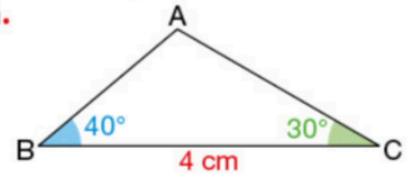
Triangles égaux

Activités et exercices

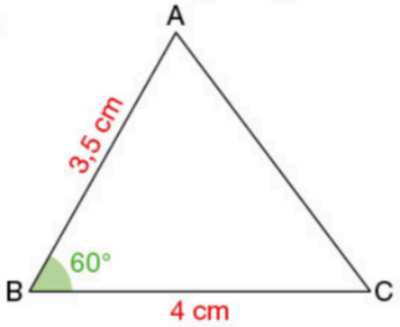
1 Reproduire des triangles

1 Pour chacun des trois triangles ci-dessous :
– tracer un segment [MN] comme celui ci-contre ;
– construire un point P tel que le triangle MNP ait les mêmes propriétés que celles codées sur le triangle ABC ;
– découper le triangle MNP et vérifier qu'il est superposable au triangle ABC (avec ou sans retournement).
Deux triangles superposables sont aussi dits **triangles égaux.**

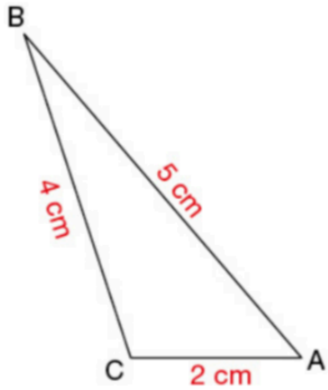
a.



b.



c.

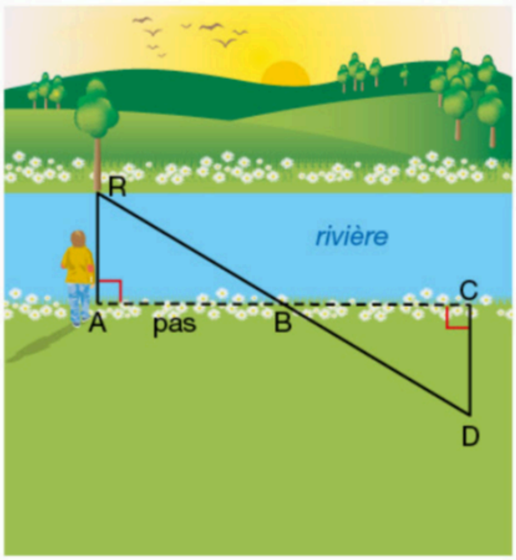


2 **a.** Construire un triangle ABC tel que $\widehat{ABC} = 45°$, $\widehat{ACB} = 76°$, $\widehat{BAC} = 59°$.
b. Dans la classe, tous les triangles construits sont-ils égaux ?

2 Estimer la largeur d'une rivière

Dans un guide de survie en milieu hostile, voici ce que l'on peut lire pour estimer la largeur d'une rivière.

- On se place en un point A en face d'un repère R situé sur l'autre rive (arbre, rocher…).
- On marche n pas le long du cours d'eau et parallèlement à celui-ci (donc perpendiculairement à la ligne de visée (AR)).
- Au n-ième pas, on laisse un repère au sol en B (bâton, sac…), puis on continue à marcher le long de la rivière pour un nombre égal n de pas jusqu'à atteindre le point C.
- De C, on s'éloigne de la rivière en restant perpendiculaire à celle-ci, jusqu'à se placer en un point D aligné avec les repères R et B.

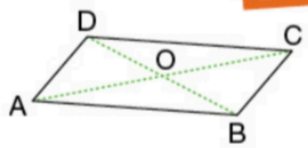


a. Expliquer pourquoi les triangles ABR et BCD sont égaux.
b. Le guide de survie affirme alors : « La largeur de la rivière est le nombre de pas de C à D ».
Expliquer cette affirmation, c'est-à-dire expliquer pourquoi CD = AR.

1 Reconnaître des triangles égaux

EXERCICE RÉSOLU

ÉNONCÉ ABCD est **un parallélogramme de centre O**.
Reconnaître deux triangles égaux sur la figure ci-contre.



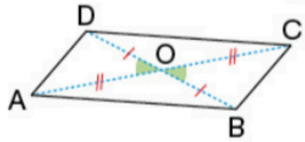
SOLUTION

• Il semble que les triangles OBC et ODA sont superposables par glissement (autour du point O).

• Les diagonales [AC] et [BD] du parallélogramme se coupent en leur milieu O. Donc OB = OD et OA = OC.
Les angles $\widehat{AOD}$ et $\widehat{COB}$ sont opposés par le sommet, donc $\widehat{AOD} = \widehat{COB}$.
Ainsi, les triangles OBC et ODA ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur.
Donc d'après le 2^{e} cas d'égalité, les triangles OBC et ODA sont égaux.

CONSEILS

• On commence par tirer des conséquences du fait que ABCD est **un parallélogramme de centre O** et on les code sur la figure.



• Ici, on peut aussi utiliser le 1er cas d'égalité.
En effet, OD = OB, $\widehat{AOD} = \widehat{COB}$ et $\widehat{ODA} = \widehat{OBC}$ (angles alternes-internes).

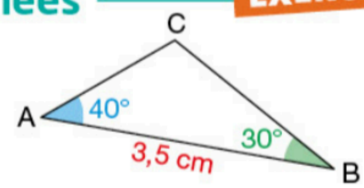
2 On reprend la figure de l'exercice **1**.
Démontrer que les triangles AOB et COD sont égaux.

3 MNPQ est un carré de centre I.
Démontrer que les triangles PIN et NIM sont égaux.

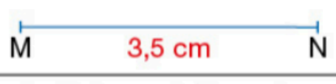
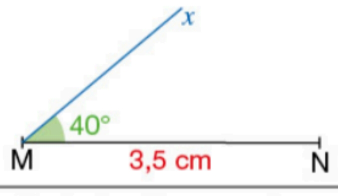
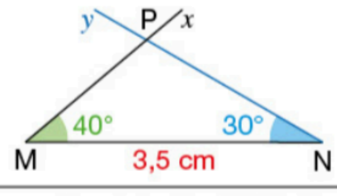
4 Construire un triangle de mesures données

EXERCICE RÉSOLU

ÉNONCÉ Tracer un triangle MNP égal au triangle ci-contre.

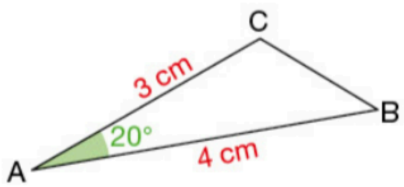


SOLUTION

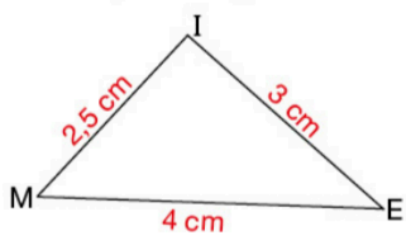
		
Avec la règle graduée, on trace un segment [MN] de longueur 3,5 cm.	Avec la règle et le rapporteur, on trace une demi-droite [Mx) telle que $\widehat{NMx} = 40°$, puis une demi-droite [Ny) telle que $\widehat{MNy} = 30°$. On note P leur point d'intersection.	

Les triangles MNP et ABC sont égaux d'après le 1er cas d'égalité. En effet, ils ont un côté de même longueur et les deux angles adjacents à ce côté deux à deux de même mesure.

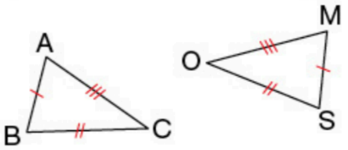
5 Tracer un triangle MNP égal à ce triangle ABC.



6 Tracer un triangle CAR égal à ce triangle MIE.



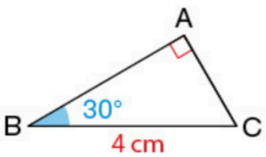
9 Ces triangles ABC et MOS sont égaux.

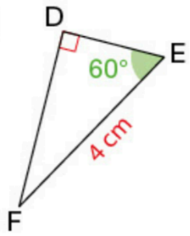


Recopier et compléter ce tableau.

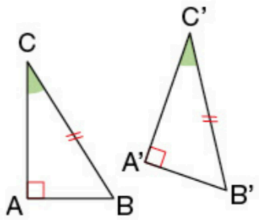
Sommets homologues	Côtés homologues	Angles homologues
A et ...	[AB] et ...	$\widehat{ABC}$ et ...
B et ...	[AC] et ...	$\widehat{ACB}$ et ...
C et ...	[BC] et ...	$\widehat{BAC}$ et ...

16 Recopier et compléter : • les triangles ABC et DEF sont égaux d'après le ... cas d'égalité ;
• le côté homologue à [AC] est ... ;
• les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{FDE}$ sont ... .





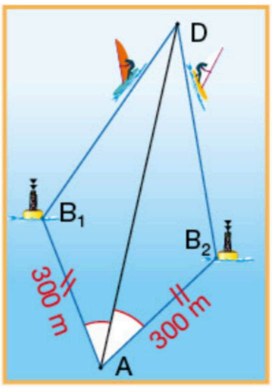
26 ABC et A'B'C' sont les deux triangles rectangles ci-contre.



a. Nadia affirme : « $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$. »
A-t-elle raison ? Expliquer.

b. Quel cas d'égalité permet de conclure que les triangles ABC et A'B'C' sont égaux ?
Rédiger l'explication.

46 Deux véliplanchistes s'affrontent sur le circuit ci-dessous.



Objectif
On se propose de comparer les parcours DB_1A et DB_2A.

Ils partent de D et arrivent en A. L'un passe par la bouée B_1 et l'autre par la bouée B_2.

a. Utiliser les codages de la figure pour expliquer pourquoi les triangles DB_1A et DB_2A sont égaux.

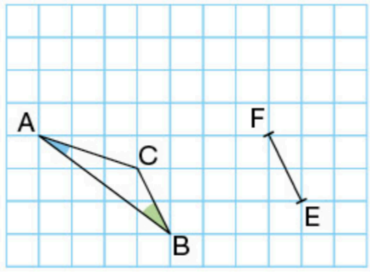
b. Comparer alors les longueurs des deux parcours.

12 ABC et RST sont deux triangles égaux.
Les sommets A, B, C sont respectivement homologues aux sommets R, T, S.

a. Citer les côtés homologues des deux triangles.

b. Citer les angles homologues des deux triangles.

13 Réaliser cette figure et tracer un triangle DEF égal au triangle ABC.
Plusieurs solutions sont possibles.



20 MNP est un triangle rectangle en M tel que :

$MP = 3{,}6$ cm et $\widehat{MPN} = 26°$.

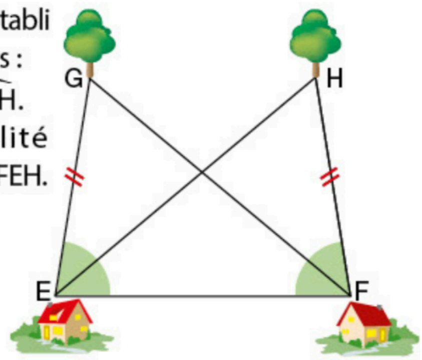
RST est un triangle tel que :

$ST = 3{,}6$ cm, $\widehat{SRT} = 64°$ et $\widehat{STR} = 26°$.

a. Pourquoi le triangle RST est-il rectangle ?

b. Les triangles MNP et RST sont-ils égaux ? Expliquer.

28 Un géomètre a établi les égalités suivantes :
EG = FH et $\widehat{FEG} = \widehat{EFH}$.



a. Justifier l'égalité des triangles EFG et FEH.

b. En déduire que :
EH = FG.

41 **a.** Tracer un segment [BC] de longueur 8,4 cm.

b. Placer un point A tel que AB = 3,4 et AC = 7 cm.

c. Sur la figure précédente, tracer trois triangles EBC, FBC, GBC égaux au triangle ABC.

43 **a.** Tracer un triangle ABC tel que :

$BC = 8$ cm, $AC = 5{,}6$ cm et $\widehat{BCA} = 120°$.

b. Sur la figure précédente, tracer trois triangles BCR, BCS, BCT égaux au triangle ABC.