

Φύλλο εργασίας στην επιφανειακή συμβολή

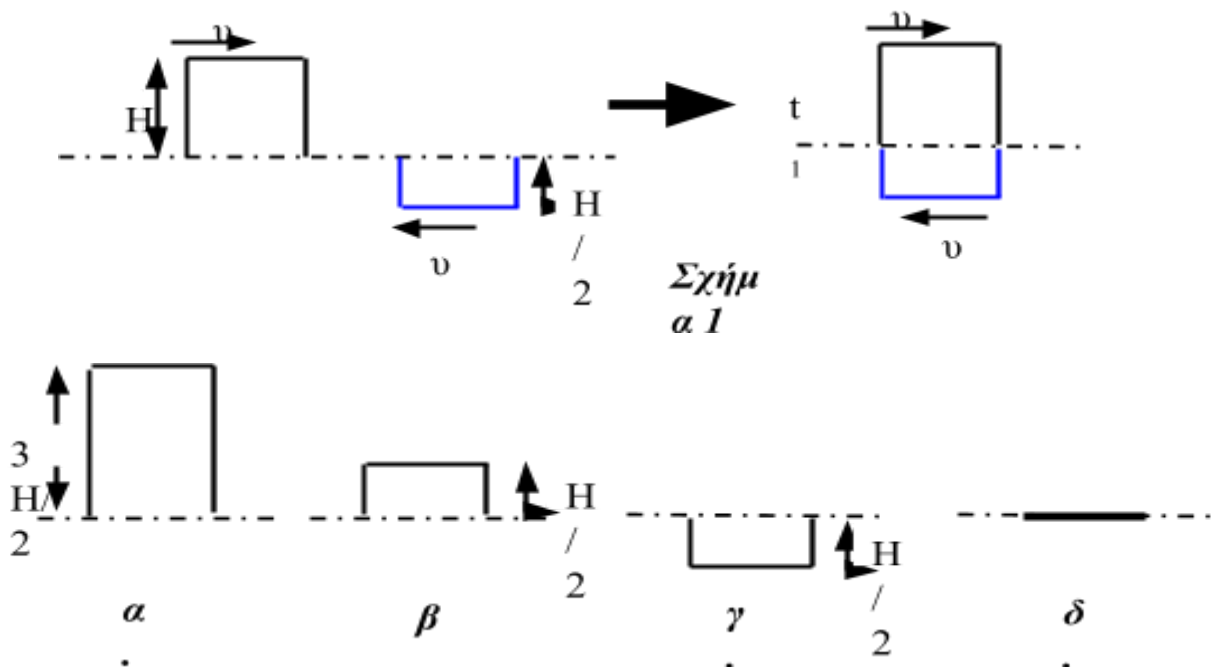
i. Τι ονομάζουμε συμβολή;

Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

ii. Τι είναι η αρχή της υπέρθεσης ή αρχή της επαλληλίας;

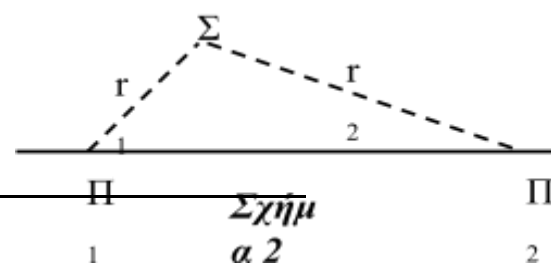
Όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επί μέρους κύματα.

iii. Στο ελαστικό μέσο του σχήματος 1 διαδίδονται δύο τετραγωνικοί παλμοί. Επιλέξτε ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα δίνει την εικόνα του ελαστικού μέσου τη χρονική στιγμή t_1 όταν επικαλύπτονται οι δύο παλμοί;



Όταν οι δυο παλμοί συναντώνται, τα μόρια του σχοινιού έχουν απομάκρυνση ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που θα είχαν αν οι δυο παλμοί διαδίδονταν ξεχωριστά. Τα κύματα διέρχονται το ένα μέσα από το άλλο χωρίς να μεταβληθούν καθόλου. Τα κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο, δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Κάθε κύμα διαδίδεται σαν να μην υπήρχε το άλλο. Η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ανεξάρτητη από την ύπαρξη του άλλου κύματος. Με βάση αυτά τη στιγμή t_1 οι απομακρύνσεις όλων των σημείων θα είναι $y = H - H/2 = H/2$ και σωστή επιλογή είναι το διάγραμμα **β**.

iv. Δύο πηγές κυμάτων απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και παράγουν κύματα ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους. Η εξίσωση της κάθε πηγής είναι $y = A \cdot \eta \mu(\omega t)$



Στο σημείο Σ που απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1 και r_2 αντίστοιχα με $r_1 < r_2$ συμβάλλουν τα κύματα από τις δύο πηγές.

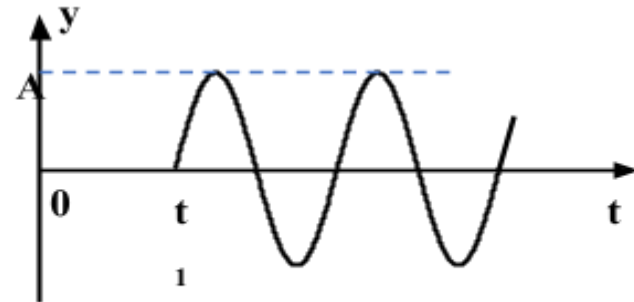
Ενισχυτική Συμβολή

1) Γράψτε τα κύματα των πηγών που συμβάλλουν στο σημείο Σ.

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right), t \geq t_1 = \frac{r_1}{v}$$

$$y_2 = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right), t \geq t_2 = \frac{r_2}{v}$$

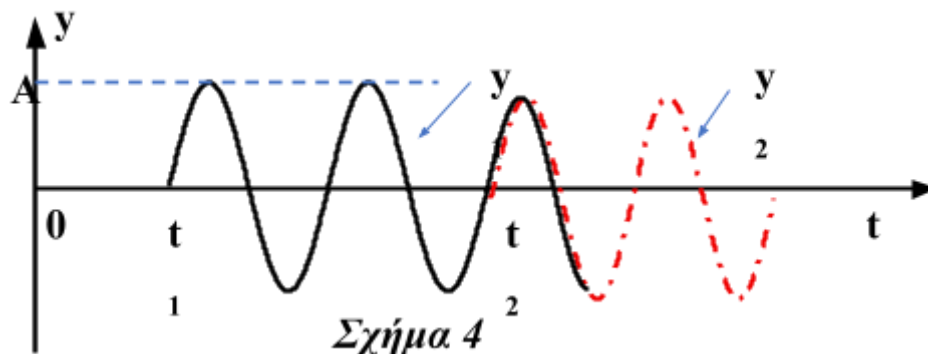
Αν το διάγραμμα της απομάκρυνσης του σημείου Σ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_1 είναι το διπλανό, να απαντήσετε στις ακόλουθες ερωτήσεις.



Σχήμα
α 3

2) Να σχεδιάσετε στο σχήμα 3 την απομάκρυνση του σημείου Σ από το κύμα που προέρχεται από την πηγή Π_2 αν το κύμα αυτό φτάνει στο Σ την χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 2T$.

Να βρείτε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σημείου Σ τη στιγμή t_2 .



Σχήμα 4

Τη στιγμή t_2 που φτάνει το δεύτερο κύμα στο σημείο Σ η απομάκρυνση του σημείου από το πρώτο κύμα είναι $y_1 = 0$ και η ταχύτητά του $v_1 = +v_{\max}$. Η απομάκρυνση του σημείου από το δεύτερο κύμα θα είναι $y_2 = 0$ και η ταχύτητά του $v_2 = +v_{\max}$.

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η απομάκρυνση του σημείου Σ από τα δύο κύματα θα είναι $y = y_1 + y_2 = 0$ και η ταχύτητα $v = v_1 + v_2 = +2v_{\max}$.

3) Να βρείτε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του υλικού σημείου Σ τη χρονική στιγμή $t = t_2 + T/4$ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από:

α) την πηγή Π_1

Μετά από $T/4$ από το πρώτο κύμα θα βρίσκεται στη θέση $y_1=A$ και η ταχύτητα του θα είναι $v_1=0$.

β) την πηγή Π_2

Μετά από $T/4$ από το δεύτερο κύμα θα βρίσκεται στη θέση $y_2=A$ και η ταχύτητα του θα είναι $v_2=0$.

γ) τις πηγές $\Pi_1+\Pi_2$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η απομάκρυνση του σημείου Σ από τα δύο κύματα θα είναι $y=y_1+y_2=2A$ και η ταχύτητα $v=v_1+v_2=0$.

4) Να βρείτε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του υλικού σημείου Σ τη χρονική στιγμή $t=t_2+T/2$ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από:

α) την πηγή Π_1

Μετά από $T/2$ από τη στιγμή t_2 το σημείο Σ από το κύμα της πηγής Π_1 θα βρίσκεται στη θέση $y_1=0$ και η ταχύτητα θα είναι $v_1=-v_{\max}$

β) την πηγή Π_2

Μετά από $T/2$ από τη στιγμή t_2 το σημείο Σ από το κύμα της πηγής Π_2 θα βρίσκεται στη θέση $y_2=0$ και η ταχύτητα θα είναι $v_1=-v_{\max}$

γ) τις πηγές $\Pi_1+\Pi_2$

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η απομάκρυνση του σημείου Σ από τα δύο κύματα θα είναι $y=y_1+y_2=0$ και η ταχύτητα $v=v_1+v_2=-2v_{\max}$.

5) Τι παρατηρείτε ;

Κάθε στιγμή τα δύο επιμέρους κύματα είναι σε φάση και έχουν ίδιες απομακρύνσεις $y_1=y_2$ και ταχύτητες $v_1=v_2$. Η απομάκρυνση του σημείου από τα δύο κύματα είναι $y=2y_1$ και $v=2v_1$.

6) Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Σ μετά την συμβολή των κυμάτων;

Η μέγιστη απομάκρυνση του σημείου Σ είναι $y=2A$. Έτσι το πλάτος του σημείου Σ είναι $A'=2A$.

7) Ποια είναι η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο Σ ; Πως σχετίζεται η χρονική διαφορά με το χρονικό διάστημα ταλάντωσης του σημείου Σ εξαιτίας του πιο κοντινού κυματισμού μέχρι την έλευση του δεύτερου κύματος;

$$\Delta t=t_2-t_1=2T$$

Η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν οι κυματισμοί στο σημείο Σ είναι ίση με το χρονικό διάστημα που έχει ταλαντωθεί το σημείο Σ εξαιτίας του πρώτου κύματος μέχρι την έλευση του δεύτερου κυματισμού.

8) Αν η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν οι κυματισμοί στο σημείο Σ είναι $\Delta t=kT$ ποια θα είναι η απομάκρυνση κάθε στιγμή του σημείου Σ και ποιο το πλάτος ταλάντωσής του μετά την συμβολή των κυμάτων;

Αν η χρονική διαφορά έλευσης των δύο κυματισμών είναι kT τότε το σημείο Σ εξαιτίας του πρώτου κυματισμού θα έχει εκτελέσει ακέραιο πλήθος ταλαντώσεων και θα είναι στη θέση $y_1 = 0$ και θα έχει $v_1 = +v_{\max}$. Έτσι τη στιγμή που συμβάλλουν οι δύο κυματισμοί βρίσκονται σε φάση και κάθε στιγμή θα έχουν ίδιες επιμέρους απομακρύνσεις και ίδιες ταχύτητες. Συνεπώς το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ θα είναι $A' = 2A$.

9) Ποια είναι η διαφορά των αποστάσεων $r_2 - r_1$ του σημείου Σ από τις πηγές;

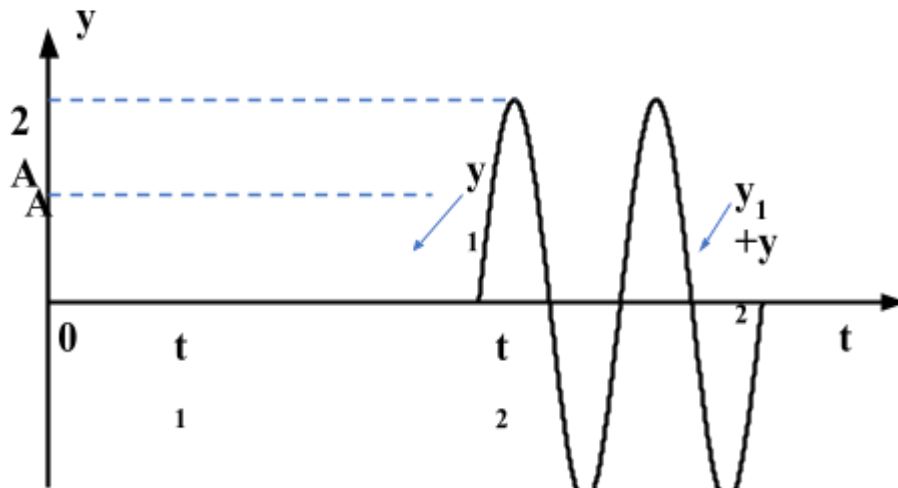
$$r_2 - r_1 = v \cdot t_2 - v \cdot t_1 = v \cdot \Delta t = v \cdot 2T = 2\lambda$$

10) Αν η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν οι κυματισμοί στο σημείο Σ είναι $\Delta t = kT$ τότε ποια θα είναι η διαφορά των αποστάσεων του σημείου Σ από τις πηγές;

$$r_2 - r_1 = v \cdot t_2 - v \cdot t_1 = v \cdot \Delta t = v \cdot kT = k \cdot \lambda \rightarrow$$

$$r_2 - r_1 = k \cdot \lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

11) Σχεδιάστε την απομάκρυνση του φελλού μετά τη συμβολή των κυμάτων.

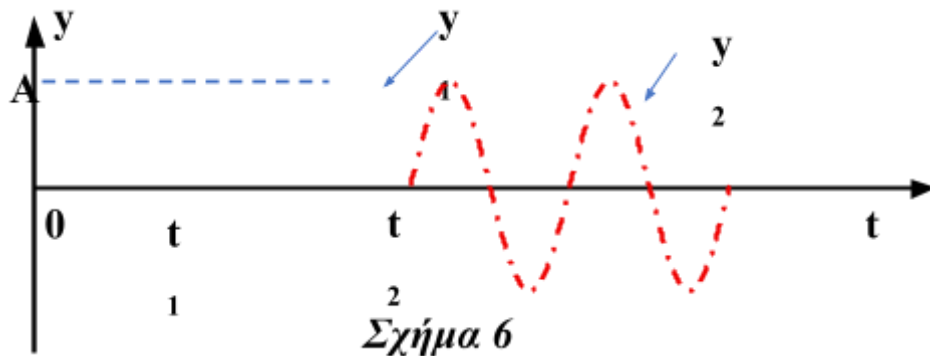


Σχήμα 5

Ακυρωτική Συμβολή

1) Να σχεδιάσετε στο σχήμα 3 την απομάκρυνση του σημείου Σ από το κύμα που προέρχεται από την πηγή Π₂ αν το κύμα αυτό φτάνει στο Σ την χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 1,5T$.

Να βρείτε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του σημείου Σ τη στιγμή t_2 .



Τη στιγμή t_2 που φτάνει το δεύτερο κύμα στο σημείο Σ η απομάκρυνση του σημείου από το πρώτο κύμα είναι $y_1 = 0$ και η ταχύτητά του $v_1 = -v_{\max}$. Η απομάκρυνση του σημείου από το δεύτερο κύμα θα είναι $y_2 = 0$ και η ταχύτητά του $v_2 = +v_{\max}$. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η απομάκρυνση του σημείου Σ από τα δύο κύματα θα είναι $y = y_1 + y_2 = 0$ και η ταχύτητα $v = v_1 + v_2 = 0$.

2) Να βρείτε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του υλικού σημείου Σ τη χρονική στιγμή $t = t_2 + T/4$ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από:

α) την πηγή Π₁

Μετά από $T/4$ από το πρώτο κύμα θα βρίσκεται στη θέση $y_1 = -A$ και η ταχύτητα του θα είναι $v_1 = 0$.

β) την πηγή Π₂

Μετά από $T/4$ από το δεύτερο κύμα θα βρίσκεται στη θέση $y_2 = A$ και η ταχύτητα του θα είναι $v_2 = 0$.

γ) τις πηγές Π₁+Π₂

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η απομάκρυνση του σημείου Σ από τα δύο κύματα θα είναι $y = y_1 + y_2 = 0$ και η ταχύτητα $v = v_1 + v_2 = 0$.

3) Να βρείτε την απομάκρυνση και την ταχύτητα του υλικού σημείου Σ τη χρονική στιγμή $t = t_2 + T/2$ εξαιτίας του κύματος που προέρχεται από:

α) την πηγή Π₁

Μετά από $T/2$ από τη στιγμή t_2 το σημείο Σ από το κύμα της πηγής Π₁ θα βρίσκεται στη θέση $y_1 = 0$ και η ταχύτητα θα είναι $v_1 = +v_{\max}$

β) την πηγή Π₂

Μετά από $T/2$ από τη στιγμή t_2 το σημείο Σ από το κύμα της πηγής Π₂ θα βρίσκεται στη θέση $y_2 = 0$ και η ταχύτητα θα είναι $v_2 = -v_{\max}$

γ) τις πηγές Π₁+Π₂

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η απομάκρυνση του σημείου Σ από τα δύο κύματα θα είναι $y=y_1+y_2=0$ και η ταχύτητα $v=v_1+v_2=0$.

4) Τι παρατηρείτε ;

Κάθε στιγμή τα δύο επιμέρους κύματα είναι σε αντίθεση φάσης και έχουν αντίθετες απομακρύνσεις $y_1=-y_2$ και αντίθετες ταχύτητες $v_1=-v_2$. Η απομάκρυνση του σημείου από τα δύο κύματα είναι $y=0$ και $v=0$.

5) Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Σ μετά την συμβολή των κυμάτων;

Το σημείο Σ είναι συνεχώς ακίνητο στη θέση $y=0$. Έτσι το πλάτος του σημείου Σ είναι $A'=0$.

6) Ποια είναι η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν τα δύο κύματα στο σημείο Σ; Πως σχετίζεται η χρονική διαφορά με το χρονικό διάστημα ταλάντωσης του σημείου Σ εξαιτίας του πιο κοντινού κυματισμού μέχρι την έλευση του δεύτερου κύματος;

$$\Delta t=t_2-t_1=1,5T$$

Η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν οι κυματισμοί στο σημείο Σ είναι ίση με το χρονικό διάστημα που έχει ταλαντωθεί το σημείο Σ εξαιτίας του πρώτου κύματος μέχρι την έλευση του δεύτερου κυματισμού.

7) Αν η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν οι κυματισμοί στο σημείο Σ είναι $\Delta t=(2k+1)T/2$ ποια θα είναι η απομάκρυνση κάθε στιγμή του σημείου Σ και ποιο το πλάτος ταλάντωσής του μετά την συμβολή των κυμάτων;

Αν η χρονική διαφορά έλευσης των δύο κυματισμών είναι $(2k+1)T/2$ τότε το σημείο Σ εξαιτίας του πρώτου κυματισμού θα έχει εκτελέσει ημιακέραιο πλήθος ταλαντώσεων και θα είναι στη θέση $y_1=0$ και θα έχει $v_1=-v_{\max}$. Έτσι τη στιγμή που συμβάλλουν οι δύο κυματισμοί βρίσκονται σε αντίθεση φάσης και κάθε στιγμή θα έχουν αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες. Το σημείο Σ θα είναι συνεχώς ακίνητο στη θέση $y=0$. Συνεπώς το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ θα είναι $A'=0$.

8) Ποια είναι η διαφορά των αποστάσεων r_2-r_1 του σημείου Σ από τις πηγές;

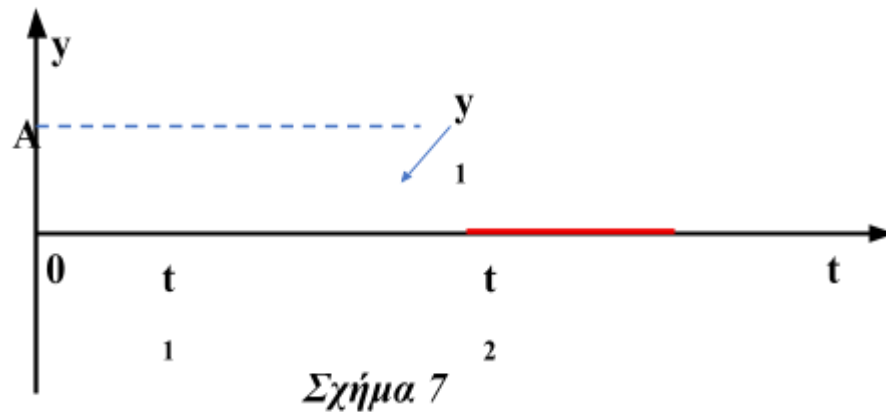
$$r_2-r_1=v \cdot t_2 - v \cdot t_1 = v \cdot \Delta t = v \cdot 1,5T = 1,5\lambda$$

9) Αν η χρονική διαφορά με την οποία φτάνουν οι κυματισμοί στο σημείο Σ είναι $\Delta t=kT$ τότε ποια θα είναι η διαφορά των αποστάσεων του σημείου Σ από τις πηγές;

$$r_2-r_1=v \cdot t_2 - v \cdot t_1 = v \cdot \Delta t = v \cdot (2k+1)T/2 = (2k+1) \cdot \lambda/2 \rightarrow$$

$r_2-r_1=(2k+1) \cdot \lambda/2, \quad k=0, \pm 1, \pm 2 \dots$

10) Σχεδιάστε την απομάκρυνση του φελλού μετά τη συμβολή των κυμάτων.



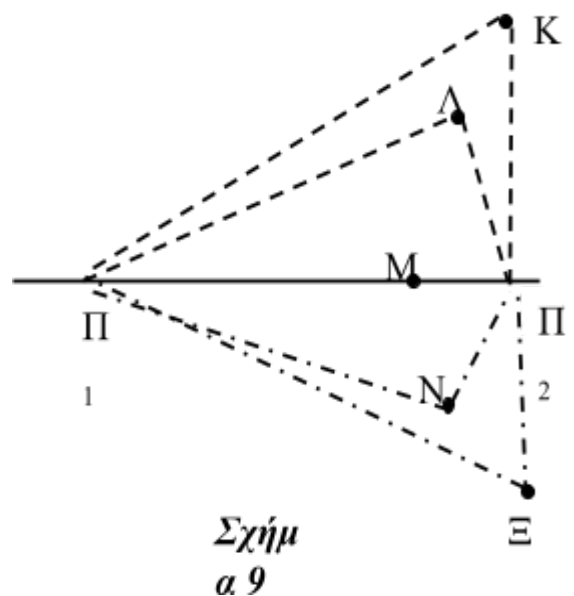
ν. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=8\text{m}$ και παράγουν κύματα ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους με μήκος κύματος $\lambda=2\text{m}$. Στο χώρο δημιουργούνται φαινόμενα συμβολής. Για τα σημεία K, Λ, Μ, Ν και Ξ να βρείτε τη διαφορά των αποστάσεων από τις πηγές Π_1 και Π_2 .

K: $r_{1K}=10\text{m}$ $r_{2K}=6\text{m} \rightarrow r_{1K} - r_{2K}=4\text{m}=2\lambda$
 Λ: $r_{1\Lambda}=8\text{m}$ $r_{2\Lambda}=4\text{m} \rightarrow r_{1\Lambda} - r_{2\Lambda}=4\text{m}=2\lambda$
 Μ: $r_{1M}=6\text{m}$ $r_{2M}=2\text{m} \rightarrow r_{1M} - r_{2M}=4\text{m}=2\lambda$
 Ν: $r_{1N}=7\text{m}$ $r_{2N}=3\text{m} \rightarrow r_{1N} - r_{2N}=4\text{m}=2\lambda$
 Ξ: $r_{1\Xi}=9\text{m}$ $r_{2\Xi}=5\text{m} \rightarrow r_{1\Xi} - r_{2\Xi}=4\text{m}=2\lambda$

Σύμφωνα με τα παραπάνω όλα αυτά τα σημεία θα ταλαντώνονται με πλάτος $2A$ και θα είναι σημεία ενίσχυσης.

Για όλα αυτά τα σημεία η απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων τους από τα σταθερά σημεία Π_1 και Π_2 των πηγών είναι σταθερή. Με βάση τον μαθηματικό ορισμό του γεωμετρικού τόπου της υπερβολής όλα αυτά τα σημεία θα βρίσκονται σε ίδιο τόξο υπερβολής.

(Μαθηματικός ορισμός: Ο γεωμετρικός τόπος της υπερβολής είναι η καμπύλη στο επίπεδο που αποτελείται από όλα τα σημεία των οποίων η απόλυτη τιμή της διαφοράς των αποστάσεων τους από δύο σταθερά σημεία (εστίες) είναι σταθερή.)



Σύμπερασμα:

Όλα τα σημεία του μέσου στα οποία συμβάλλουν δύο κύματα θα βρίσκονται σε συγκεκριμένα τόξα υπερβολών που θα ικανοποιούν τη σχέση $r_1 - r_2 = \text{σταθερή}$. Τα τόξα υπερβολών καλούνται κροσσοί συμβολής.

vi. (ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ) Αν το δεύτερο κύμα έφτανε στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 13T/12$ ποια θα ήταν η απομάκρυνση του σημείου Σ εξαιτίας της συμβολής των κυμάτων την χρονική στιγμή:

α) t_2

β) $t_3 = t_1 + 5T/4$

γ) $t_4 = t_1 + 3T/2$

Από το πρώτο κύμα η απομάκρυνση θα είναι $y_1 = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_1)$ και η ταχύτητα $v_1 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega(t - t_1)$ ενώ από το δεύτερο κύμα $y_2 = A \cdot \eta\mu\omega(t - t_2)$ και $v_2 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu\omega(t - t_2)$.

α) $y_1 = A \cdot \eta\mu\omega(t_2 - t_1) = A \cdot \eta\mu\omega(13T/12) = A \cdot \eta\mu\omega(T/12) = A \cdot \eta\mu(\pi/6) = A/2$

$$v_1 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi/6) = v_{\max} \cdot \sqrt{3}/2$$

$$y_2 = A \cdot \eta\mu\omega(t_2 - t_2) = A \cdot \eta\mu\omega(0) = 0$$

$$v_2 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(0) = v_{\max}$$

$$y = y_1 + y_2 = A/2, \quad v = v_1 + v_2 = v_{\max} \cdot \sqrt{3}/2 + v_{\max}$$

β) $y_1 = A \cdot \eta\mu\omega(t_3 - t_1) = A \cdot \eta\mu\omega(5T/4) = A \cdot \eta\mu(2,5\pi) = A$

$$v_1 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(2,5\pi) = 0$$

$$y_2 = A \cdot \eta\mu\omega(t_3 - t_2) = A \cdot \eta\mu\omega(t_1 + 5T/4 - t_1 - 13T/12) = A \cdot \eta\mu\omega(T/6) = A \cdot \eta\mu(\pi/3) =$$

$$y_2 = A \cdot \sqrt{3}/2$$

$$v_2 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi/3) = v_{\max}/2$$

$$y = y_1 + y_2 = A + A \cdot \sqrt{3}/2, \quad v = v_1 + v_2 = v_{\max}/2$$

γ) $y_1 = A \cdot \eta\mu\omega(t_4 - t_1) = A \cdot \eta\mu\omega(3T/2) = A \cdot \eta\mu 3\pi = 0$

$$v_1 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(3\pi) = -v_{\max}$$

$$y_2 = A \cdot \eta\mu\omega(t_4 - t_2) = A \cdot \eta\mu\omega(t_1 + 3T/2 - t_1 - 13T/12) = A \cdot \eta\mu\omega(5T/12) = A \cdot \eta\mu(5\pi/6) =$$

$$y_2 = A/2$$

$$v_2 = v_{\max} \cdot \sigma\upsilon\nu(5\pi/6) = -v_{\max} \cdot \sqrt{3}/2$$

$$y = y_1 + y_2 = A/2, \quad v = v_1 + v_2 = -v_{\max} - v_{\max} \cdot \sqrt{3}/2$$

Στην περίπτωση αυτή τα δύο κύματα έχουν τυχαία διαφορά φάσης και το πλάτος ταλάντωσης του Σ είναι ανάμεσα $0 < A' < 2A$.