

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Розширюючись за постійного тиску, 1 кмоль ідеального газу виконав роботу 831 кДж. Початкові об'єм і температура газу становили 5 м³ і 350 К відповідно. Знайдіть температуру, тиск і об'єм газу в кінцевому стані.

Дано:

$$\nu = 1 \text{ кмоль} = 10^3 \text{ моль}$$

$$A = 831 \text{ кДж}$$

$$= 8,31 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$V_1 = 5 \text{ м}^3$$

$$T_1 = 350 \text{ К}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$T_2 = ?$$

$$p_2 = ?$$

$$V_2 = ?$$

Розв'язання

Робота газу при ізобарному розширенні:

$$A = pV_2 - pV_1 = \nu RT_2 - \nu RT_1 = \nu R(T_2 - T_1)$$

$$T_2 = \frac{A}{\nu R} + T_1 \quad [T_2] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}}{\text{моль}} + \text{К} = \text{К}$$

$$T_2 = \frac{8,31 \cdot 10^5}{10^3 \cdot 8,31} + 350 = 450 \text{ (К)}$$

Процес ізобарний ($p = \text{const}$), закон Гей-Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}$$

$$[V_2] = \text{м}^3 \cdot \frac{\text{К}}{\text{К}} = \text{м}^3 \quad V_2 = 5 \cdot \frac{450}{350} \approx 6,43 \text{ (м}^3\text{)}$$

Оскільки процес ізобарний ($p = \text{const}$), то

$$p_2 = p_1 = p$$

$$A = p(V_2 - V_1) \Rightarrow p = \frac{A}{V_2 - V_1}$$

$$[p] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 - \text{м}^3}}{\frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{м}^3}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$$

$$p = \frac{8,31 \cdot 10^5}{6,43 - 5} \approx 5,8 \cdot 10^5 \text{ (Па)}$$

Відповідь: $T_2 = 450 \text{ К}$; $p_2 = 0,58 \text{ МПа}$; $V_2 = 6,43 \text{ м}^3$.

2. На рисунку наведено графік процесу, що відбувається з 1 моль ідеального газу. Температури газу в станах 1 і 3 збігаються. Знайдіть цю температуру, якщо в результаті процесу газ виконав роботу 10,5 кДж.

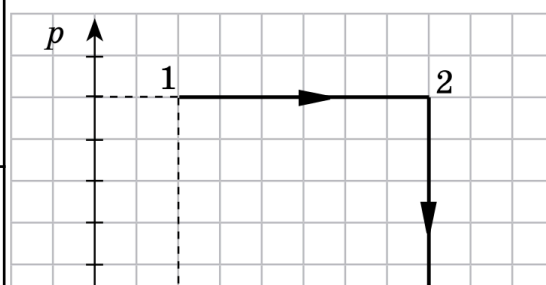
Дано:

$$\nu = 1 \text{ моль}$$

$$A = 10,5 \text{ кДж} =$$

$$T_1 = T_3 = ?$$

Розв'язання



Процес 1-2 ізобарний ($p = \text{const}$, $p_1 = p_2$).

За законом Гей-Люссака визначимо температуру:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = 4T_1 = 4T_3$$

Робота газу:

$$A = A_{12} + A_{23}$$

Робота газу в ході ізобарного процесу 1–2 чисельно дорівнює площі прямокутника зі сторонами p_1 і $(V_2 - V_3)$; об'єм газу збільшується, тому ця робота додатна:
 $A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) = \nu R(4T_1 - T_1) = 3\nu RT_1$

Робота газу в ході ізохорного процесу 2–3 чисельно дорівнює нулю $A_{23} = 0$.

$$A = 3\nu RT_1 \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{A}{3\nu R}$$

$$[T_1] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}}{\text{моль} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = \text{К}$$

$$T_1 = \frac{10,5 \cdot 10^3}{3 \cdot 1 \cdot 8,31} \approx 421 \text{ (К)}$$

Відповідь: $T_1 \approx 421 \text{ К}$.

3. Внаслідок ізохоричного охолодження 1 кмоль ідеального газу тиск знизився у 3 рази. Потім газ розширився за постійного тиску. Побудуйте графік процесу, що відбувається, в координатах p, V . Знайдіть роботу, виконану газом, якщо в кінцевому й початковому станах його температура не змінювалася й дорівнює 300 К.

Дано:

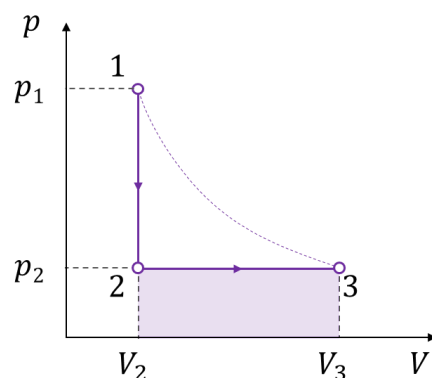
$$\nu = 1 \text{ кмоль} = 1$$

$$T_1 = T_3 = 300 \text{ К}$$

$$p_1 = 3p_2$$

$$A = ?$$

Розв'язання



Робота газу:

$$A = A_{12} + A_{23}$$

Робота газу в ході ізохорного процесу 1–2 чисельно дорівнює нулю $A_{12} = 0$, а температура за законом Шарля:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1} = T_1 \frac{p_2}{3p_2} = \frac{1}{3} T_1 \quad T_2 = \frac{1}{3} \cdot 300 \text{ К} = 100 \text{ К}$$

Робота газу в ході ізобарного процесу 2–3 чисельно дорівнює площі прямокутника зі сторонами p_2 і $(V_3 - V_2)$; об'єм газу збільшується, тому ця робота додатна:

$$A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \nu R(T_3 - T_2)$$

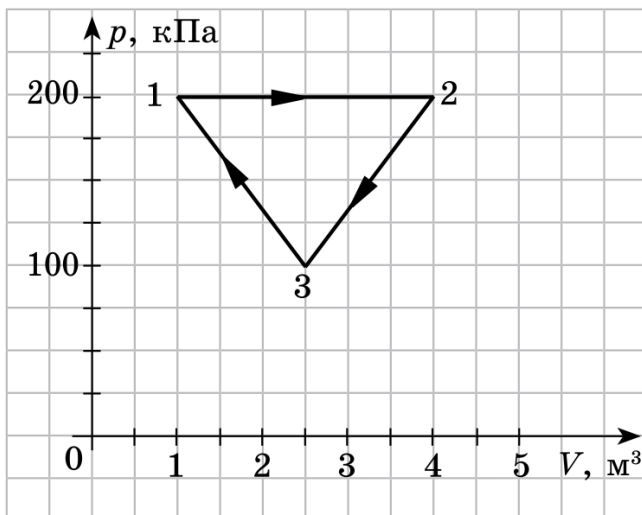
$$A = \nu R(T_3 - T_2)$$

$$[A] = \text{моль} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж}$$

$$A = 10^3 \cdot 8,31 \cdot (300 - 100) = 1,662 \cdot 10^6 \text{ (Дж)}$$

Відповідь: $A \approx 1,7 \text{ МДж}$.

4. Користуючись графіком, який наведено на рисунку, знайдіть роботу, яку виконує газ під час процесу.



Розв'язання

Відомо, що повна робота, яка виконується газом за час замкнутого циклу, чисельно дорівнює площі усередині графіка цього процесу в координатах p, V ; причому $A > 0$, якщо цикл здійснюється за годинниковою стрілкою.

Отже, площа нашого трикутника:

$$A = \frac{1}{2}(V_2 - V_1)(p_1 - p_3)$$

Необхідні значення величин знайдемо з

графіка:

$$V_1 = 1 \text{ м}^3; p_1 = p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}; V_2 = 4 \text{ м}^3; V_3 = 2,5 \text{ м}^3; p_3 = 10^5 \text{ Па}$$

$$[A] = \text{м}^3 \cdot \text{Па} = \text{м}^3 \cdot \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot (4 - 1) \cdot (2 \cdot 10^5 - 10^5) = 1,5 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}$$

Відповідь: $A = 150 \text{ кДж}$.

