133$.

Exercice22 :

- 1) Soit la suite (U_n) définie par : $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = \frac{3U_n - 1}{1 + U_n}$; $n \in \mathbb{N}$. Calculer U_3 et U_4 . (U_n) est elle arithmétique ?
 2) Soit la suite (V_n) définie par : $V_n = \frac{U_n + 1}{U_n - 1}$; $n \in \mathbb{N}$.
 3) Montrer que (V_n) est arithmétique. Préciser son premier terme V_0 et sa raison r .
 4) Exprimer V_n et U_n en fonction de n .

Exercice23 :

- Considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{5U_n - 3}{U_n + 1}$
 1) Calculer U_1 , U_2 et U_3 . En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
 2) On considère la suite (V_n) définie par $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n - 1}$
 a. Démontrer que (V_n) est une suite géométrique.
 b. Préciser le terme général pour le calcul de V_n .
 3) En déduire le terme général pour le calcul de U_n .

Exercice24 :

Déterminer deux entiers positifs a et b tels que les nombres a ; $a + 2b$; $2a + b$ soient en progressions arithmétique et que les nombres $(b + 1)^2$; $ab + 5$; $(a + 1)^2$ soient en progressions géométrique.

Exercice25 :

Soit (U_n) une suite arithmétique de 1^{er} terme U_0 et de raison r .

- a) Calculer U_{20} et $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{20}$ sachant que $U_0 = -25$ et $r = 2$.
 b) Calculer U_0 et r sachant que $U_3 + U_{11} = 7$ et $U_0 + U_1 + \dots + U_{28} = -203$
 1) Soit (U_n) une suite géométrique de 1^{er} terme U_0 et de raison q .
 a) Calculer U_5 et $S = U_0 + U_1 + \dots + U_5$ sachant que $U_0 = 27$ et $q = \frac{2}{3}$
 b) Calculer n et U_n sachant que $U_0 = -2$, $q = 2$ et $U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1} = -254$

Exercice26 :

- 1) Soit (U_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 1$ et $U_6 = -11$
 a) Calculer le 1^{er} terme U_0 et la raison r de la suite (U_n)
 b) Exprimer U_n en fonction de n .
 2) Soit la suite (V_n) définie par $V_n = (\sqrt{3})^{U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
 a) Calculer V_0 et V_1 .

- b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$
- 3) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ et $P_n = V_0 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \dots \cdot V_n$
- a) Exprimer S_n en fonction de n .
- b) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$ on a $P_n = \left(\sqrt{3}\right)^{1-n^2}$

