Câu 47: **[2D2-1.3-4] (THPT Lê Xoay - L3 - 2018)** Cho các số thực $x \neq 0$, $y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\frac{x}{y} = \log_2 3$. **B.** $xy > 0$. **C.** $4^x = 6^y$. **D.** $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Với các số thực $x \neq 0$, $y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$, ta có

- $\frac{x}{y} = \log_2 3 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{y}} = 3 \Leftrightarrow \left(2^{\frac{x}{y}}\right)^y = 3^y \Leftrightarrow 2^x = 3^y$, nên mệnh đề: "$\frac{x}{y} = \log_2 3$" đúng.
- Từ $2^x = 3^y \Rightarrow \left(2^x\right)^y = 3^{y^2} > 1, \forall y \neq 0 \Rightarrow 2^{xy} > 1 \Rightarrow xy > 0$, nên mệnh đề: "$xy > 0$" đúng.
- $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \left(2^{\frac{1}{y}}\right)^{xy} = \left(3^{\frac{1}{x}}\right)^{xy} \Leftrightarrow 2^x = 3^y$, nên mệnh đề: "$2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$" đúng/
- Từ $2^x = 3^y$, ta có $4^x = 6^y \Leftrightarrow \left(3^y\right)^2 = 3^y.2^y \Leftrightarrow 3^y = 2^y \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^y = 1 \Leftrightarrow y = 0$, trái giả thiết, nên mệnh đề "$4^x = 6^y$" sai.