

6 клас

Задача 1

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. - правильна відповідь

+3б. - доведено, що якщо $a > b$, то сума буде більшою за 3

+3б. - доведено, що якщо $a < b$, то сума буде меншою за 3

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 2

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+0б. – наведено правильну відповідь для одного чи обох пунктів

+2б. - наведено правильний приклад для пункту а)

+1б. – наведено правильні пояснення роботи прикладу для пункту а)

+3б. - наведено правильний приклад для пункту б)

+1б. – наведено правильні пояснення роботи прикладу для пункту б)

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 3

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+0б. – сказано, що усі цифри мають бути ненульовими;

+1б. – наведена правильна відповідь

+1б. - доведено, що $b = 5$

+1б. - доведено, що цифра a – парна

+1б. – доведено, що $a + b + c$ ділиться на 3

+1б. – доведено, що $a \neq 8$

+1б. – доведено, що при $a = 6$ має виконуватись $c \neq 9$

+1б. – показано, що наведена правильна відповідь задовольняє умови задачі

+2б. – доведено, що $c=7$

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 4

0б. – неправильні алгебраїчні перетворення та часткові правильні відповіді, які з них отримані

- +0б.** – наведено правильну відповідь
- +1б.** – доведено, що якщо точка P ділить BC навпіл, то умова задачі не виконується
- +1б.** - доведено неможливість рівності площі або периметрів одного із випадків сусідніх по горизонталі чи по вертикалі прямокутників, але не отримано висновку про рівність по діагоналі
- +3б.** – доведено, що якщо $BP \neq PC$, то можлива рівність площ та периметрів лише у прямокутників, що розташовані по діагоналі
- +3б.** - доведено, що рівність площ у прямокутників по діагоналі неможлива.
- 7б.** – наведено повний розв'язок

7 клас

Задача 1

- 0б.** – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі
- +1б.** – наведено лише правильну відповідь
- +1б.** – перелічено усі можливі розташування квадратів (4 випадки)
- 1б.** – правильно пораховані площі квадратів
- 2б.** – правильно та повністю розглянуто один із чотирьох випадків розташування прямокутників
- 3б.** – правильно та повністю розглянуто двох із чотирьох випадків розташування прямокутників
- 5б.** – правильно та повністю розглянуто три із чотирьох випадків розташування прямокутників
- 6б.** – правильно та повністю розглянуто усі випадки розташування прямокутників
- 7б.** – наведено повний розв'язок

Задача 2

- 0б.** – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі
- +0б.** – наведено правильну відповідь.
- +2б.** – у розв'язку присутні міркування про розгляд рівняння під модулем 3
- +1б.** – показано, що права частина рівняння не ділиться на 3

- +4б.** – показано, що ліва частина рівняння завжди ділиться на 3
- 0б.** – упущено міркування про те, що за двох міркувань вище виникає суперечність
- 7б.** – наведено повний розв’язок

Задача 3

- 0б.** – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі або еквівалентне цьому твердження
- 0б.** – наведений приклад за якого можливе розбиття на 2 групи по 5 друзів
- 0б.** – порахована кількість ребер в графі (друзів) в 2 групах по 5 друзів але неправильно порахована загальна кількість ребер (кількість дружб) без поділу на 2 групи
- +2б.** – у розв’язку наведені міркування про розгляд пар людей, що не є друзями
- +2б.** - доведено, що кожен не дружить максимум з однією іншою людиною
- +2б.** - доведено, що усього максимум може бути 5 пар не друзів, що не перетинаються.
- +1б.** – наведено правильний спосіб розбити друзів на п’ятірки, що виконують умову
- 7б.** – наведено повний розв’язок

Задача 4

- 0б.** – наведено неправильну відповідь; наведено неповну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі
- +1б.** – наведено правильну відповідь
- +0б.** – показано, чому наведена відповідь працює
- +4б.** – рівняння з умови рівносильними перетвореннями зведене до такого, що розпадається на систему лінійних
- +2б.** – рівняння правильно переведено в систему лінійних рівнянь, з яких отримано відповідь у задачі
- 5б.** – виділено квадрат тричлена, використано нерівність $z - z^2 \leq 0$, проте втрачено одне із можливих значень z
- 6б.** – правильне розв’язання, яке містить арифметичну помилку, що призвело до частково неправильної відповіді
- 7б.** – наведено повний розв’язок

8 клас

Задача 1

0б. – наведено неправильну відповідь; наведено неповну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – наведено правильну відповідь.

+2б. – у розв’язку присутні міркування про те, що якщо натуральне x ділить натуральне y , то $x \leq y$.

+2б. – доведено оцінку зверху на a чи b ($a \leq 4$ або $b \leq 3$).

Наступні два не додаються:

+1б. – проведено неповний перебір по правильно обмеженим значенням a або b .

+2б. – наведено повний перебір по правильно обмеженим значенням a або b .

7б. – наведено повний розв’язок

Задача 2

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – наведено правильну відповідь.

+1б. – сказано, що $a = b$ та $b = -\frac{1}{2}$

+0б. – у розв’язку без пояснень присутня лише одна рівність з попереднього пункту

Наступні три не додаються:

+2б. – вираз з умови правильно зведено до спільного знаменника та

отримано рівність $2ab + a + b = 2b^2 + 2b$

+4б. – правильно показано, чому $a = b$ або $b = -\frac{1}{2}$

+2б. – правильно розглянутий випадок для $b > 0$ (доведено, що тоді $a = b$)

+1б. – показано, як отримати правильну кількість різних значень виразу

$a - b$ з умов, що $a = b$ або $b = -\frac{1}{2}$

7б. – наведено повний розв’язок

Задача 3

0б. – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. - доведено рівність лише однієї з пар кутів $\angle AC_1B = \angle ADB$ та

$$\angle AD_1B = \angle ACB$$

+2б. - доведено рівність обох пар кутів $\angle AC_1B = \angle ADB$ та

$$\angle AD_1B = \angle ACB$$

+1б. – у розв’язку присутні міркування про доведення рівності трикутників ACC_1 та ADD_1

+1б. – у розв’язку присутні міркування, що для вирішення задачі достатньо показати рівність $AD = AC_1$ або $AD_1 = AC$

+3б. – у розв’язку правильно пораховано кути, що доводять рівність відрізків з попереднього пункту

7б. – наведено повний розв’язок

Задача 4

0б. – наведено неправильну відповідь (навіть якщо на 5,6 і вищу кількість знайомих наведено правильний приклад); наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – наведено правильну відповідь

+2б. – наведено правильний приклад

+1б. – показано роботу прикладу

+3б. - доведено, що менше 4 знайомих бути не може (за неповне доведення цього факту 1б.)

7б. – наведено повний розв’язок

Задача 5

0б. – наведено неправильну відповідь; наведено неповну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – наведено правильну відповідь

+1б. – часткові просування в схемі 1. Розглянуто рівність за модулем 4.

Зроблено висновок, без доведення що одне з чисел q або r дорівнює 2. (не сумується з критеріями зі схем)

Схема 1:

+2б. – доведено, чому одне з чисел q або r дорівнює 2

+1б. – доведено, чому одне з чисел p або r (або q) дорівнює 3

+2б. – доведено, чому за умов вище $n = 2$.

+1б. – наведено правильний перебір усіх варіантів відповідей за умов вище

Схема 2:

+1б. – правильно проведений розв'язок для випадку $p = 3$

+1б. – доведено, що одне з чисел q або r дорівнює 3 за умови $p \neq 3$

+2б. – доведено, що за умов вище, інше число з пари q та r має дорівнювати 2

+2б. – доведено, що за умов вище $n = 2$ та $p = 5$

.

Схема 3:

+4б. – доведено що кожне з чисел q або r дорівнює 2

+2б. – розібрано випадок, коли q та r дорівнює 2 за умови n - будь-яке

-1б. – значні неточності в розв'язку.

7б. – наведено повний розв'язок

9 клас

Задача 1

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+0б. - наведено правильну відповідь, але без прикладу таких чисел a і b

+6б. - наведено правильний приклад без обґрунтування

+1б. – наведено обґрунтування прикладу

5 б. – наведено міркування, з яких легко можна правильно знайти значення a та b , які не рівні між собою, але в явному вигляді їх не знайдено

6 б. – наведено міркування, з яких правильно знайдено значення b , але не вказано явне значення a , яке не рівне b

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 2

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – наведено правильну відповідь.

+2б. – у розв'язку присутні міркування про розділення 10 чисел на одиничку, 4 прості числа та 5 складених

- +3б.** – правильно пораховано кількість способів розбити 10 позицій на групи для 1, простих та складених
- +1б.** – сказано, чому розбиття на групи з попереднього пункту однозначно визначає порядок чисел
- 1б.** – неправильно пораховано кількість простих/складених чисел у наборі; 1 розглянуто як просте/складене число
- 7б.** – наведено повний розв’язок

Задача 3

- 0б.** – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі
- +0б.** – розглянуто особливий випадок, коли т. Р належить відріzkу АХ
- +1б.** – у розв’язку присутні міркування щодо того, що точки А, Х, Y, Z лежать на одному колі
- +2б.** - доведено, що точки А, Х, Y, Z лежать на одному колі
- +1б.** - доведено, що $PA = PX = PY = PZ$.

Наступні три не додаються:

- +1б.** – наведено рівності кутів, що можуть привести до завершення розв’язку, але не надано їх доведення/завершення ланцюга міркувань
- +2б.** – доведено початкові потрібні рівності для завершення задачі, але наведені міркування не завершуються розв’язком задачі
- +3б.** – доведено рівності між кутами, що приводять до розв’язку задачі

- 7б.** – наведено повний розв’язок

Задача 4

- 0б.** – наведено неправильну відповідь; наведено лише правильну відповідь без набору, для якого вона досягається; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі
- +1б.** – наведено правильну відповідь та набір, для якого вона досягається
- +1б.** - доведено, що усі числа вигляду $a + b + c - d$ є додатними

Наступні два не додаються:

- +2б.** – у розв’язку присутні міркування про застосування нерівності між середніми або еквівалентної, але ці міркування не є розвинутими у подальший розв’язок
- +4б.** – у розв’язку записано нерівність між середніми або аналогічну для деяких двох дужок чисельника

+1б. – міркування про окремі нерівності між середніми з пункту вище завершені у доведення загальної нерівності

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 5

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – повністю правильно розглянуто випадок $m = 0$

+2б. – повністю правильно розглянуто випадок $m = 1$

+2б. - доведено, що якщо при $m \geq 2$ існують розв'язки, то n має ділитися на 4

+2б. - доведено, що якщо при $m \geq 2$ існують розв'язки, то n не має ділитися на 4

7б. – наведено повний розв'язок

10 клас

Задача 1

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+0б. – наведено правильну відповідь, але не вказано для яких точок та параболі вона досягається

+1б. – наведено правильну відповідь та точки з параболою, для яких вона досягається

Схема 1:

+2б. – у розв'язку присутні міркування про те, що пара точок однозначно визначає параболу

+2б. - показано, що множина точок $\{A, B, E, F\}$ лежить на одній параболі, та показано що C та D на ній не лежать

+2б. – доведено, чому на будь-якій іншій параболі не може лежати більше 3 точок.

Схема 2:

+3б. – присутні міркування про перехід від початкового набору точок до нового, для якого властивість належання одній параболі в початковому наборі переходить у нову властивість, що значно простіше перевірити

+3б. – з міркувань вище отримано, які точки у початковому наборі можуть лежати на одній параболі, та доведено максимальну можливу їх кількість

Схема 3:

+1б. – для кожної точки з набору виписані обмеження на значення параметрів a та b , якщо ця точка належить параболі

+1б. – показано, чому точки A та C не можуть лежати на одній параболі з умови

+2б. – отримана максимальна кількість точок, що належать одній параболі за умови, що цій параболі належить точка A

+2б. - отримана максимальна кількість точок, що належать одній параболі за умови, що цій параболі належить точка C

+0б. - отримана максимальна кількість точок, що належать одній параболі за умови, що цій параболі не належать точки A та C

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 2

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – наведено правильну відповідь

+1б. – наведено приклад та його роботу для $n = 3$

+1б. – наведено приклад для $n = 4$.

+1б. - доведено, що приклад з попереднього пункту працює

+1б. - доведено, що для

$x, y, z \geq 0$ або для $x, y, z \leq 0$ виконується, що $xy + yz + xz \geq 0$

+2б. - доведено, що найменше $n = 5$

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 3

-1б. - не вказано, що $OX \parallel AP$ (т.О - центр описаного кола $\triangle ABC$)

0б. – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+2б. - доведено, що кут AXP - прямий

+2б. – у розв'язку визначено точку Z з авторського розв'язання

+2б. - доведено, що $AP = AZ$

+1б. – у розв'язку з попереднього пункту зроблено висновок, що завершує розв'язок

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 4

0б. – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – у розв’язку присутні міркування про розгляд чисел виду p^{k-1}

+1б. - записано рівність вигляду $d(n)(b + 1) = p^{k-1}$ (або еквівалентну)

+1б. – доведено, що за умови вище $n = p^a(p^c - 1)$.

+2б. – у вище наведеному вигляді числа n дужку $p^c - 1$ розкладено на множники

+1б. - доведено, що $\frac{p^c-1}{p-1} > p^a$ та $p^a(p - 1) > p^a$.

+1б. – показано, чому результат вище приводить до суперечності

6б. - у розв’язанні стверджується, що числа вигляду p^k , де p - непарне, є шуканими. При цьому розглядається 2 випадки:

1) k - парне;

2) k - непарне.

При розгляді випадку “ k - парне” стверджується без доведення, що рівність $d(p^k - p^{k/2}) = p^{k/2}$ є неможливою. З іншого боку, міркування з випадку “ k - непарне” легко переписуються (без суттєвих змін) на міркування, що не використовують парність k .

7б. – наведено повний розв’язок

Задача 5

0б. – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+2б. – у розв’язку присутня ідея введення змінної «ваги» для кожного таксиста з метою створити інваріант по сумарній «вазі» таксистів

+2б. – у розв’язку правильно введено ваги для таксистів кожної з областей та показано, чому сумарна вага таксистів є постійною.

+1б. – на основі поняття ваги, утворена правильна рівність сумарної ваги на початку процесу і у момент, який суперечив би висновку задачі

+2б. - доведено, чому рівність з попереднього пункту неможлива

7б. – наведено повний розв’язок

11 клас

Задача 1

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. – наведено правильну відповідь

+2б. – рівність з умови перетворена у вигляд

$$(a - 2)(a^2 + 2a + 4 - 5b) = 0$$

+1б. – доведено, що набір $(2, b)$ задовольняє рівність

Наступні два критерії не додаються:

+2б. – з другого множника вищевказаної рівності виділено повний квадрат і отримано рівність $(a + 1)^2 = 5b - 3$ або рівносильну

+3б. – доведено, що другий множник не може бути нульовим для цілих a та b

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 2

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+0б. – наведено правильну відповідь.

Наступні три критерії не додаються:

+2б. – у розв'язку присутня ідея розглядати НСД кількості камінців в купках.

+1б. – показано, що в кінці всі купки міститимуть по 5 камінців;

+5б. – знайдено інваріант у грі (та показано, що він справді є інваріантом), що дає змогу показати, що гра завершується однаково незалежно від ходів учасників

+2б. – на основі інваріанту вище, доведено хто перемагає у грі незалежно від дій гравців

7б. – наведено повний розв'язок

Задача 3

-1б. – незначні недоліки в розв'язку які можуть бути легко закриті

0б. – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+1б. - доведено, що $\triangle ABX = \triangle DEY$

+2б. - вказано, що точки X та Y - відповідні точки в рівних трикутниках ABO , DOE (або рівносильне твердження, що O є центром повороту, що переводить трикутники з попереднього пункту один в одного).

+2б. – у розв'язку побудована точка Z з авторського розв'язку

- +2б.** – доведено, що точка Z з попереднього пункту лежить на обох описаних колах з умови
- +4б.** – позначено точку перетину кіл (BXO) і (DYO) , і показано, що вона лежить на $(ABCD)$
- 7б.** – наведено повний розв’язок

Задача 4

- 0б.** – наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі
- +0б.** – показано, чому ми можемо розглядати лише числа, що складаються лише з чисел 1, 3, 7 або 9; показано, що числа виду $xx...xx$ задовольняють твердження задачі, а отже можемо розглядати числа з хоча б двома різними цифрами у їх складі
- +1б.** – у розв’язку присутня ідея при перестановці цифр числа поставити у кінці числа багато однакових цифр x та якусь одну цифру y (надалі критерій А)
- +1б.** – у розв’язку присутня ідея розгляду задачі під деяким модулем m , для якого числа $1, 10^1, 10^2, \dots, 10^{m-2}$ діють $m - 1$ попарно різних ненульових залишків за модулем m , при чому показано, що розгляд задачі під таким модулем справді дає $m - 1$ різних остач
- +1б.** – у розв’язку підібрано конкретне m з попереднього пункту, для якого можливо, міркуваннями схожими на авторські, довести задачу до кінця
- +2б.** - доведено, що за умов вище, якщо перестановка з критерію А не ділиться на підібране вище m , то знайдеться перестановка кінцевих x та y , після якої число буде ділитись на 17 (надалі критерій Б)
- +1б.** - доведено, що перестановкою двох сусідніх різних цифр в "першій половині" числа, можна досягти того, щоб число з такого, що ділиться на m , стало таким, що не ділиться, у випадку якщо в цій “першій половині” є дві різні цифри
- +1б.** – доведено, що якщо у «першій половині» числа не знайдеться двох різних цифр, то можемо застосувати процедуру з критерію Б
- 7б.** – наведено повний розв’язок
- 1б.** – у частині розв’язку, що відповідає критерію Б, не сказано нічого про випадок коли перестановка з критерію А не ділиться на підібране вище m
- 2б.** – не розібрано випадок числа 77... 71
- 1б.** – не розібрано випадок числа 11... 1

Задача 5

0б. – наведено неправильну відповідь; наведені міркування не приводять до подальших просувань у задачі

+0б. – показано, чому не може бути більше трьох додатніх чисел у наборі

+1б. – наведено правильну відповідь

+1б. – наведено приклад для $n = 6$ та показано його роботу

+1б. – правильно розглянуто випадок, коли в наборі існує чотири числа, що менше -1

+2б. – правильно повністю розглянуто випадок, коли є 4 числа ≥ -1 (окрім випадку коли з них три невід'ємні, одне недодатнє)

+2б. – правильно розглянуто випадок, що випливає з неможливості попередніх двох ($x, y, z \leq -1, a, b, c \geq 0, -1 \leq d \leq 0$)

7б. – наведено повний розв'язок