

ТГПУ

"Треугольники"

Сурпик В.С.

Тула, 2024

Определение.

Треугольник — простейший многоугольник, имеющий 3 вершины (угла) и 3 стороны; часть плоскости, ограниченная тремя точками, и тремя отрезками, попарно соединяющими эти точки. Если все три точки треугольника лежат на одной прямой, он называется вырожденным.

Рис.1. Треугольник

Виды треугольников.

Рис.2. Виды треугольников

Поскольку сумма углов треугольника равна 180° , то не менее двух углов в треугольнике должны быть острыми (меньшими 90°). Выделяют следующие виды треугольников:

- Если все углы треугольника острые, то треугольник называется **остроугольным**;
- Если один из углов треугольника тупой (больше 90°), то треугольник называется **тупоугольным**;
- Если один из углов треугольника прямой (равен 90°), то треугольник называется **прямоугольным**. Две стороны, образующие прямой угол, называются **катетами**, а сторона, противолежащая прямому углу, называется **гипотенузой**.
- **Разносторонним** называется треугольник, у которого длины трёх сторон попарно различны.
- **Равнобедренным** называется треугольник, у которого две стороны равны. Эти стороны называются **боковыми**, третья сторона называется **основанием**. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Высота, медиана и биссектриса равнобедренного треугольника, опущенные на основание, совпадают.
- **Равносторонним** называется треугольник, у которого все три стороны равны. В равностороннем треугольнике все углы равны 60° , а центры вписанной и описанной

окружностей **совпадают**.

Из истории треугольника.

Крупнейший древнегреческий историк Геродот (V век до нашей эры) оставил описание того, как египтяне после каждого разлива Нила заново размечали плодородные участки его берегов, с которых ушла вода. По Геродоту, с этого и началась геометрия – "землемерие" (от греческого "гео" – "земля" и "метрео" – "измеряю").

Древние землемеры выполняли геометрические построения, измеряли длины и площади; астрологи рассчитывали расположение небесных светил – все это требовало весьма обширных познаний о свойствах плоских и пространственных фигур, и в первую очередь о треугольнике. Треугольник по праву считается простейшей из фигур: любая плоская, то есть простирающаяся в двух измерениях, фигура должна содержать хотя бы три точки, не лежащие на одной прямой. Если соединить эти точки попарно прямолинейными отрезками, то построенная фигура и будет треугольником. Так же называют и заключенную внутри образовавшегося контура часть плоскости. Таким образом, любой плоскостной многоугольник может быть разбит на треугольники.

Треугольник всегда имел широкое применение в практической жизни. Так, в строительном искусстве испокон веков используется свойство жесткости треугольника для укрепления различных строений и их деталей. Изображение треугольников и задачи на треугольники встречаются в папирусах, в старинных индийских книгах и других древних документах. В древней Греции учение о треугольнике развивалось в ионийской школе, основанной в VII веке до нашей эры Фалесом, в школе Пифагора и других; оно было затем полностью изложено в первой книге "Начал" Евклида.

Свойства и особенности треугольников.

Рис.3. Свойства треугольника

Трёх точкам пространства, не лежащим на одной прямой (и образуемому ими невырожденному треугольнику), обязательно соответствует одна и только одна плоскость. Треугольник, когда не вырожден — всегда выпуклый многоугольник.

Для треугольника всегда существует одна вписанная и одна описанная окружность.

Для существования треугольника, задаваемого тремя сторонами a, b, c , необходимо и достаточно выполнение неравенств, называемых неравенствами треугольника:

$$a+b>c, \quad a+c>b, \quad b+c>a, \quad \alpha+\beta<180, \quad \alpha+\gamma<180, \quad \gamma+\beta<180, \quad \alpha+\beta+\gamma=180^\circ$$

Соотношения между сторонами и углами треугольника:

- 1) Против большой стороны лежит большой угол.
- 2) Против большого угла лежит большая сторона.
- 3) Против равных сторон лежат равные углы, и, наоборот, против равных углов лежат равные стороны.

Сумма двух любых внутренних углов треугольника равна внешнему углу треугольника, смежного с третьим углом.

Треугольник называется **тупоугольным**, **прямоугольным** или **остроугольным**, если его наибольший внутренний угол соответственно больше, равен или меньше 90° .

Лучи, отрезки, точки треугольника.

- **Медианой** треугольника, проведённой из данной вершины, называется отрезок, соединяющий эту вершину с **серединной** противолежащей стороны (основанием медианы). Все три медианы треугольника пересекаются в одной точке. Эта точка пересечения называется **центроидом** или центром тяжести треугольника. Последнее название связано с тем, что у треугольника, сделанного из однородного материала, центр тяжести находится в точке пересечения медиан. Центроид делит каждую медиану в отношении 1:2, считая от основания медианы.
- **Высотой** треугольника, проведённой из данной вершины, называется перпендикуляр, опущенный из этой вершины на противоположную сторону или её продолжение. Три высоты треугольника пересекаются в одной точке, называемой **ортоцентром** треугольника.
- **Биссектрисой** треугольника, проведённой из данной вершины, называют отрезок, соединяющий эту вершину с точкой на противоположной стороне и делящий угол при данной вершине пополам. Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, и эта точка совпадает с центром вписанной окружности (**инцентром**).
- В равнобедренном треугольнике биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, совпадают. Верно и обратное: если биссектриса, медиана и высота, проведённые из одной вершины, совпадают, то треугольник равнобедренный. Если треугольник разносторонний, то для любой его вершины биссектриса, проведённая из неё, лежит между медианой и высотой, проведёнными из той же вершины.
- **Средней линией** треугольника называют отрезок, соединяющий середины двух

сторон этого треугольника. Прямая, содержащая среднюю линию треугольника, параллельна прямой, содержащей третью сторону треугольника. Средняя линия треугольника равна половине третьей стороны. Средняя линия треугольника отсекает от треугольника подобный треугольник. Площадь отсекаемого треугольника относится к площади основного треугольника в отношении 1:4.

Признаки равенства треугольников.

Рис.4. равенство по двум сторонам и углу лежащему между ними

Рис.5. равенство по стороне и двум прилежащим углам;

Рис.6. равенство по трём сторонам.