

Correction de Physique 2 EITPE PC 97

Problème 1

1.

Conditions de non glissement $\mathbf{v}_{I_1} = \frac{dx_1}{dt} \mathbf{u}_x + \boldsymbol{\omega}_1 \wedge \mathbf{G}_1 \mathbf{I}_1 = \mathbf{0}$ et $\mathbf{v}_{I_2} = \frac{dx_2}{dt} \mathbf{u}_x + \boldsymbol{\omega}_2 \wedge \mathbf{G}_2 \mathbf{I}_2 = \mathbf{0}$

2. Principes fondamentaux de la dynamique pour la roue 1:

$$J \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \mathbf{u}_y = \Gamma + \mathbf{G}_1 \mathbf{I}_1 \wedge \mathbf{R}_1$$

Soit, en projetant le groupe d'équations (1)

3. Principes fondamentaux de la dynamique pour la roue 2

Soit, en projetant le groupe d'équations (1)

4. Principes fondamentaux pour l'ensemble S:

,

qui donnent par projection

5. D'après (3),

:

6. L'accélération γ est la même pour les points C, G1, G2

. Avec (1), on obtient:

7. De la même façon, on obtient avec les équations (2):

8. De 6/ et 7/, on tire les expressions de F_{1x} et F_{2x} , ce qui donne avec l'équation (3) de la question 4/:

9. Pour avoir l'équilibre, $\Gamma = \Gamma_{\min} = Mga \sin \alpha$

10. Des conditions nécessaires pour que cet équilibre soit possible, sont

$$R_{1x} \leq f R_{1z} \text{ et } R_{2x} \leq f R_{2z}$$

Or, à l'équilibre si $M \gg m$, $R_{1x} + R_{2x} - Mg \sin \alpha = 0$

$$\text{et} \quad R_{1z} + R_{2z} - Mg \cos \alpha = 0$$

On obtient donc la condition: $\tan \alpha \leq f$.

11. Au cours du mouvement, le système (1) fournit:

d'après les équations (1) et (2)

Avec

12 Pour avoir roulement sans glissement, on doit vérifier $R_{1x} \leq f R_{1z}$ et $R_{2x} \leq f R_{2z}$

En tenant compte de $M \gg m$

La roue avant décolle lorsque la composante sur l'axe z de $\mathbf{R}_1$ cesse d'être strictement positive.

R_{1z} a le signe de $(Mg \cos \alpha - \Gamma/l)$. En utilisant la condition précédente, on voit que R_{1z} reste toujours positif. La roue avant ne décolle pas.

13. D'après 12/ la roue peut glisser si

ce qui n'est pas possible si la condition de la question 10 est vérifiée (on considère ici au cas d'un couple moteur et d'un véhicule se déplaçant dans le sens des x croissants).

14. La variation d'énergie cinétique de l'ensemble est égal au travail du couple Γ et du poids de l'ensemble. Puisque $m \ll M$, on peut négliger l'énergie cinétique de rotation des roues devant l'énergie cinétique de translation de l'ensemble:

15. La transition d'un état laminaire à un état turbulent de l'écoulement est obtenu pour un nombre de Reynolds Re voisin de 1000. La largeur de la voiture étant choisie égale à $L = 2$ mètres, on obtient

une vitesse de l'ordre de $v = Re \, v / L = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$. L'écoulement est donc toujours turbulent pour un véhicule en marche.

16. L'écoulement de l'air étant turbulent, une modélisation correcte des frottements impose de choisir $n=2$.

17. et 18 On obtient, en utilisant le résultat de la question 8.

19.:La vitesse limite du véhicule est obtenue pour $\gamma=0$, soit avec $\alpha=0$:

20

.

Avec $\rho=1,225 \text{ kg/m}^3$, on trouve $C_x= 0,3$

21.

22. $\tau = 1 \text{ mn}$ et 57 s

23. La valeur de τ est très différente. Sans frottement, on trouve avec l'accélération $\Gamma/(Ma)$ que la vitesse de 100 km/h est atteinte en $50,5 \text{ s}$????

Problème 2

1. H et I_1 sont proportionnels. Le rapport H/I_1 étant égal à 6.10^2 m^{-1} .

On peut retrouver ce résultat par application du théorème d'Ampère.

$$\text{d'où } H.L = N_1 I_1$$

$$\text{A.N.: } H = 6,05 I_1$$

2.

3.

Pour $H < 150 \text{ A/m}$, la variation est $B(H)$ est linéaire (faible aimantation),; pour $H > 5000 \text{ A/m}$ il y a saturation du matériau

4. $B = \mu_0(H + M)$. A saturation, $M = B_{\text{sat}}/\mu_0 - H$. Ordre de grandeur: $M_s = 2/(4\pi \cdot 10^{-7}) = 1,6.10^6 \text{ A/m}$.

5. Le nombre d'atomes par unité de volume est $n = N_A \cdot \rho / M_{\text{mol}} = 6,02 \cdot 10^{24} \cdot 7860.10^3 / 56$,

soit $n = 8,45.10^{29} \text{ m}^{-3}$.

En considérant que le vecteur aimantation à saturation est la somme des moments magnétiques individuels:

$$M_s = n \cdot m \quad \text{D'où } m = 1,6.10^6 / (8,45.10^{29}) = 1,9.10^{-24} \text{ A.m}^2.$$

6. Energie d'interaction de m dans un champ B : $U = -m \cdot B$

Energie d'agitation thermique à T ambiante: $E = 3/2 kT$

La saturation est obtenue pour $mB \gg E$ c'est-à-dire $B \gg 3,3; 10^3 \text{ T}$

7. Dans le domaine linéaire (faibles B) $H = 265 B$ donc $a = 265 \text{ SI}$

$H - 265B = b \ln B$, d'où $n \cdot \log(B) + \log b = \log(H - 265B)$. On trouve (graphiquement) $n = 7$ et $b = 41,7 \text{ SI}$

8. La résistance des N_1 spires étant supposé négligeable,

$$\text{A.N. } U_m = 60 \text{ V}$$

9.

Le terme en B^7 , c'est-à dire en $\sin(\omega t)^7$ va donner lieu au développement de Fourier en sin aux puissances impaires indiqué dans l'énoncé.

10. La relation

reste valable; U_1 restant inchangé, B l'est aussi.

L'amplitude de I_2 est de $5,2 \text{ A}$.

11. B étant déterminé, H l'est également. Or par application du théorème d'Ampère:

$$H.L = N_1 I_1 + N_2 I_2$$

En notant I_0 la valeur du courant I_1 obtenu en question 9.

$$I_1 = I_0 + (N_2/N_1)^2 \cdot U_m / R_2 \cos(\omega t)$$

12. La puissance absorbée par le bobinage 1 : $P(t) = U_1(t) I_1(t)$.

Sa valeur moyenne $P = \langle (N_2/N_1)^2 \cdot U_m^2 / R_2 (\cos(\omega t))^2 \rangle = U_m^2 / (2R_{\text{eq}})$ avec $R_{\text{eq}} = R_2 (N_1/N_2)^2$

$$R_{\text{eq}} = R_2 / 4 = 5,75 \Omega.$$

La puissance moyenne consommée dans le primaire est due uniquement à la présence du secondaire. Elle est ici plus faible que si on avait fait directement débiter la source U_1 dans la résistance R

et $P = 313 \text{ W}$.

13. Dans le domaine de linéarité, $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$ et d'après 3) $\mu_r = 3000$.

Le champ à l'intérieur se calcule comme celui d'un solénoïde infini

14.

15. Le potentiel vecteur dépendant du temps, il apparaît un champ induit

$\mathbf{r}$

16. Le vecteur densité de courant est :

$\mathbf{r}$

D'où la densité volumique de puissance cédée par le champ: $\mathbf{p} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$

17. Il faut intégrer la densité volumique de puissance sur tout le tore

18. En comparant l'expression obtenue pour la puissance à la puissance consommée par une résistance en régime sinusoïdal

on obtient que la résistance apparente de la bobine est:

19. Les transformateurs utilisent le principe étudié dans le problème. les pertes viennent essentiellement du phénomène d'hystérésis, les pertes par période étant l'aire du cycle $(\mathbf{B}, \mathbf{H})$. On y remédie en se limitant à la zone quasi-linéaire. Subsistent cependant les pertes par courants de Foucault ou courants induits, proportionnelles à la fréquence, et étudiées dans les dernières questions, dont l'effet peut être amoindri par utilisation de ferrites (en revanche on tire profit de ces courants dans les dispositifs tels que les fours à induction)